plicacōibus nr̄is et animam fa
muli tui epi in numerū regio
ne eternis gaudiis iubeas so
ciari. P. pro anniversariis mul

P rsta dne qs ut aīe : sa
famulorū famularūq3
tuarū quorū anniversariū depo
sicōis diem cōmemoramus
i[n]dulgētiā pariter et requiem
capiant sempiternā. P. Secret.

E xaudi dne supplicacōes
nr̄as et animas famulorū fa
mularūq3 tuarū pro quibus
tibi offerimus sacrificiū laudis
scīs electis tuis sociare digne

---

ricordie ...

A nnue nob...
mulorū famul...
remissionē qu...
tauerūt mer...
catorū. P. Comp...
dne aīas famu...
qs tuarū ad...
torū ut i resur...
inter scōs tuos...
pirent. P. Pr...

D eus cui...
um est ...
per parcere ...
famulorū famu...

Sebastian Diltr... 1660.

<36636800660018

<36636800660018

33

Bayer. Staatsbibliothek

Math. P. 4°
160

Mathesis. Geometria generalis. 247.

R

HEINRICI HOFMANNI PROFESSORIS MATHEMATICI in der Univerſitet Jehna

Teutſcher EUCLIDES,

Das iſt:

Geometriſche Beſchreibung

und zwar

Fürnemlich

Von

derſelben

ELEMENTEN.

Gedruckt zu Jehna / in Verlegung
Johann Birckners / Buchhändlers
daſelbſt / und in Erffurht /
Im Jahr Chriſti / 1653.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem Durchlauchtigen/ Hochgebornen Fürsten und Herrn / Herrn Johanni Philippo, Hertzogen zu Sachsen / Jülich / Clev und Bergk / Landgraven in Düringen / Marggraven zu Meissen / Graven zu der Marck und Ravensbergk / Herrn zu Ravenstein / etc. Meinem gnädigen Fürsten und Herrn.

DVrchlauchtiger / Hochgeborner Fürst / gnediger Herr / was unter andern löblichen freyen Künsten die Mathematischen / als die Arithmetica und Geometria, neben denen / so aus denselben als einer schönen stetwärenden Qvell fliessen / und herfür kommen / dem Menschlichen Geschlecht für grossen Nutzen / nicht allein in dem gemeinen Leben und Wandel / beydes zu lieblicher FriedensZeit / als in den beschwerlichen und gefehrlichen Kriegsläufften / sondern auch in anderen Disciplinen, Künsten und Faculteten, ja in H. Schrifft selbsten dargeben und zutheilen / bezeugen neben täglicher Erfahrung vornehme Scribenten. Vnd daß ich an ietzo nur ein Aug auff die Geometriam und H. Schrifft richte / der Geometriæ Nohtwendigkeit und Wirdigkeit daraus in etwas vorzuzeigen / soll der Anfang von Gott dem HERRN / als dem einigen Autore, von dem alle gute und vollkommene Gaben zu uns herab kommen / genommen werden. Denn der allein weise Gott gebraucht sich gleichsam der Geometri, wie nicht weniger der Arithmetic, als seines Eigenthumbs / und nicht als frembder Erfindung / so alle Ding / wie im Buch der Weißheit am 11. Capitel zu lesen / in Zahl / Maß / und Gewicht geordnet.

Cuncta Deus Numero, Mensura ac Pondere fecit.

Vnd im 4. Buch Esdræ am 4. Capitel stehet / daß Gott die Welt habe in einer Wage gewogen / und die Zeiten in einer Maß und gewisser Zahl abgemessen; So gibt Hiob zu verstehen in seinem Buch / besonders im 26. und 38. Capitel / wie Gott der HERR die Welt nach Geo-

metrischen Maß in die Länge/Höhe und Breite gebawet/und die Erd-Kugel in die Mitte nach Geometrischem Gewicht auffgestellet. Im Propheten Jesaia am 40. Capitel v. 12. misset Gott der HERR die Wasser mit der Faust/und fasset den Himmel mit der Spannen; Im 1. Capitel Jesus Syrachs v. 2. misset der HERR die Höhe deß Himmels/die Breite der Erden/ und die Tieffe deß Meers/ ja alles hat Er zuvor gewust und gemessen v. 9. So stehet der HERR/und misset das Land bey dem Propheten Habac. am 3. Capitel. Im 2. Buch Mosis am 26. Capitel/ wird mit allem Fleiß die Hütte deß Zeugnüß nach rechter Länge/ Höhe und Breite beschrieben; Doch in der Breite halben daselbst die Version etwas dunckel / und fehlet also neben andern Benedictus Arias Montanus in opere Regio, in dem er in Auffrichtung solcher Hütten/für die Breite acht Breter nimmet / da doch nur sechs darzu gehören; Dann die übrigen zwey sind innwendig für die zween Winckel zu ordnen / wie in meiner Sacra Mathesi dargethan wird. Im 4. Buch Mosis am 35. Capitel / sind der Leviten Städte und Vorstädte schon in Grund gelegt; Was läufft aber allda aus Unwissenheit der Geometriæ bey den Auslegern für ungereimt Ding vor? Solcher Städte mit den Vorstädten Grund Riß ist in meiner Sacra Mathesi auch richtig zu befinden. Wie der grosse Wunder-Kasten Noæ in die Länge/Höhe und Breite erbawet gewesen/ gibt das 1. Buch Mosis im 6. Capitel gute Nachrichtung. Da dann der Grösse wegen seltzame Urtheil hin und wider auch zu vernehmen sind; Und daß ich mit wenigem viel zusammen fasse / Mann betrachte die Reise der Kinder Israel aus Egypten durch das Schilff Meer und die grawsame Wüsten nach dem gelobten Lande/ derselben Läger/die Beschreibung und Austheilung deß gelobten Landes / den Grund Riß der Stadt Jerusalem/den fürtrefflichen Baw deß ersten und andern Tempels zu Jerusalem / die Vision so wol die H. Stadt und Tempel deß Propheten Ezechielis/ so ist allenthalben der Geometriæ Nutzbarkeit für Augen / daß ich an ietzo nur der Spitzen oder scharffen Ecken an den Altarn gedencke; Ach wie gröblich verstossen sie mit ihren Ochsen / oder dergleichen auffgesetzten Hörnern. So muß ich allhier der Kürtze halben mit Stillschweigen vorbey gehen das gegossene eherne

Meer / so im 1. Buch von den Königen am 7. Capitel wird nach dem Halt auff 2000. Bath geschätzet/ im 2. Buch der Chronic. am 4. Capitel aber auff 3000. Bath; Ingleichen die zehen eherne Gefäß dabey/ deren iedes auff 40. Bath angeschlagen / im angezogenen 7. Capitel. Da dann auch/ was die Version belanget/ ob solche Gefäß zu Teutsch recht gegeben Kessel/ ein Streit sich ereignet/ und einer solches hefftig zu vertheidigen sich unterstehet. Es ist aber in solchen und dergleichen vielen andern der Grammaticus vor oder an sich selbst zum Richter zu wenig dazu/ er sehe solche an oben / oder betrachte den Radicem unten/ wo nicht der Geometra oder Mathematicus darzu kömpt/ und neben der Breite die Höhe und Tieffe erkündiget. Also ist in vielen andern im Vertiren deß rechten Zwecks gefehlet worden/ weil mann die Umbstände nicht mit Fleiß darzu hat erwogen; Besonders daß offt ein Proprium vor ein Appellativum, und hergegen ist gesetzt / wie zu ander Zeit soll beygebracht werden. Und ist darzu zu beklagen / daß so viel schöne Vorbilde und Geheimnüsse von Christo / so Gott der H. Geist im Alten Testament gleichsam in die Mathematic, als in eine Decke eingewickelt / müssen aus Verachtung und Hindansetzung solches herzlichen Studij zu rücke bleiben / neben der geraden Lini/ so aus dem Alten Testament in das Newe/ aus dem Paradiß durch die Hütte deß Zeugnüß und Tempel zu Jerusalem in unsere Christliche Gemeine oder Kirche weiset. Darüber denn sich mancher noch verlauten lest/ wenn er gleich solche nicht wisse / könne er doch selig werden. So an ihm selbst/ wann es ein Ley/ oder anderer in H. Schrifft Unerfahrner vorbrechte/ nicht unrecht geredt. Ein anders aber ist es mit denen/ so die H. Schrifft lesen und auslegen/ und doch nicht/ so viel müglich/ verstehen. Legere & non intelligere est negligere. So wil Christus haben/ mann soll forschen in der Schrifft / wie die Evangelisten bezeugen / als S. Johannes im 5. Capitel setzende v. 39. Scrutamini Scripturas, Suchet in der Schrifft; Und S. Matthæus im 24. Capitel v. 16. Qvi legit, intelligat, Wer das lieset/ der mercke darauff. Und das wil auch Jesus Syrach am 14. Capitel / Daß mann Gottes Wort soll gründlich verstehen lernen/ und der Weißheit immer weiter nachforschen. Was der vornehme Theologus D. Matthias Hafenreffer/

fenreffer/gewesener Professor zu Tübingen/ von den Studiosis Theologiæ, und Magistris Artium, so in der Geometria nicht viel vergessen/helt/ist in seinem Buch vom Tempel Ezechielis zu sehen. Sebastianus Münsterus, gewesener Professor zu Baasel / schreibet im 23. Capitel deß 6. Buchs der Cosmogr. Es möge keiner kein recht gelehrt Mann seyn/er habe ihm denn aus dem Ptolomæo eingebildet die Gelegenheit und Austheilung der gantzen Erden. Nun mag aber solches ohne der Geometriæ Hülffe nicht geschehen. Mehr Autores deßwegen anietzo anzuziehen/ist nicht unser Intent; Vnd damit E. F. Gn. nicht zu lang auffgehalten werden/ so dienet die Geometria auch der Hebreer Maß und Gemäß/ als die Elle/ so im Tempel zu Jerusalem im Brauch gewesen/den Homer, Cor, Bath, Ephi, Sat, Hin, Gomor, und dergleichen Inhaltung oder Vergleichung mit der Griechen und Römer Gemäß/ klärlich vorzustellen; Davon denn meine Sacra Mathesis auch guten Bericht thun kann. In Anschawung nun Gn. Fürst und Herr/ solches und sonsten überaus grossen Nutzes der Geometriæ, E. F. Gn. hohen Verstandes und sonderbarer Affection gegen dieselbe/ auch zu Bezeugung meines unterthänigen danckbaren Gemühts / thue demselben als meinem gnädigen Fürsten und Nutritio Munificentissimo den ersten Theil meiner Geometriæ unterthänig hiemit dediciren und zuschreiben/ in aller Vnterthänigkeit bittende/E. F. Gn. wolten solches in Gnaden zum besten vermercken/ und mich sampt der löblichen Mathesi , so zu dieser Zeit sehr hindan gesetzt wird/zu befördern/in Gnaden anbefohlen seyn lassen; In Erwegung/ daß solche sich allezeit gegen ihre Patronos der Danckbarkeit befleissiget. E. F. Gn. sampt deroselben hertzlieben Gemahlin/Herren Gebrüdere und Fräwlein/ neben dem gantzen hochlöblichen Chur- und Fürstl. Hause zu Sachsen hiemit in den Schutz deß Höchsten/ zu glücklicher Regierung/ guter Gesundheit und allem Fürstlichen Wolstande anbefohlen. Gegeben zu Jehna/am Tage Michaelis/rc.

E. Fürstl. Gnaden

Vnterthäniger und Gehorsamer

Henricus Hofman Mathematum

Professor in der Universitet daselbst.

Dem Leser Glück und Heil.

GVnstiger Leser / mit wenigem zu entdecken mein Vorhaben und Intent, neben nohtwendiger Erinnerung / so wisse/ daß ich ümb besser Vnterrichts wegen die Geometriam abgetheilet habe in drey Theil; Deren dann dieser Erster handelt von derselben Elementen, wie aus dem Titul zu sehen. Der ander Theil aber handelt von den vornembsten Problematen, dieselbe nicht allein durch die schlechte/als gerade und circular Bewegung eines Puncten/sondern auch durch die gemischte zu verfertigen; Vnd der Dritte vom Nutz und Gebrauch der Elementen als Problematen, in Messung jeder Höhe/ Weite und Breite/ in Abwegung der Wasser/ in Grundlegung jeder Flechen/in Marckscheidung der Bergwercken/ newen in Flüssen angelegten Insulen/und anderen an den Vfern Zulagen / in Messung und Abtheilung der Gehöltze/ Aecker/ Wiesen/ Weinbergen/ Gärten und dergleichen/so wol in Messung und Visirung der Fässer / und andern Cörperlichen Dingen / und was solchem mehr anhängig. Darauff dann folgen soll / wo nicht zugleich mit begriffen wird eine newe Scenographia und Mechanica. Meine Sacra Mathesis kann besonders ausgehen / so wol deß Pitisci Gnomonica, als so vom selben mir vollends zu verfertigen ist übergeben. Solche zwar gebrauchet sich der Lateinischen Sprache / und hette vor vielen Jahren können zum gemeinen Brauch gelangen / wann jemand deß Verlags wegen hette was dabey thun wollen; wiewol es daran noch mangelt. Solch Glück hat die liebe Mathesis.

Vnd daß ich mich wieder zu meiner Geometriæ wende / so seynd die Autores, deren Hülff ich mich vornemlich gebrauchet/ Euclides, Archimedes, Apollonius Pergæus, Johannes de Regiomonte, und Petrus Ramus. Wird aber leicht meine Arbeit/und was mir eigentlich zustehet / von andern zu unterscheiden seyn. Da dann wegen deß von mir im 5. und 42. Elem. deß 7. Capitels / dieses ersten Theils geführten Beweises zu erinnern / daß wem derselbe nicht angenehm / kann dort in dem 5. Elem. deß Euclidis, und hier in dem 42. Elem. deß Archimedis sich gebrauchen/oder newen suchen. Das 26. Elem. deß 5. Capitels wird/meines Behalts/dem Nicolao Raymaro zugeeignet/ dessen sich Ludolff von Cölln auch gebrauchet; mein allda gesetzter Beweiß aber wird leicht zu vernehmen seyn. So ist der Geometriæ wegen auch diß meine Meynung / daß solche nach der Arithmetic möchte in den Teutschen Schreib-Schulen/wegen manches feinen Ingenij, so zu allerhand künstlichen und sonst nohtwendigen Baw- und Kriegs-Sachen besser zu gebrauchen / mit Fleiß/so viel als sichs leiden wil/getrieben werden.

So

So wird alhier wegen Messung der Regulier Figuren auch etwas Unterrichts erfordert zu operiren durch die Irrational Zahlen. Weiter so habe ich dem Leser zu Dienst/was in der Edition ausgelassen/versehen und übersehen/ der Gelegenheit nach/selbst dazu gesetzet und corrigiret, damit mein Teutscher Euclides besser bestehen/auch deß triplicis generis wegen zween/zwo und zwey/ nicht zu unteutsch redete; ungeacht es in den Dictionariis duo, duæ, duo, zwey/ in genere neutro gegeben wird; auch in der Teutschen Grammatica Anno 1618. von Johann Weidnern gedruckt/ nicht observiret worden; Als/ alle Wörter haben in gemein zwey Zufäll; Weymar ist zwey Meilen von Jehna; Im Syntax kommen bißweilen zwey Præpositionen zusammen/zugeschweigen sonsten/ und daß im 3. und 4. Buch Mosis zu mehrmalen gefunden wird zwo Zehenden. Schließlichen/ so laß sichs niemand irren / daß weil in der Geometria Teutscher Bücher ich nicht sonderlich gebraucht/ und also/ wie mirs vorkommen / in genere neutro gesetzet das Punct/ das Triangul/ das Quadrat/das Fünffeck das Sechseck/etc. Und in masculino der Radix, der Rhomboides, der Pyramis, ob andere es vielleicht anders geben möchten. Pyramis wird von Sebastiano Münstero in der Cosmograph. am 17. Capitel deß 6. Buchs in masculino und fœminino genere gebraucht. In masculino also: Aber wann mann wil ansehen die Hure Rodopen, die mit ihrer Hurerey solch gros Guht hat überkommen/ daß sie vermocht zu bawen den mindern Pyramidem, der hübscher und sichtiger was denn der grössere. Rhomboides ist wol nicht mit einem gewissen Articulo sonst zu befinden. Und also gnug an ietzo; Thue hiemit günstiger Leser / die Geometriam zu befördern und zu excoliren, bevorab wegen deß motus mixti, dadurch grosse Dinge zu verrichten / so vor oder an sich durch den simplicem, als rectum und circularem zu thun nicht müglich/wie sehr mann sich auch bißhero damit bemühet/ zum besten dir recommendiren, neben Wündschung dazu eines glücklichen Successus. Gehab dich wol.

HEINRICI HOFMANNI

GEOMETRIÆ

Erster Theil.

Das erste Capitel

Von der Definition oder Beschreibung der Geometriæ, derselben Subjecto, als davon sie handelt / vnd den allgemeinen Sprüchen / so zum Beweis von nöthen.

§.

DIe Geometria ist eine Kunst oder Wissenschafft recht zu messen. Hat den Namen von Messung der Erden / so dahero dem Platoni etwas spöttlich vorkommen / weil solche Kunst sich viel höher vnnd weiter erstrecket / als so nicht in Messung der Erden allein / sondern des Wassers / der Lufft / ja der grossen weiten Welt / vnd in derselben aller deren Dingen / so da können oder mögen gemessen werden / bestehet.

2. Recht messen aber heist / eines jeden Dinges / so zu messen ist / Art vnd Eigenschafft betrachten / auch dessel-

ben Halt vnd Vermögen gegen einem andern darlegen vnd examiniren.

3. Das Subjectum oder Objectum der Geometriæ/ als davon solche eigendlich handelt/ ist dahero eine jede magnitudo oder Grösse/ als da seyn Linien / Flechen vnd Cörper.

4. Wie aber sonsten eine jede Kunst oder Wissenschafft hat seine gewisse Fundamenta vnd Principia, also insonderheit vor andern auch die Geometria. Vnd seyn derselben allhier dreyerley / als axiomata, gemeine Sprüche vor sich / als von Natur bekant; definitiones, Beschreibungen oder Erklerung der Wörter / so hierinne vorkommen; vnd postulata, leichte Auffgaben / so bald zu verrichten. Von solchen nun insonderheit neben den conclusionen, Schlüssen vnd Sätzen / so daraus herfliessen/ in gemein Elementa genant / vnd so jhnen gleichsam auff dem Fusse folgen/ doch nicht so genaw wegen des Schlusses allzeit/ als der Ordnung/ insonderheit Consectaria genant/ wollen wir in diesem ersten Theil der Geometriæ handeln/ vnd anfänglich die gemeinen Sprüche oder axiomata aus der gemeinen Mathesi in folgender Ordnung setzen.

Axiomata oder allgemeine Sprüche.

1. 5. Ein gantzes ist grösser als seiner Theil eins.

2. 6. Wie viel Dinge seyn ein jedes insonderheit einem andern gleich/ oder gleichlich / die sind alle vnter einander gleich oder gleichlich.

3. 7. So gleiche Dinge zu andern gleichen Dingen gethan werden/ kommen gleiche daraus.

4. 8. So von gleichen Dingen gleiche abgenommen werden/ bleiben die vbrigen ein ander gleich.

So

9. So zu gleichen Dingen vngleiche gethan werden/ oder hergegen gleiche zu vngleichen/ werden vngleiche daraus. 5.

10. So von gleichen Dingen vngleiche / oder von vngleichen gleiche Dinge abgenommen werden / sind die vberbliebende vngleich. 6.

11. Wie viel Ding/ ein jedes besonders gegen einem andern / oder so demselben gleich / in einem oder gleichen Halt oder Proports/ die sind einander gleich ; vnd hergegen gleiche Ding haben gleichen Halt oder gleiche Proportion. 7.

12. Wie viel Ding/ so nach oder vntereinander seyn proportioniret die bleiben auch nach gleichlicher Verwechselung / oder geschehener addition oder subtraction, proportioniret. 8.

13. Wenn zwey oder mehr Dinge sich durchaus zusammen schicken / daß keines das ander in etwas vbertrifft/ die sind einander gleich. 9

Das ander Capitel

Von dem Punct/Linien vnd Flechen.

1.

Ein Punct ist/ so da vnzertheilig ist. Hat also das Punct keine grösse/ als welche vnendlich kan zertheilet werden. Dahero denn solches mehr einzubilden / als vor Augen zu stellen ist/ wird aber nicht vnbequem durch ein subtiles Stüpfflein oder Gemercke mit einem spitzigen Nädelein oder dergleichen vorgebildet.

2. Ob wol das Punct vor sich nach dem vorgehenden Elem. keine Grösse hat / ist es doch ein Anfang oder Vr-

sprung derselben. Denn durch Fortführen des Puncten in die Lenge / wird eine Lini / vnd durch Bewegung der Lini in die breite / wird eine Fleche / vnd durch Bewegung der Fleche in die Höhe / wird ein Corpus / vnd also gleichsam aus Nichts etwas.

3. Eine Lini / als die erste vnd schlechteste Grösse / ist nur eine blosse Lenge / als so ohne einige Breite bestehet. Dahero die Lini / wie das Punct mehr einzubilden / als vorzustellen.

Also wird durch A B eine Lini angezeigt. Ingleichen wird eine Lini verstanden in Abmessung jeder Weiten / so ein ort vom andern hat / als eine blosse Lenge. Vnd wie das vorgehende 2. Element lehret / daß jede Lini durch Bewegnng eines Puncten herfür komme / also wird dieselbe auch durch ein Punct geendet; wie die Lini A B beyderseits im A vnd B.

4. Eine jede Lini ist entweder schlecht oder gemischt.

5. Eine schlechte Lini / linea simplex, ist / so einerley / oder in allen Stücken vnd Puncten gleichlich ist. Denn solche fleust her aus einer schlechten vnd gantz gleichlicher Bewegung eines Puncten / vnd zwar entweder gerade vor sich / oder vmb ein Punct in einem Kreiß.

6. Eine schlechte Lini ist dahero gerade oder circular.

7. Eine gerade Lini / linea recta, ist / so zwischen den Endpuncten allenthalben gleich in liget. Denn solche wird verstanden / wenn das fliessende Punct von einem Ort zum andern schnur gleich zu / den kürtzesten Weg geführet wird. Dem Platoni ist die gerade Lini / dessen innere oder Mittel-

telpuncten die eussern oder Endpuncten bedecken. Andern aber/ dessen Mittelpuncten den eussern oder Endpuncten widerstehen; oder dessen Mittelpuncten von den eussern nicht abwerts treten/ noch die eussern von den innern/ oder den Mittelpuncten.

Also wird allhier durch die Lini E F eine gerade verstanden / als so zwischen den Endpuncten E vnd F allenthalben gleich in lieget. Also gibt eine gerade Lini dar ein subtil Fädemlein vor sich auffs lengste ausgestrecket. Dahero

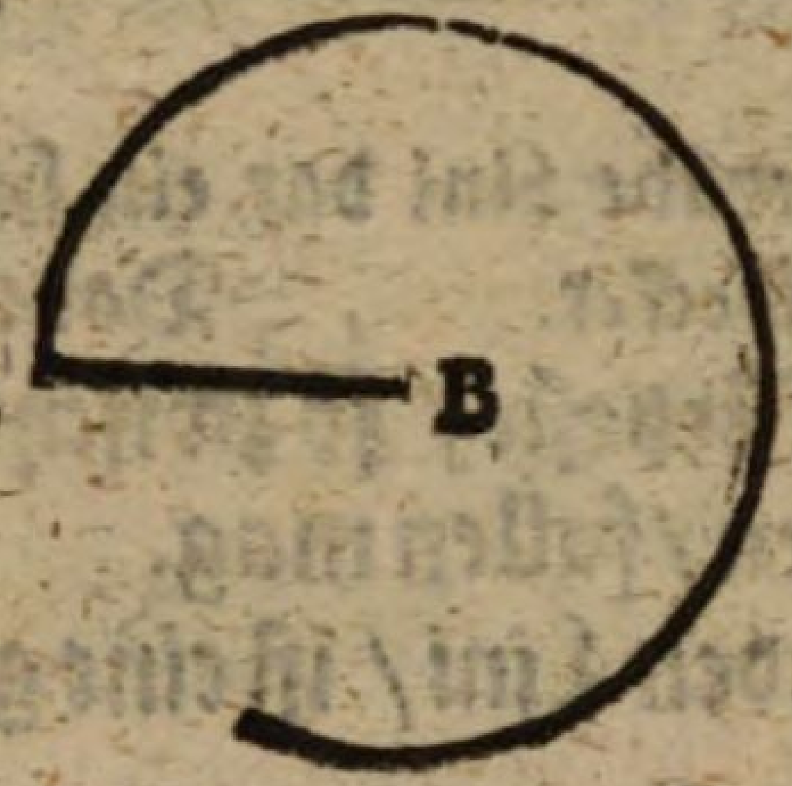
1. Die gerade Lini ist die allerkürtzeste / so zwischen zweyē Puncten/ als derselben Endungen / fallen mag. Consectar.

2. Jedes Stück von einer geraden Lini / ist eine gerade Lini.

8. Das Instrument oder Mittel zu des in die gerade fliessenden Puncten/ oder Zuziehung einer geraden Lini/ wird genant ein Linial/ Richtscheid oder Regul/ vnd ist dessen Proba/ daß man wisse / ob die darnach gezogene Lini gantz gerade sey/ oder nicht/ Also: Man reisset nach einer Seiten am Linial oder Regul / so allhier mit C D gezeichnet/ eine Lini E F / vnd dann eben nach derselben Seiten wieder eine/ doch daß zuvor die Endungen verwechselt/ daß das C zum F/ vnd das D zum E geordnet; so dann solche andere Lini mit der ersten in allen Puncten just zutrifft / ist eine gewisse Anzeig/ daß das Linial oder die Regul richtig/ vnd die darnach gezogene Lini gerade sey; nach dem vorgehenden 7. Element.

9. Eine Circulrunde Lini / linea circularis, peripheria oder circumferentia circuli, ist/ so da allenthalben

vom Mittel/ des von jhr rings vmbschriebenen Orts oder Raums gleiche weit abstehet. Dann eine solche wird verstanden/ wann ein Punct vmb ein ander vnbewegliches in einer weiten herumb geführet wird. Dahero durch Vmbführung einer geraden Lini/ also daß derselben Endpuncten eins vnbeweglich bleibe/ das ander aber in Vmbführen reisse oder zeichne/ wird eine peripheria oder CirculLini



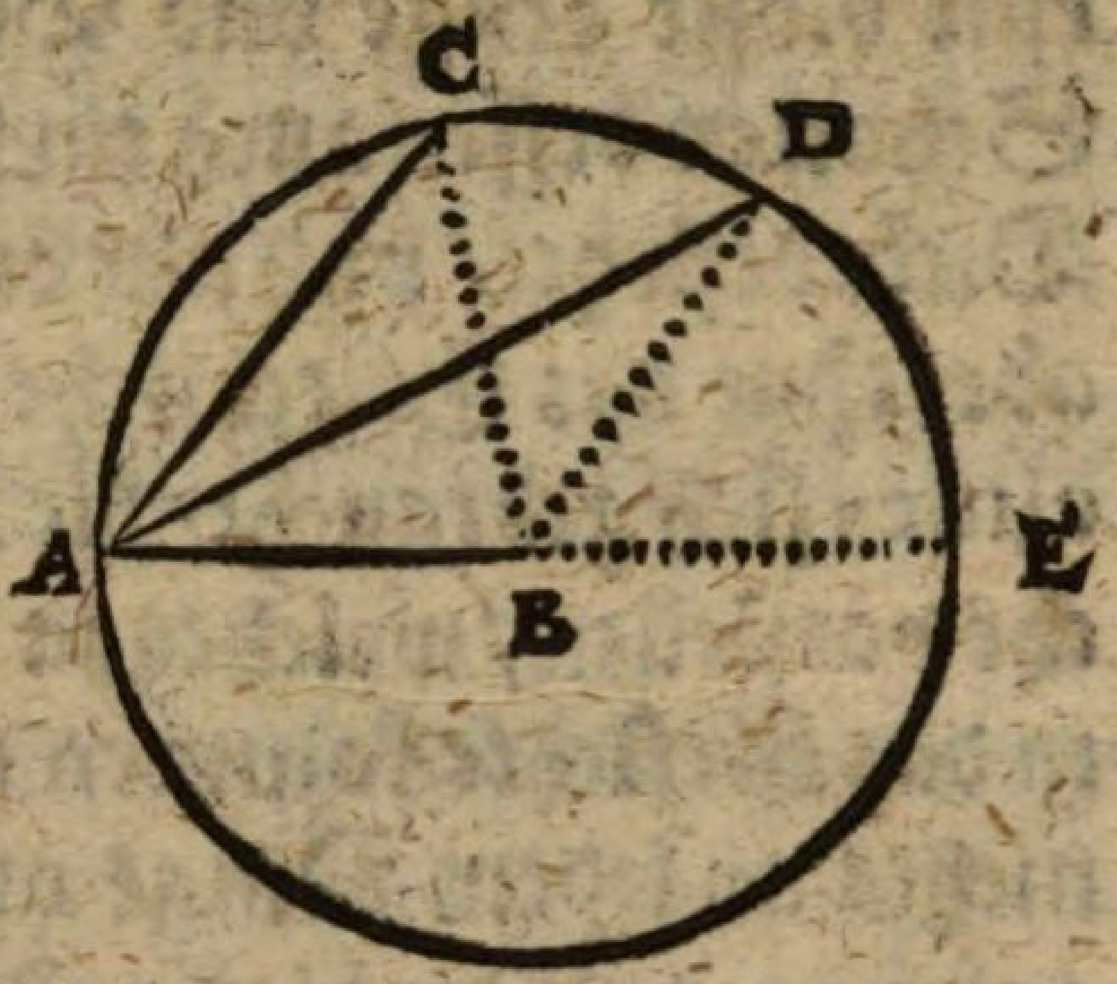
dargegeben; wie solches allhier aus der geraden A B zu verstehen/ als derer Endpunct B sey vnbeweglich/ das ander A aber im Vmbführen zeichne. Vnd wird jenes/ das vnbewegliche/ das Mittelpunct oder Centrum genant. Sonsten hat solche jhr besonder Instrument den Circinum oder Circkel/ in welchem nach auffthun der Schenckeln zwischen den beyden Spitzen eine gerade Lini verstanden wird; dessen nemlich ein Endpunct fest vnd vnverruckt bleibet/ das ander aber vmbgeführet/ zeichnet. Hieraus erscheinet

Consect. 1. Daß jede CirculLini oder peripheria sey gantz oder nur ein Stück davon. Gantz/ wann das bewegliche Punct gantz wieder herumb zu seinem Anfang gelanget. Ein Stück/ so nicht wieder dahin.

2. Daß in solcher runder Bewegung das bewegliche Punct jmmer weiter nach gerader Lini vom Anfang sich abthue/ biß es halb herumb kömmet/ da es dann am weitesten davon ist/ als nach der geraden/ so durch das Centrum streichet; vnd besonders ein diameter geneñet wird. Dann jede andere gerade/ als etwa A C oder A D ist kleiner als A B vnd B C oder A B vnd B D zusammen; nach dem 1. cons.

des

des 7. El. dieses; mit welchen doch sich gleichet der diameter oder gerade AE; dahero solche die grösseste. Daß aber AD grösser sey als AC / ist an jhm selbst klar / als weil das D weiter vom A als das C absteher / vnd gibt solches auch die Offnung im Centro B / als so sich jmmer erweitert biß zum E.



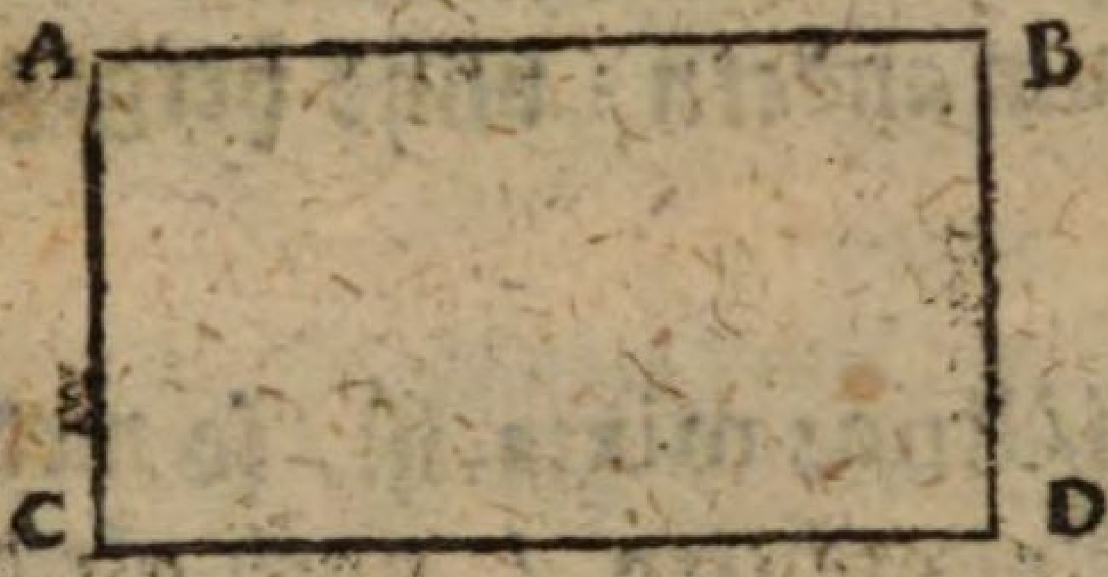
3. Daß gleiche Stück aus gleicher Bewegung haben gleiche öffnung im Centro, vnd also auch gleiche Weiten nach gerader Lini von einem Ende zum andern; vnnd hergegen nach dem 9. axiom.

10. Eine gemischte Lini/ linea mixta, ist/ so weder gleich in lieget zwischen den Endpuncten / noch gleiche Weit vom Mittel/ des von jhr vmbschlossenen Raums/ abstehet; das ist/so weder eine gerade noch Circular Lini ist/ sondern aus der beyderley Bewegung/ als der geraden vnd circularn zugleich herkömpt. Als zum Exempel: Wann eine gerade Lini mit dem einem Ende gantz gerade / vnnd mit dem andern rund vmbgeführet wird/so werden die mittelpuncten gemischt / das ist in etwas gerade vnd in etwas Circulrund/beweget. Dahero dann vnzehlbare gemischte Linien mögen herfür gebracht werden; von denen hernach insonderheit im andern Theil vnser Geometriæ. Dahero

Jedes Stück der gemischten Lini ist eine gemischte Lini. Consect.

11. Eine fleche/ superficies als in der Ordnung die ander Grösse oder magnitudo, ist nur eine blosse Lenge vnd Breite/ so ohne einige Dicke bestehet. Dann solche wird verstanden/ wann eine Lini nach der queer fortgeführet wird.

wird. So wird in Messung der Feldern nur die Fleche als eine blosse Lenge vnd Breite / betrachtet. So gibt der Schatten dessen auch ein fein Exempel / als so ohne einige Dicke bestehet / vnd nur breit vnd lang ist. In etwas klärer aber thut das Griechische Wörtlein ἐπιφάνεια, dessen Euclides sich gebraucht / die Natur vnd Eigenschafft der Fleche vorstellen / welches zu Deutsch so viel mit bringet / als in das Gesichte kommen oder gesehen werden. Dann nichts an jedem Dinge oder Grösse erscheinet oder wird gesehen / als die blosse Fleche.



Also ist allhier eine Fleche durch A B C D angedeutet / dessen Endung seyn vier gerade Linien / als zwo nach der Lenge A B vnd C D / vnd zwo nach der Breite / nemlich A C vnd B D. Dabey zu verstehen / daß solche gleichsam herfür gebracht sey durch Bewegung der Lini A B / nach der Breite A C / oder der Lini A C / nach der Lenge A B oder C D.

12. Eine jede Fleche ist auch schlecht oder gemischt; vnd jene / als so einerley oder in allen Stücken gleichlich oder gleichförmig / ist ferner Eben oder Sphærisch.

13. Eine ebene Fleche / superficies plana ist / so zwischen den Endungen allenthalben gleich in lieget / das ist / so nirgends höher oder niedriger als die Endungen. Dann eine solche wird insonderheit herfür gebracht durch eine gerade Bewegung einer geraden Lini / vnd hat dahero die ebene Fleche jhre Prob durch eine gerade Lini / oder durch derselben gemein Instrument das Linial / wenn solches auffgesetzet / allenthalben just anstreichet. Also wird durch die vorgesetzte mit A B C D eine ebene Fleche verstanden. Also geben der-

derselben zu Exempeln glat gegossene Aestrich / schöne polirte Marmel Taffeln vnd dergleichen. Dahero

1. Die ebene Fleche ist zwischen jhren Endungen die allerkürtzeste / als so nach allen Seiten schnür gleich in lieget. Consect.

2. Ein jedes Stück der ebenen Fleche / ist eine ebene Fleche.

14. Eine Sphærische oder runde Fleche ist / so da allenthalben gleiche weit vom Mittel des von jhr vmbschlossenen Raums absteht. Dann eine solche wird verstanden durch Vmbführen einer halben peripheri vmb jhre Endpunct oder diameter, so mit denselben vnbeweglich bleibet. Dahero auch dadurch leichtlich erkant vñ examiniret wird. Hieraus folget:

1. Daß jedes Punct in der beweglichen peripheri eine peripheri zeichne / vnd zwar je eine grössere / je weiter solch Punct vom diameter oder derselben Endungen / so Poli genennet werden / absteht; also / daß das Mittelpunct in der peripheri zwischen den Polis, als so am weitesten davon / die gröste peripheri dargibt. Consect.

2. Daß die gröste peripheri die Sphærische Fleche in der mitten / das ist / in zwey gleiche Theil zertheile; vnd also jede andere in vngleiche Theil.

3. Daß jede zweene Puncten in gleicher Weite von den polis abstehendt / gleiche peripherien bezeichnen.

4. Daß die grösten peripherien sich zu gleichen Theilen durchschneiden. Dann nach dem vorgehenden 2. Cons. theilet jede derselben die Flech in der mitte.

5. Jedes Stück der Sphærischen Fleche / ist eine Sphærische Fleche.

15. In der ebenen Fleche / wie auch in der Sphæri-schen / seyn etliche gantz leichte Auff- oder Vorgaben/ petita oder postulata/ zu verrichten / Als

Postulata. 1. Aus jedem Punct in jeder vorgegebener Weite eine peripheri ziehen.

2. Von jedem Punct zum andern in der eben eine gerade Lini / vnd in der Sphær eine peripheri / bevorab die gröste führen.

3. Eine gerade Lini vnendlich / oder so fern man begäret / in der eben / vnd eine peripheri in der Sphær zu erlengern.

4. An jedes vorgegebene Punct in der Eben jeder vorgegebener Geraden / oder in der Sphær jeder vorgegebener peripheri / eine gleiche Gerade oder peripheri zu stellen.

5. Von der grössern ein Stück abschneiden / so sich mit der vorgegebenen kleinern gleiche.

16. Eine gemischte Fleche / superficies mixta, ist / so weder gleich inlieget zwischen den Endungen / noch gleiche Weit vom Mittel allenthalben absteh̃et / das ist / so weder Eben noch Sphærisch / sondern mancherley ist. Dann eine solche durch mancherley Bewegung werden mag als durch eine gerade Bewegung einer peripheri oder gemischten Lini / in der Eben als erhaben / oder durch eine runde oder gemischte Bewegung jedweder Linien / doch daß solche Bewegung ausser der Eben zu verstehen. Vnter solchen gleichsam vnzehlbaren Flechen kommen in den Elementen nur diese beyde vor / als die Conische vnd Cylindrische.

17. Eine Conische Fleche / superficies conica, ist / so von einer gleichsam in der Eben ligender peripheri auff-

hin

hin zugespitzt ist. Dann eine solche wird verstanden/ wann aus einem vnbeweglichen Punct in der Höhe zu einer vnter sich liegenden peripheri eine gerade Lini geführet/ vnnd vmb dieselbe vmbgeführet wird. Als allhier/ da durch das A das vnbewegliche Punct/ vnd durch B C die liegende vnd auch vnbewegliche peripheri angedeutet/ zu vernehmen ist. Dann durch Vmbführen der geraden A B vmb die peripheri B C wird eine Conische Flech angezeiget.

18. Eine Cylindrische Fleche/ superficies cylindracea, ist/ so von einer liegenden peripheri zu einer andern gleichen vnd in der Höhe gleiche Weit abstehender peripheri auff das allergleichste vnd kürtzeste sich erstrecket. Dann eine solche wird verstanden durch Bewegung einer auffgerichteten peripheri in die Gerade/ oder einer geraden Lini rundvmb/ Das ist/ durch Vmbführen einer geraden Lini/ als A B vmb zwo gleiche/ vnd in gleicher Weite von einander stehenden peripherien, als A C vnd B D. Dahero durch A B C D eine Cylindische Fleche zu verstehen. Vnd bißhero haben wir die Linien vnd Flechen vor oder an sich selbst betrachtet; Nun soll solches geschehen in Haltung eines gegen dem andern/ als Linien gegen Linien/ Flechen gegen Flechen/ oder Linien gegen Flechen.

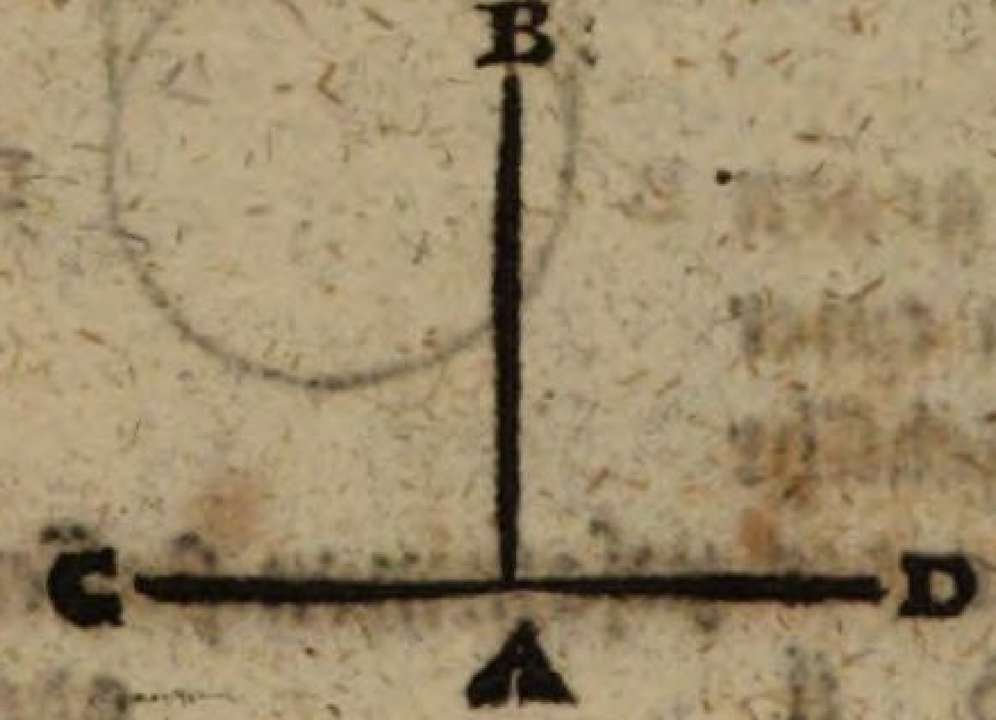
19. In Haltung einer Lini gegen einer Lini/ oder einer Fleche gegen einer Fleche/ müssen solche/ da sie der gebühr nach/ fortgeführet werden/ entweder zusammen stossen

oder nicht; vnd welche zusammen kommen / sich vntereinander nur rühren oder durchschneiden.

20. Das Anrühren stehet allein zu einer peripheri oder gemischten Lini gegen einer jeden andern Lini; vnd also auch der Sphærischen oder gemischten Flecke gegen einer andern Fleche; vnd geschicht solches nur in einem Punct / außgenommen wann eine Conische / Cylindrische / oder sonst andere von einer geraden Lini herkommende gemischte Fleche / auff einer ebenen Fleche lieget. Als dann geschicht das Anrühren auff einer geraden Lini. Also rühret die peripheri A B die gerade CD / im Punct E vnd weiters nicht. Sonst müst gerade nicht gerade seyn nach dem 2. cons. des 7. Elem. dieses. Ingleichen verstehe auch von der peripheri.

21. Der Durchschnit aber geschicht entweder gleich strack durch oder schlim. Sectio est perpendicularis vel obliqua.

22. Der gleiche starcke Durchschnit / sectio perpendicularis, ist / wann eins auff dem andern / als eine Lini auff einer Linien oder Flechen / gleich in oder auffstehet / das ist / so nicht mehr auff eine als auff die ander Seite sich neiget / so wol vnten als oben. Der schlimme Durchschnit sectio obliqua, so hergegen. Vnd werden Linien als Flechen nach dem strack gleichen Durchschnit perpendicular Linien oder Flechen genant / vnd nach dem schlimmen Durchschnit obliquæ, schlimme Linien oder Flechen. Also ist die gerade AB gegen der geraden CD perpendicular, wegen der gantz strack gleichen Auff-

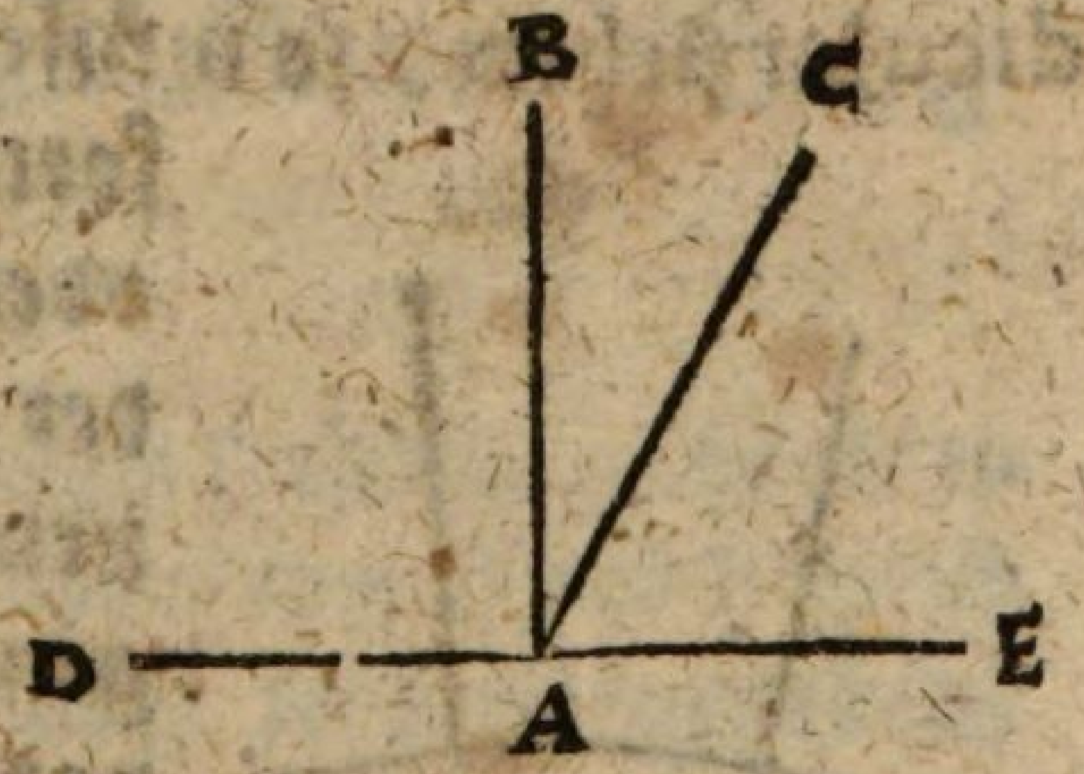


Auffſtellung oder Durchſchnitts / als ſo nicht mehr gegen dem C dann dem D ſich ſencket vnd neiget.

Alſo iſt die Gerade E F gegen die peripheri G H perpendicular, als ſo nach keiner Seiten hanget; ſondern beyderſeits gleich in oder auffſtehet.

Hieraus folget:

1. Wann eine Lini auff eine andere Lini in einer Fleche oder auff eine Fleche perpendicular ſtehet / oder eine Fleche auff der andern / ſo iſt ſolche aus demſelben Punct oder Lini eintzig vnd allein / als vber oder vnter ſich. Dann da zwo / oder mehr ſeyn ſolten oder köndten / müſten ſolche von der erſten ſich ſcheiden / vnd alſo davon abſtehen / hier oder dort hin ſich neigen vnd ſencken. Dahero ſie dann nicht vor perpendicular, ſondern ſchlim zu achten nach dieſem 22 Elem. Wie allhier bey den geraden A B / A C / vnd D E zu vernehmen. Da allein A B gegen dem D E im Punct A gleich in oder auffſtehet / vnd nicht auch A C als ſo gegen dem E ſich ſencket. Conſect.

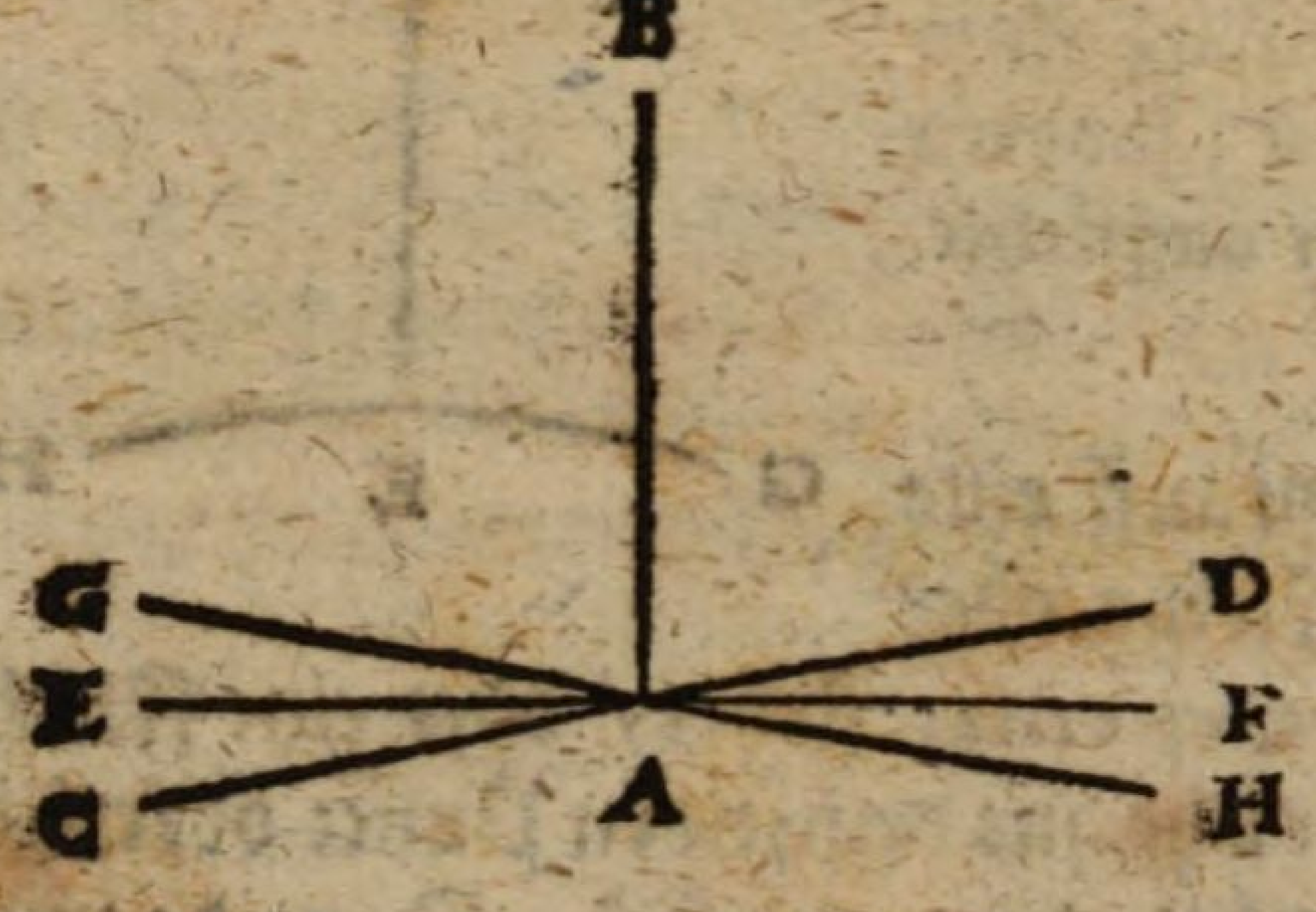


2. Wann eine gerade Lini iſt auff eine ebene Fleche perpendicular geſtellet / ſo iſt jede Ebene durch ſolche perpendicular Lini von oben zu vnten ſtreichende Fleche auch auff dieſelbe perpendicular, vnd wann zwo ebene Flechen ſich vntereinander durchſchneidendt / ſind gegen einer andern ebenen Flechen perpendicular / ſo iſt der gemeine Durchſchnit / als da iſt eine gerade Lini / auch auff dieſelbe perpendicular, vnd hergegen.

3. Wann eine gerade Lini iſt auff eine ebene Fleche

 per-

perpendicular, ist solche auch auff jede gerade Lini in derselbẽ Fleche durch das gemeine Punct streichent/ perpendicular/ vñ hergegen.

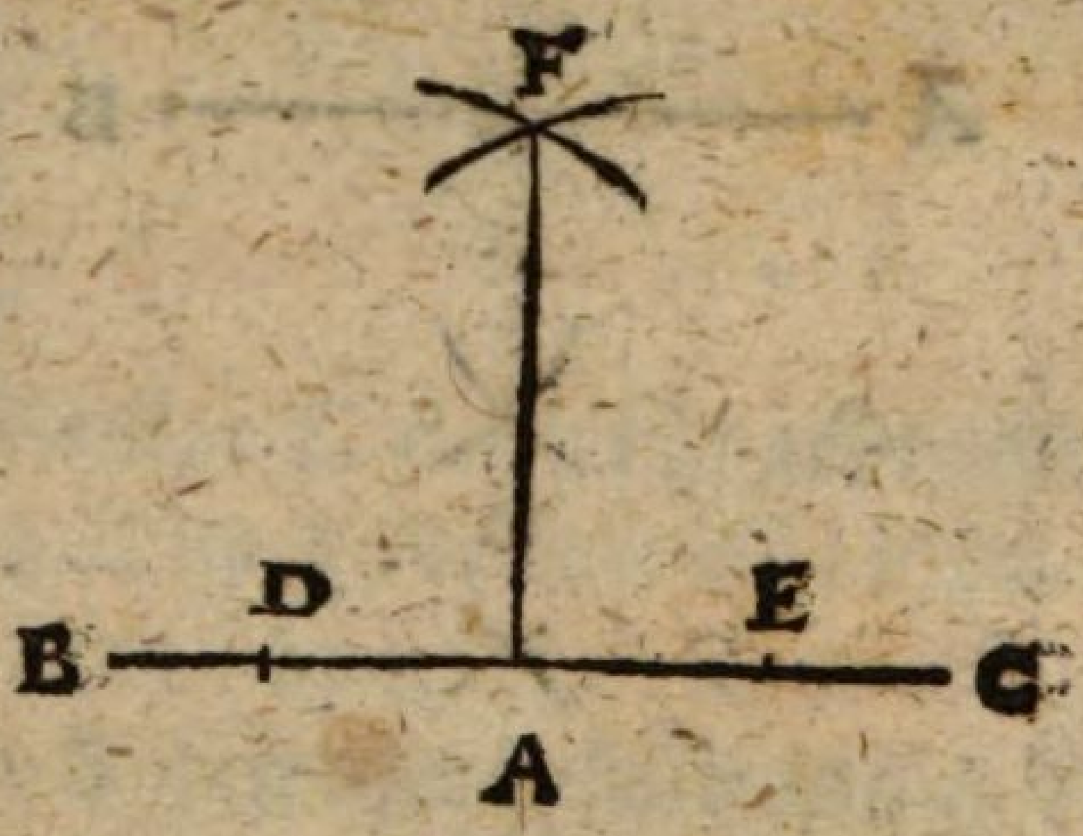


Als allhier/ wañ verstanden wird/ daß die Gerade A B sey auff die gleichsam vntergestelte ebene Fleche CGDH im Punct A perpendicular/ folget/ daß solche auch auff jede in derselben ebenen Fleche durch das Punct A gezogene Gerade/ als CD/ EF/ GH &c. perpendicular stehet.

4 Wann eine oder mehr gerade Linien in der ebenen Fleche/ oder eine oder mehr peripherien in der Sphærischen/ als die grösten/ auff eine ander peripheri perpendicular stehen / so müssen solche/ da sie der gebühr nach fortgeführet / durch das Mittelpunct oder Centrum der peripheri/ so in der Sphærischen Fleche polus genennet wird/ streichen; Vnd hergegen. Dahero wann solches Punct vor Augen stehet / ist gar leicht nach dem 2. postulato aus jedem andern vorgegebenen Punct in oder ausser der vorgegebenen peripheri eine perpendicular auff dieselbe zu ziehen; wie beygesetzte Figur gnugsam zu verstehen gibt. Sonsten da solch Punct nicht vor Augen / wird damit verfahren / wie in Stellung einer geraden

raden perpendicular gegen einer andern geraden; welches nun auff zwey Wege geschicht/ Als erstlich/ wann eine perpendicular aus einem Punct in der vorgegebenen geraden Lini zu ziehen ist/ nemlich also:

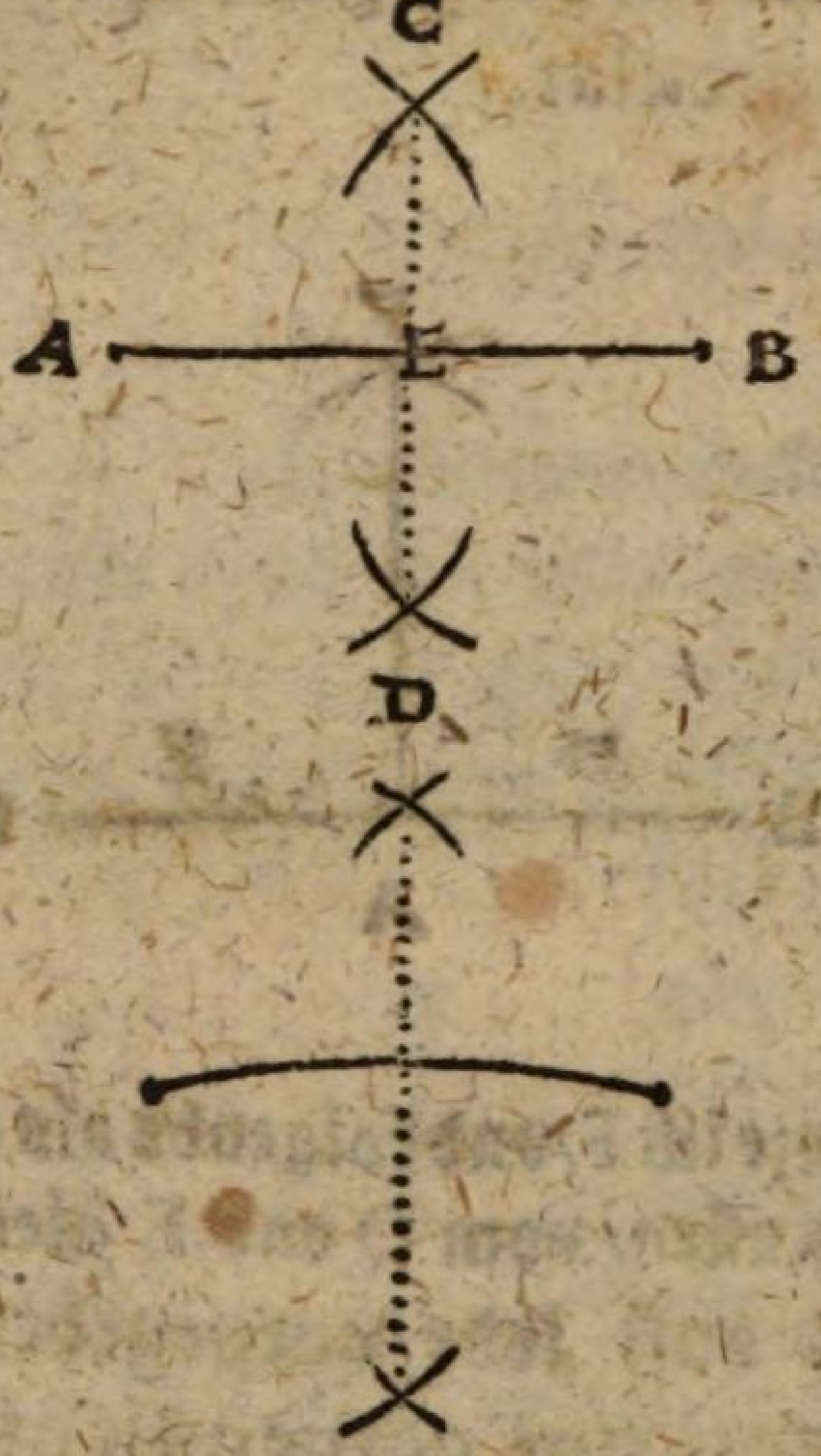
23. Zeichne in der vorgegebenen geraden Lini vom vorgegebenen Punct beyderseits einen Punct / in gleicher Weite/ vnd dann aus denselben zwen gleiche Circkelriß/ verstehe in einer Weite / gethan/ so sich durchschneiden / so ist die Gerade vom Durchschnit/ zu dem vorgestelten Punct auff die vorgegebene Lini perpendicular.



Als es sey aus dem A der vorgegebenen Geraden B C eine perpendicular Lini zu ziehen. Dahero so vom Punct A in der Geraden B C zwey gleiche Puncten gezeichnet D vnd E/ werden aus denselben nach gefallen zwen gleiche Circkelriß / so sich oben im F durchschneiden/ gethan/ kömpt die Gerade vom F zum A/ als A F auff die vorgegebene Gerade B C perpendicular. Dann solche im A/ wie im F/ vnd folgends als eine gerade Lini/ in den andern Puncten allen/ vom D vnd E gleich in oder auffstehet. Eben also wird auff jede vorgegebene peripheri aus jedem derselben Punct eine perpendicular Lini/ als in der ebenen Fleche nach der Geraden/ vnd in der Sphærischen nach der grösten peripheri/ gezogen. Aus diesem entspringet nu jeder geraden Lini oder peripheri, in 2. 4. 8. 16. vnd in solcher subdupla proportione vnzehlbare gleiche Theil/ Zerlegung oder Abtheilung. Dann da die gantze Lini erstlich in 2. gleiche Theile zertheilet/ vnnd jedes derselben wieder in 2/ kommen 4/ vnd jeder solcher wieder in 2/ werden 8/ vnnd so fort an. Die Theilung aber

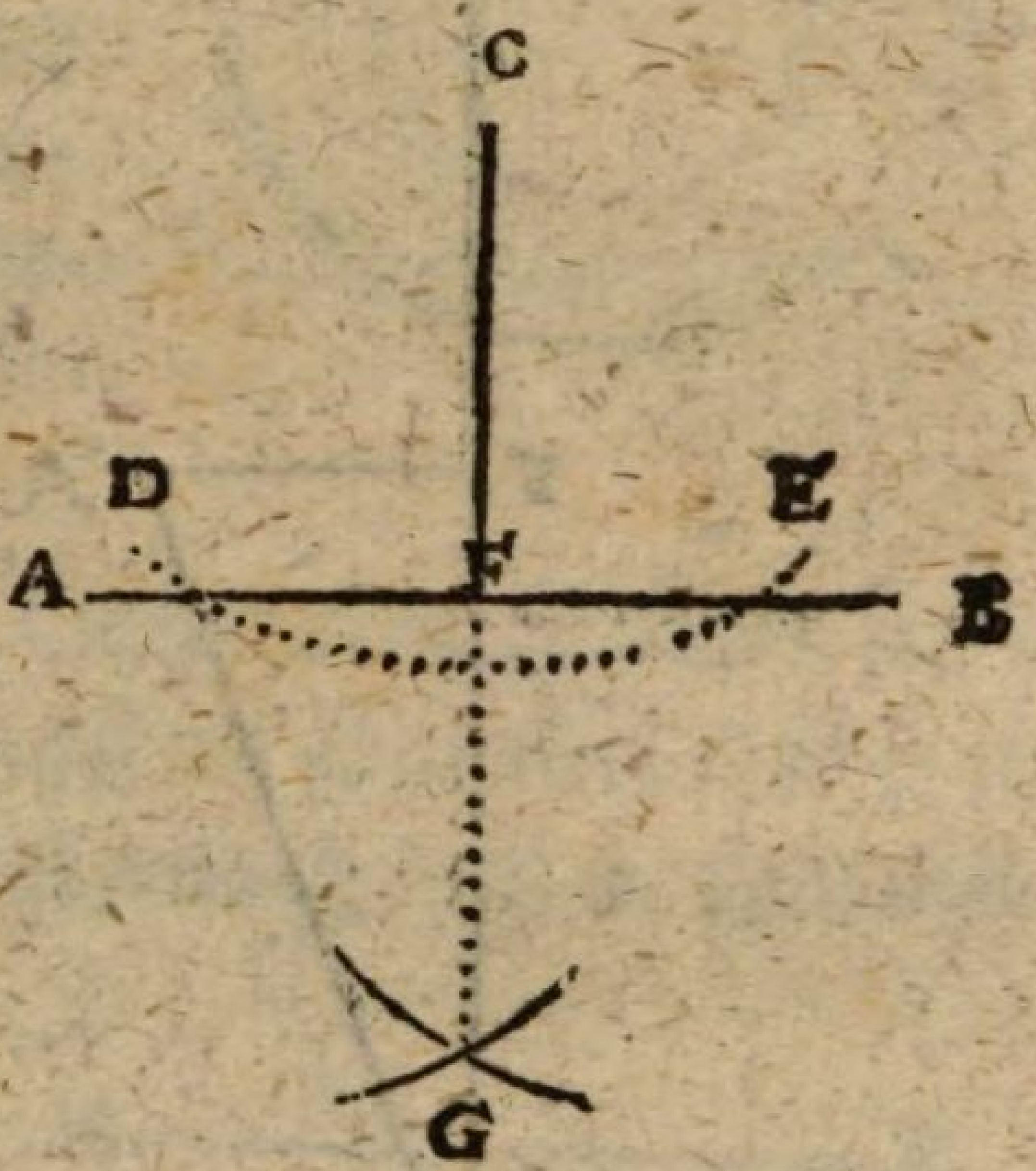
aber jeder geraden Lini oder peripheri in 2. gleiche Theil wird also verrichtet.

24. Zeichne aus den Endpuncten oder sonst zweyen andern vorgegebenen Puncten in vorgestelter Lini zwen gleiche Circkelriß / so sich oben vnd vnten vnterschneiden/ dann durch solche Durchschnitte in der Eben eine Gerade/ vnd in der Sphærischen Fleche die gröste peripheri gezogen/ kömpt solche nicht allein gegen die vorgestelte gerade Lini oder peripheri perpendicular/ sondern theilet dieselbe auch gleich in der mitten. Als es soll die Gerade oder peripheri AB gleich in der mitte/ nemlich in 2. gleiche Theil zerleget werden. Dahero aus oder vmb A vnd B zwen gleiche Circkelriß geführet/ so dort im C vnd hier im D sich durchschneiden; dann vom C zum D eine gerade Lini in der Eben oder die Gröste peripheri/ in der Sphærischen Fleche/ gehen lassen/ wird dadurch die vorgegebene Lini AB nach Begehren in 2. gleiche Theil abgetheilet im Punct E. Dann weil CD in der Eben als eine Gerade nicht allein in den Puncte C vnd D/ sondern allen andern/ so darzwischen/ gleiche Weit vom A vnd B absteht/ muß solches auch geschehen im Punct E. Also verstehe auch von der grösten peripheri in der Sphærischen Fleche/ als so gleichsam in die Gerade fleust. Dahero AE sich mit BE gleichen muß. Gnug hievon/ Nun folget/ wie man eine perpendicular Lini soll aus einem/ ausser der vorgegebenen Geraden oder peripheri stehenden Punct/ auff dieselbe fallen lassen.



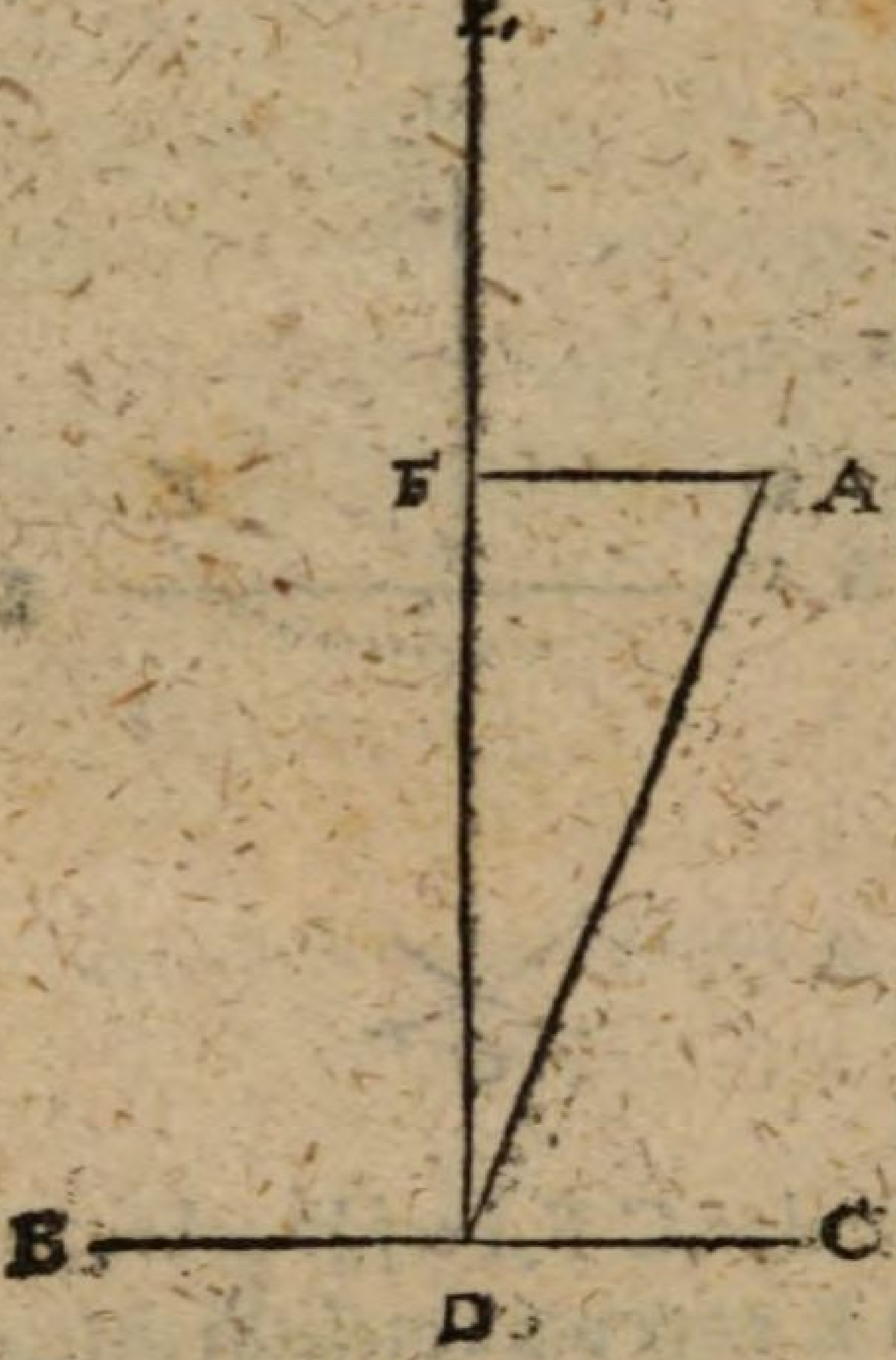
25. Zeich-

25. Zeichne in der vorgegebenen Lini von dem vorgebenen Punct in einer Weiten zwey Puncta / vnnd dann durch das vorgehende Element das Mittel darzwischen gesucht/thut die Gerade vom selben zum vorgegebenen Punct auff die vorgegebene Lini perpendicular stehen. Als auff die Gerade AB / soll aus dem Punct C/so ausser derselben ist/eine perpendicular Lini gezogen werden. Daheero mit vnverrucktem Circkel als in einer weite/aus dem C die beyde Puncten D vnd E in der vorgegebenen Lini AB gezeichnet / wird durch das vorgehende 24. Elem. das Stück DE im F gleich in der mitten zertheilet; Vnd dann vom F zum C eine gerade Lini gezogen / ist solche auff AB perpendicular Doch kan das Punct F zugleich mit der gesuchten perpendicular CF herfür gebracht werden/ wann nemlich aus dem D vnd E oder vmb dieselbe Gleiche Circkelriß geschehen/ so im G sich vnterschneiden. Dann die Gerade vom C gegen dem G biß zu AB felt nicht allein auff AB perpendicular/sondern auch in das F mitten zwischen D vñ E/vñ ist der Beweis mit dem im vorgehendem Elem. gleich. Auff eine ebene Fleche aber aus jedem vber solche in der Höhe stehenden Punct eine perpendicular Lini hernieder zu lassen/ verhalte dich also:



26. Las aus dem vorgegebenen Punct auff eine in derselben Fleche gezogene gerade Lini durch das vorgehende 25. Elem. eine perpendicular Lini streichen / vnd dann aus derselben Durchschnitspunct in der ebenen Fleche eine andere/ als liegende perpendicular Lini / durch das 23. Elem. dieses/gezogen/ thut auff dieselbe aus dem in der Höhe dargegebene Punct fallende perpendicular Lini /als die

dritte/ auch auff die vorgestelte ebene Fleche perpendicular stehen. Als aus dem in der Höhe stehenden Punct A soll auff die untergestelt ebene Fleche/ darinn die Gerade B C nach beliebung gezogen/ eine perpendicular Lini hernieder gelassen



werden. Derowegen aus dem A auff die Gerade B C durch das vorgehende 25. Elem. eine perpendicular Lini gehen lassen/ AD/ und dann aus dem D durch das vorgehende 23. Elem. in der Eben die perpendicular DE unendlich nach der Gegend des Puncten A fortgeführet/ muß auff solche aus dem A nach dem 25. Elem dieses gezogene perpendicular AF/ als die dritte auff die untergestelte ebene Fleche auch perpendicular kommen. Dann dieselbe an sich selbst weder vor sich nach dem E noch hinterwerts nach dem D hanget/ auch wegen der perpendicular Lini A D weder zur Rechten gegen dem C/ noch zur Lincken gegen dem B mag/ und also allerseits auff die ebene Fleche B E C gleich in oder auffstehet. Dahero auch auff dieselbe perpendicular ist.

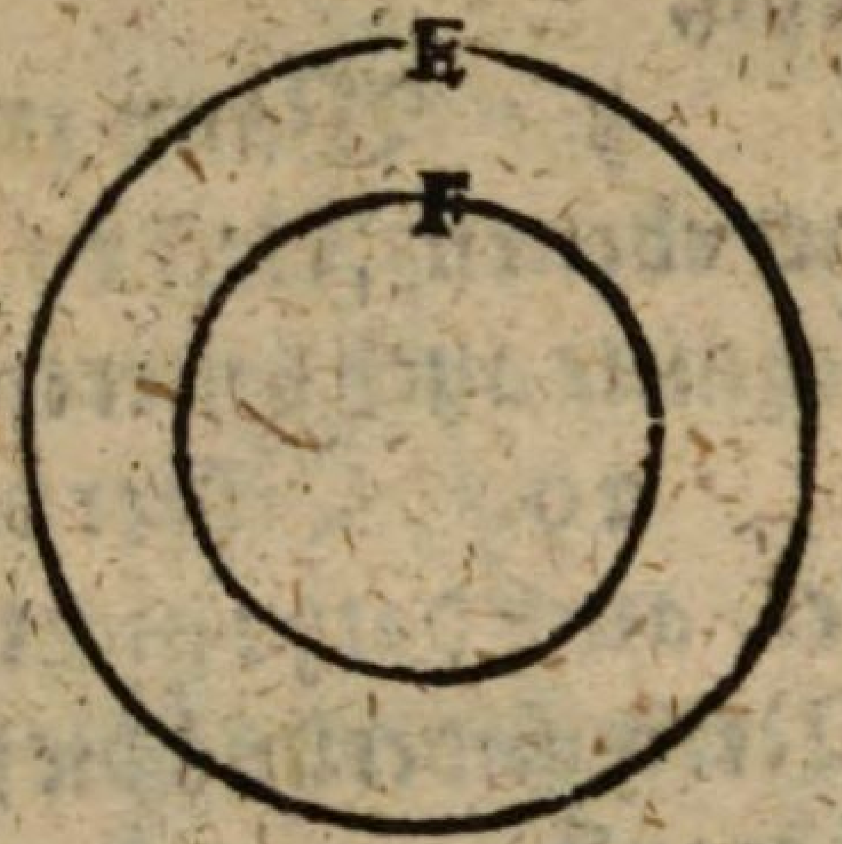
27. Linien oder Flechen/ so nicht zusammen kommen können/ sind entweder Parallel oder nicht Parallel.

28. Parallellinien oder Flechen sind/ so allenthalben gleiche Weit von einander abstehen; Dahero dann solche nicht zusammen gelangen mögen/ ob sie schon unendlich fortgeführet würden. Also

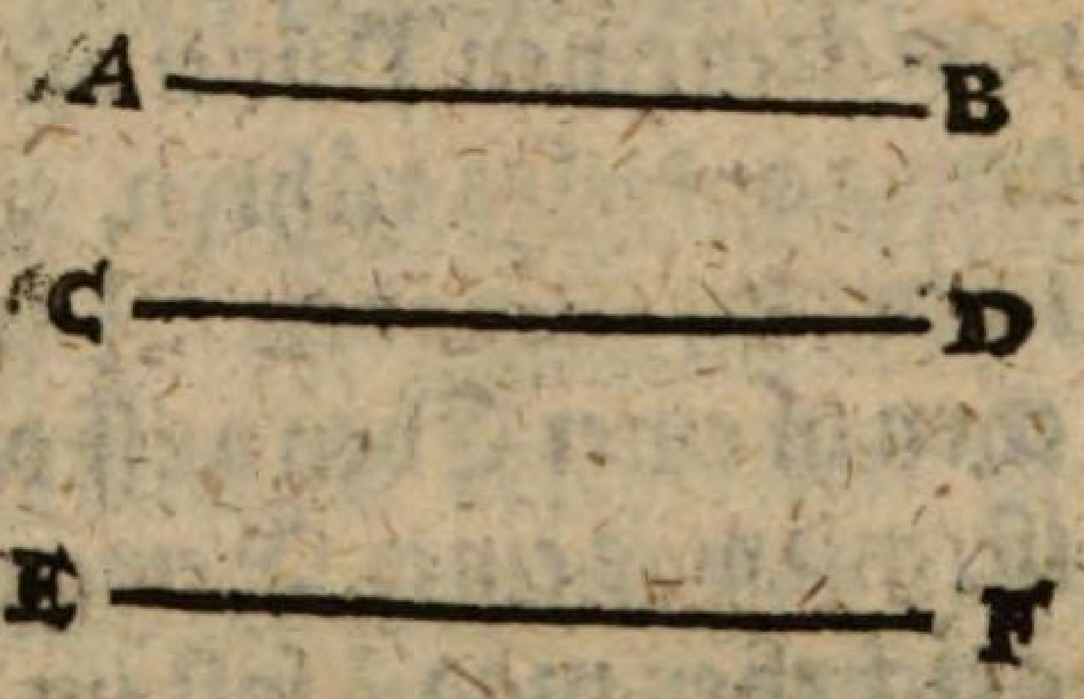
seyn die Geraden AB und CD gegen einander Parallel/ als welche allenthalben in allen Stücken oder Puncten gleiche Weit von einander abseyn. Und wird solche Weite bevorab nach der perpendicular Lini/ als der kürtzesten verstanden und genommen. Also seyn die

peri-

peripherien E vnd F auch Parallel / wegen einer oder gleicher Weite / so sie allenthalben von einander haben, Vnd werden solche aus einem Punct in vngleicher Weite herfür gebracht / da hergegen die Geraden aus zweyen zum wenigsten vnnd in einer oder gleicher Weite. Also verstehe auch von den Parallel Flechen / deren Exempel gnugsam vor Augen. Vnd wird ferner von den Parallel Linien vnd Flechen also geschlossen.



1. Wann zwo oder mehr Linien oder Flechen seyn gegen der dritten / vierdten oder fünfften Parallel / so sind solche vntereinander auch Parallel / nach dem 2. axioma. Als AB vnd CD seyn gegen der dritten EF Parallel. Dahero sind AB vnd CD auch vntereinander Parallel.



2. Wann zwo oder mehr gerade Linien in einer ebenen Fleche seyn gegen der dritten / vierdten vñ fünfften ꝛc. oder auff eine ebene Fleche perpendicular / sind solche vntereinander auch Parallel ; vnd da der Parallen eine gegen einer andern geraden Lini oder ebenen Fleche ist perpendicular / ist oder sind die andern auch gegen oder auff dieselbe Lini oder Fleche perpendicular. Denn die perpendicularen stehen beyderseits auff der geraden Lini vnd allerseits auff der ebenen Fleche gleich in oder auff nach dem 22 Elem dieses / daß also keine zu der andern jrgends sich nahet / dahero sie denn vnter

ter einander in gleicher Weite bleiben / vnd also Parallel seyn.

3. Wann zwo oder mehr Parallel Flechen werden von einer ebenen Flechen durchschnitten / seyn solche Durchschnitte auch vntereinander Parallel.

29. Vnter den Linien oder Flechen / so nicht Parallel / auch darzu nicht zusammen kommen / sind nicht ohne Verwunderung die jenigen zu betrachten / so allzeit sich näher zusammen thun / je weiter sie gebührlichen fortgeführet werden. Dann allzeit näher vnd doch nimmer zusammen kommen / scheinet fast der Vernunfft ein vnmüglich Ding zu seyn / doch seynd Exempel in Zahlen vnd Linien vor Augen. Exempel in Zahlen geben die Extractiones radicum aus den numeris surdis. In Linien / wann in einem gemeinen Punct viel peripherien eine Gerade nach dem 20. dieses rühren. Dann je grösser die peripheri / je näher der Geraden. Wie aber dergleichen Linien oder Flechen in einer Eben auff das füglichste zu verzeichnen / das ist / mit was einer Bewegung eines Puncten oder Linien es geschehen mag / soll im andern Theil vnser Geometriæ angezeiget werden; An jetzo müssen wir vns wieder zu den zusammen lauffenden Linien vnd Flechen / als so insonderheit Winckel vnd Figuren machen / vnnd verursachen / wenden.

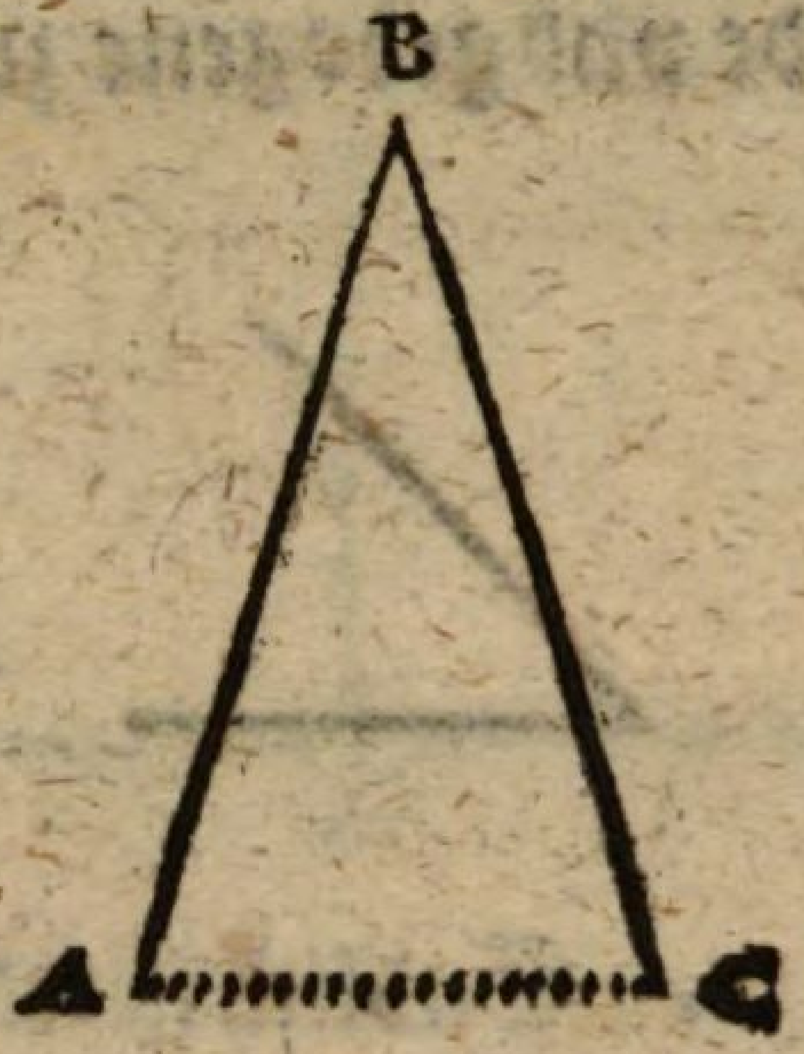
Das dritte Capitel

Von den Winckeln.

I.

Ein Winckel ist / was die in einem Punct zusammen stossende Linien oder Flechen / am Raum beschliessen. Vnd werden solche

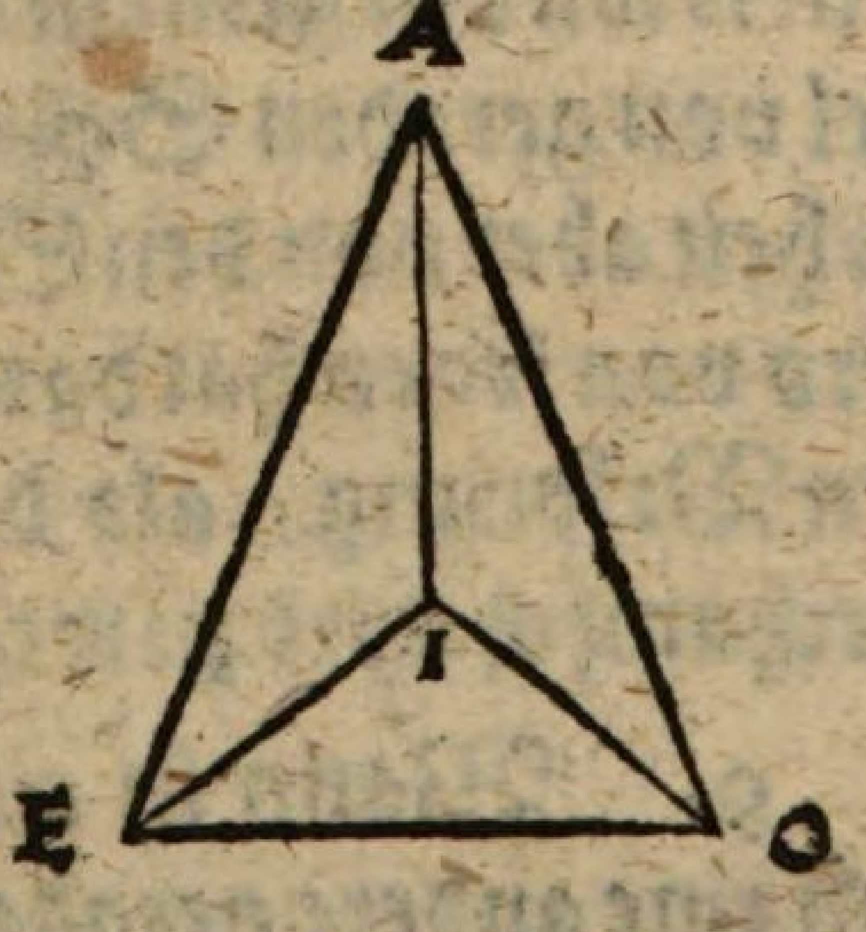
solche Linien oder Flechen Schenckel/crura genant/ vnd die darundter gestelte Lini oder Fleche basis. Also beschliessen im Punct B die geraden Linien A B/B C einen Winckel A B C/ dessen Schenckel oder crura sind die besagten geraden A B/B C/ die basis aber die Gerade vom A zum C/ als darauff die Schenckel gleichsam ruhen/ vntergestelt.



2. Ein jeder Winckel ist flach oder cörperlich. Angulus est superficialis vel solidus.

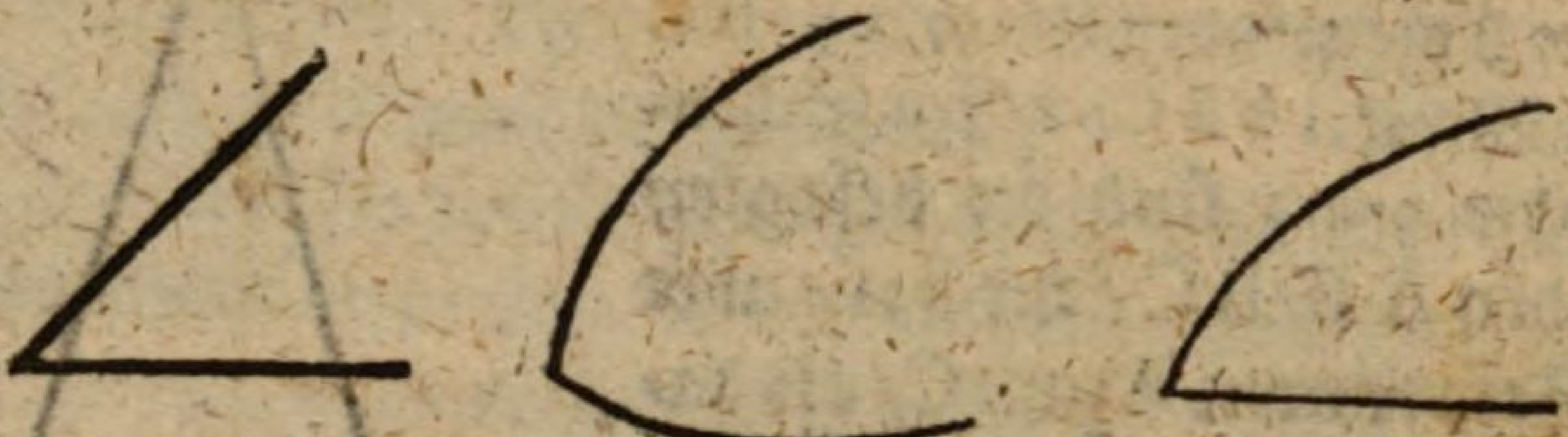
3. Ein flacher Winckel/angulus superficialis ist/ so auff einer Fleche von zweyen Linien beschlossen ist/ als da ist der vorgesetzte Winckel A B C.

4. Ein cörperlicher Winckel/ angulus solidus, ist/ so von dreyen oder mehr in einem Punct zusammenkommenden Flechen oder flachen Winckeln beschlossen ist. Doch wird der Conische Winckel von den cörperlichen nicht gar ausgeschlossen/ als so nur mit einer Fleche vmbgeben ist/ vnd dahero eigentlich hieher nicht gehöret. Also wird allhier im Spitz A ein cörperlicher Winckel verstanden/ als so von den dreyen flachen Winckeln E A I/I A O vnd E A O gleichsam vmbgeben/oder beschlossen ist.



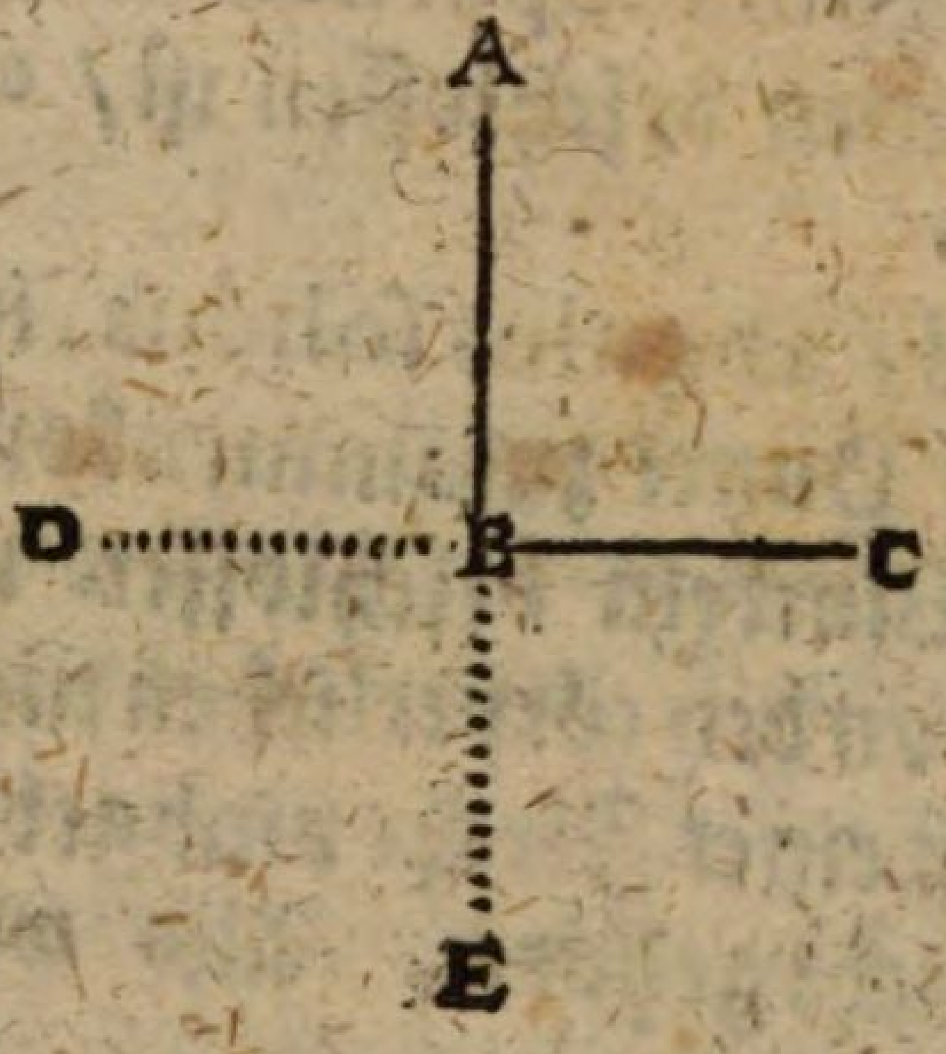
5. Ein jeder flacher Winckel ist entweder eben/ als so in einer ebenen Fleche/ oder Sphærisch/ so in einer Sphærischen/ bevorab von den grösten peripherien beschlossen; oder gemischt/ so in einer gemischten Fleche.

6. Ferner hat jeder Winckel einerley art Schenckel/ oder nicht / als entweder gerade oder gebogene ; oder gerade vnd gebogene zugleich.



7. Endlich ist jeder Winckel recht oder schlim.

8. Ein rechter Winckel / angulus rectus, ist / dessen Schenckel gegē einander perpendicular stehen. Also ist der hierbey gesetzte flache ebener Winckel A B C ein rechter Winckel/



weil seine Schenckel A B vnd B C vnter einander perpendicular sind. Dann es werde gleich A B, vnter sich fortgeführet in das E/ oder B C hinter sich in das D / so stehet jedweder Schenckel beyderseits gleich in oder auff ; vnnd verursacht also gleiche Winckel. Dahero von den rechten Winckeln mit geraden Schenckeln/ als den rectis recti

Consect. cruris wird in gemein also geschlossen. Alle rechte Winckel von geraden Schenckeln / sind einander gleich; insonderheit aber von den Sphærischen/ so in einer Sphær. Dahero von jenen hat das gemeine Winckelmaß/ norma, seinen Vrsprung / als dadurch ein solcher rechter Winckel mechanisch wird zu wege gebracht vnd examiniret.

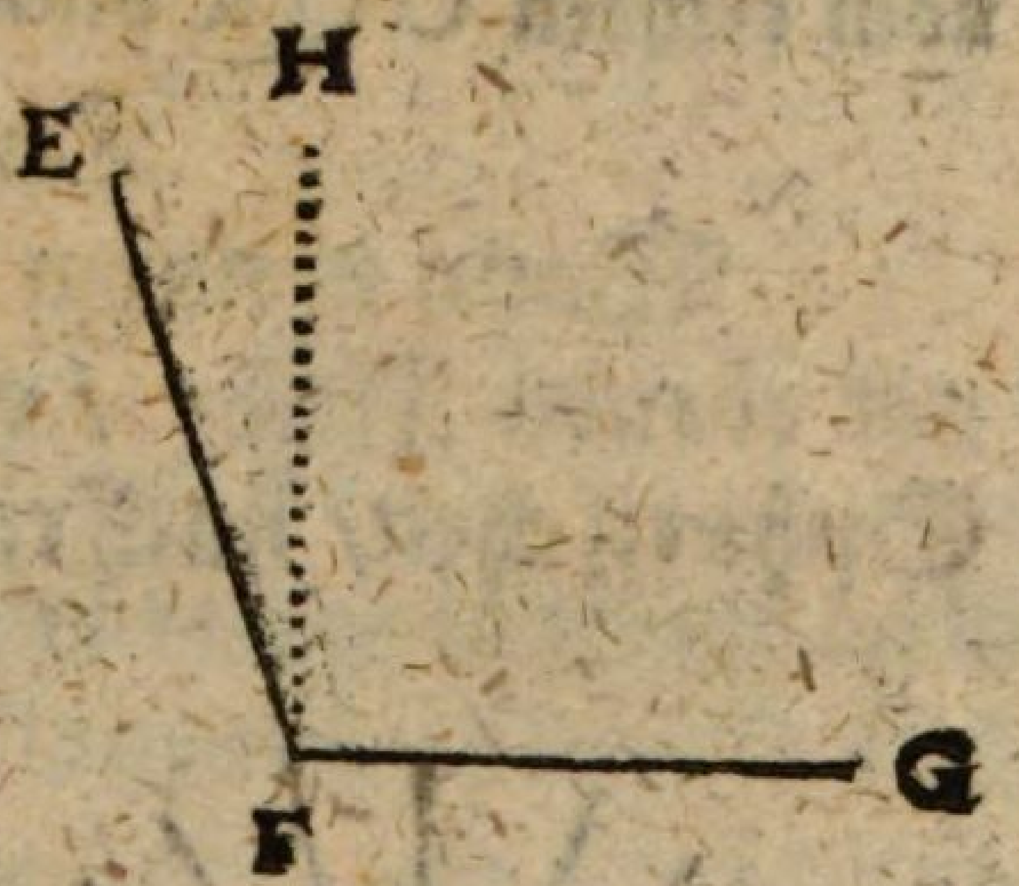
9. Wann in einer ebenen Fleche eine gerade Lini auff eine andere gerade / oder in einer Sphærischen Fleche eine peripheri auff die ander (von den grösten verstehe es

all-

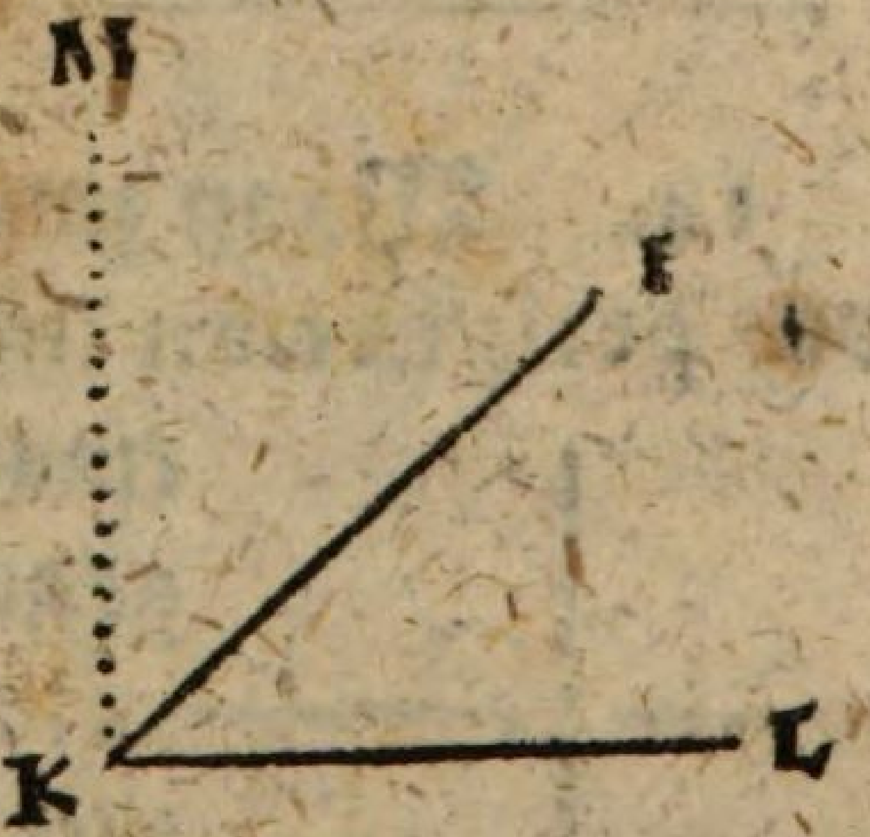
allzeit/ wie das 5. Elem. dieses dahin weiset) perpendicular stehet/ machen solche mit einander zwen rechte Winckel. Also thut die Gerade A B mit der Geraden CD/ als auff welche sie perpendicular stehet / zwen rechte Winckel BAC vnd BAD machen nach dem vorgehenden 8 Elem.

10. Ein schlisser Winckel/ angulus obliquus, ist / dessen Schenckel gegen einander nicht perpendicular / sondern schlim stehen; vnd ist solcher entweder stumpff oder scharff.

11. Ein stümpffer Winckel/ angulus obtusus, ist/ so grösser als ein rechter ist. Also ist der hiernechst gesetzte flachebener Winckel mit geraden Schenckeln EFG ein stumpffer/ als so grösser dann der rechte HFG/ so die perpendicular FH mit FG machet.



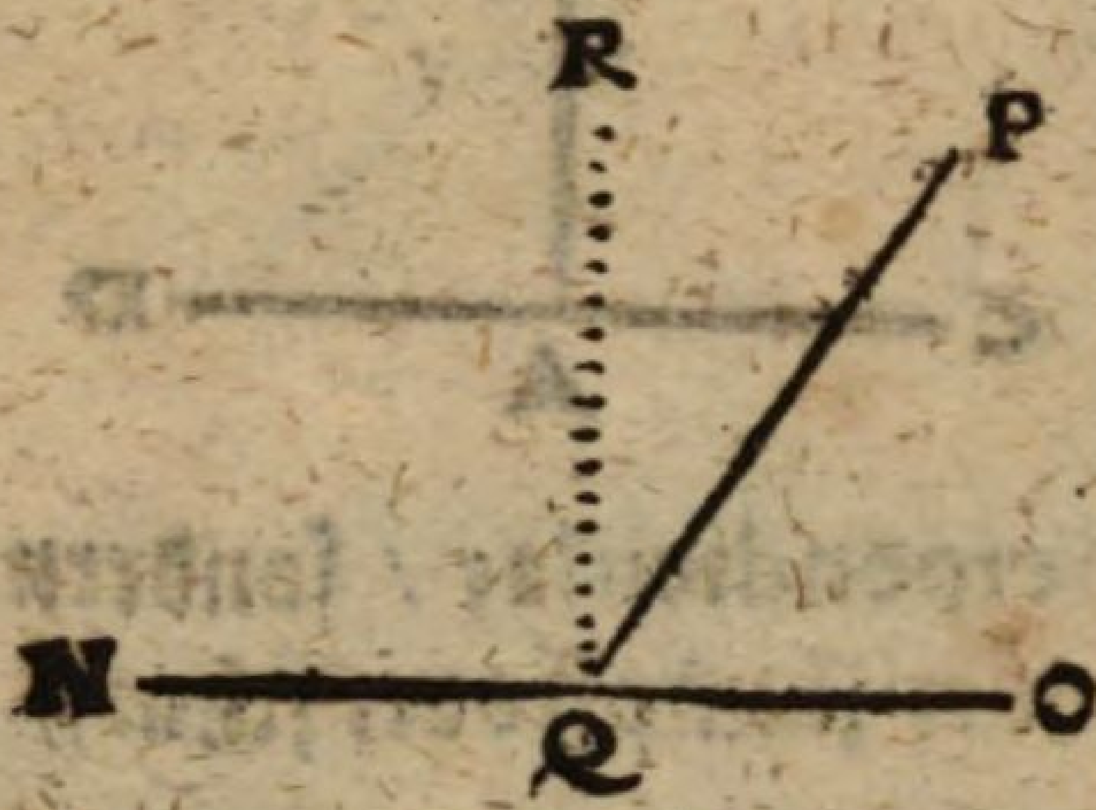
12. Ein scharffer Winckel/ angulus acutus ist/ so kleiner als ein rechter ist. Also ist der Winckel IKL mit geraden Schenckeln ein scharffer/ als so kleiner dann der rechte MKL/ welchen die perpendicular MK mit KL dargibt. Jeder scharffer oder stumpffer Winckel aber ist von einerley art Schenckeln mit dem rechten zu verstehen.



13. Wann in einer ebenen Fleche eine gerade Lini auff die ander schlim gestellet / machen solche zwen schlisse Winckel/

oder in einer Sphaerischen oder peripheri

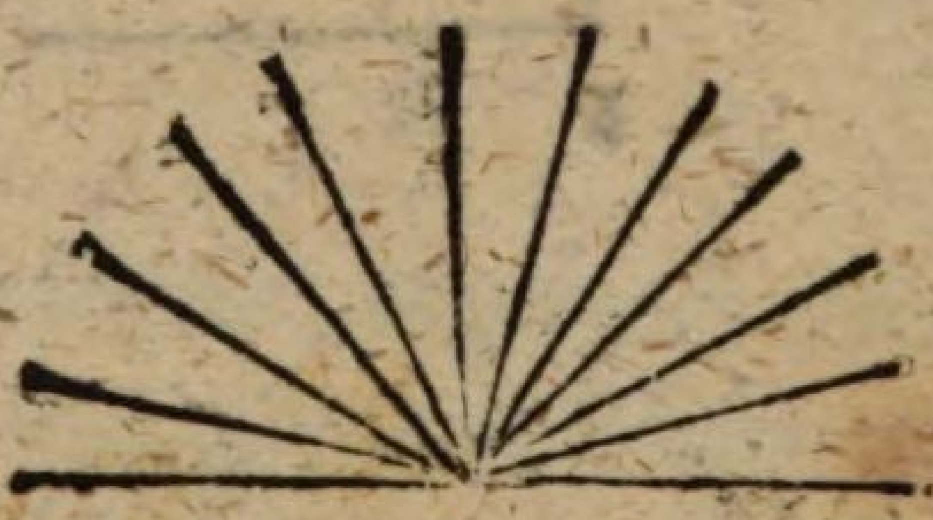
ckel/ als einen stumpffen nach einer / vnnd einen scharffen nach der andern Seiten / so zusammen zwen rechte thun/ oder sich mit zweyen rechten gleichen. Denn sie eben den Raum in sich begreiffen/ dann zwen rechte vermögen. Also machet die Gerade P Q / so gegen N O schlim gestellet / mit N O im Punct Q zwen schlimme Winckel/ als einen stumpffen P Q N nach der lincken / vnd einen scharffen P Q O nach der rechten Hand/ so zusammen sich mit zweyen rechten Winckeln gleichen / wegen eines oder gleichen Raums / so sie mit denselben haben.



Dann wie jener der stumpffe N Q P den rechten N Q R vbertrifft vmb den Winckel P Q R / also hergegen wird der scharffe O Q P vom rechten O Q R vmb denselben Winckel P Q R vbersetzet.

Dahero

Consect. Wann in einem Punct auff einer geraden Lini in einer ebenen Fleche / oder auff einer peripheri in einer Sphærischen/ nach einer Seiten/oben oder vnten gleichsam vnzehlbare Lini zusammen kommen/vnd Winckel machen / thun solche doch nicht mehr denn zwen rechte / wegen Gleichheit des Raums / gelten vnd hergegen.

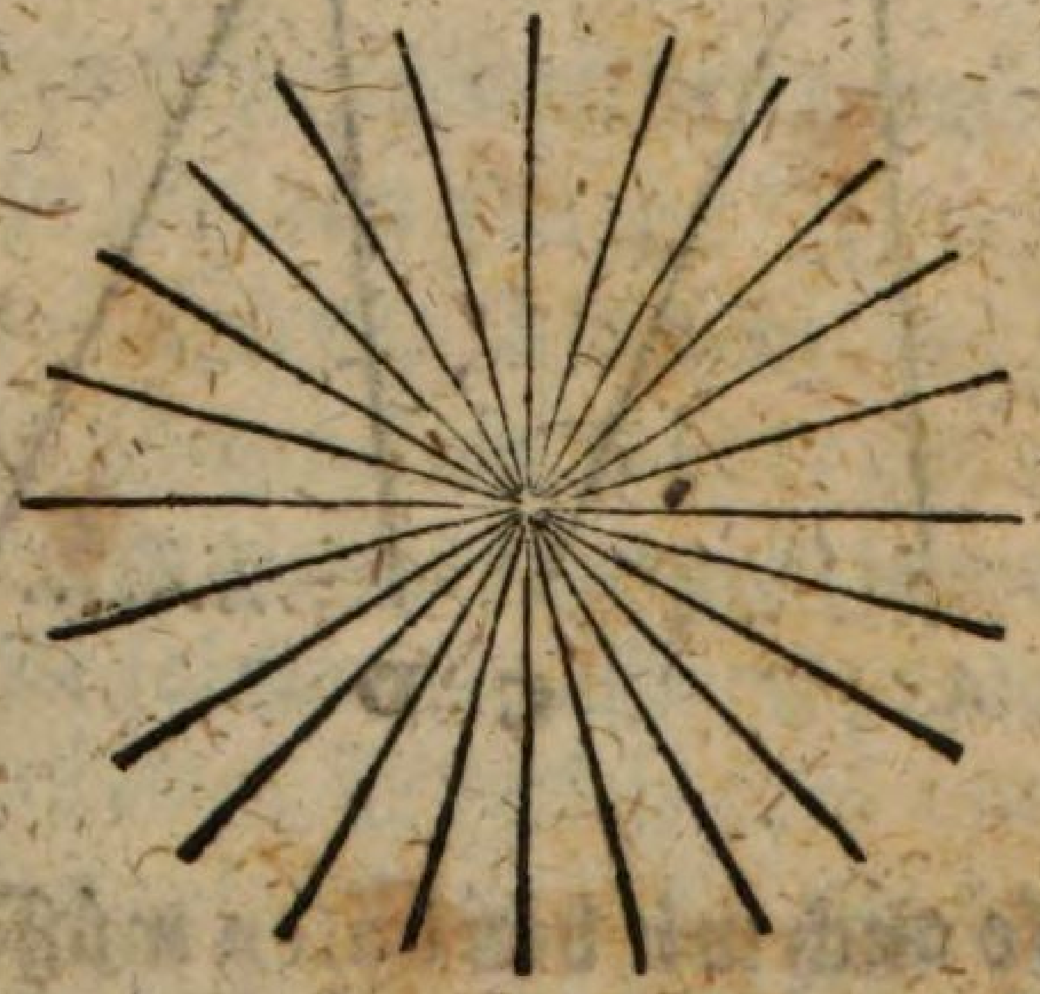


14. Wann zwo gerade Linien in der Ebenen oder zwo peripherien in der Sphærischen Fleche sich mit einander durchschneiden/ so sind die entgegen stehende Winckel / anguli verticales, vntereinander/vnd alle zusammen vier rechten Winckeln gleich. Dann solche Linien seyn gegen einander perpen-

dicular / oder schlim / durch das 2). Elem. des 2. dieses. Sind sie perpendicular / so gibt es vier rechte Winckel nach dem 9. Elem. dieses / als zwen nach einer / vnd zwen nach der andern Seiten; so sich durch das Cons. des 8. Elem. dieses gleichen; vnd also auch die verticalen oder entgegenstehende. Sind solche Linien gegen einander schlim / wie allhier AB / vnd CD im Punct E / so seyn im selben die entgegenstehende als AEC / vnd BED / wie auch AED / vnd BEC einander gleich. Dann jeder scharffer Winckel / als AEC / thut mit jedem anstehenden stumpffen Winckel / als mit AED / oder BEC zwen rechte Winckel nach dem vorgehenden 13. Elem. Derowegen durch das 4. axiom. der Winckel AED dem BEC als seinem verticali gleich ist. Also ist der Beweis auch von den scharffen Winckeln AEC vnd BED. Daß aber solche sämptlich nicht mehr denn vier rechte machen / gibt das vorgehende 13. Elem. klar. Dann wie oben also auch vnten gleichen sie sich mit zweyen rechten / vnd also sämptlich mit vieren. Dahero

Consect.

1. Alle Winckel vmb ein Punct in einer eben oder Sphærischen Fleche / thun zusammen mehr nicht dann vier rechte.

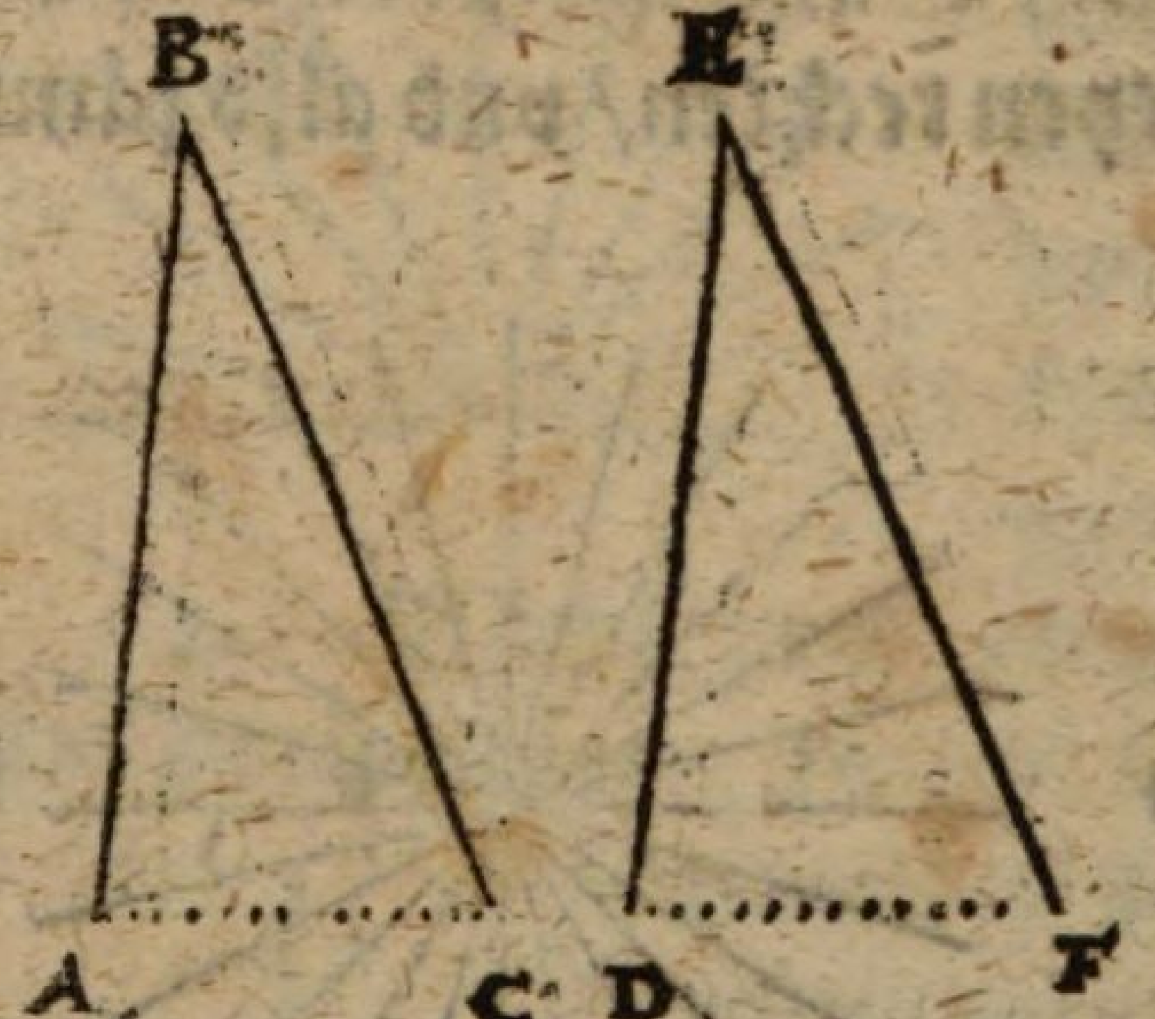


2. Alle flachebene Winckel / so einen cörperlichen Winckel vervrsachen / sind

sämptlich kleiner als vier rechte / sonsten köndten sie keinen solchen Winckel dargeben. Hiernach folget von gleichen Winckeln ferner in gemein also:

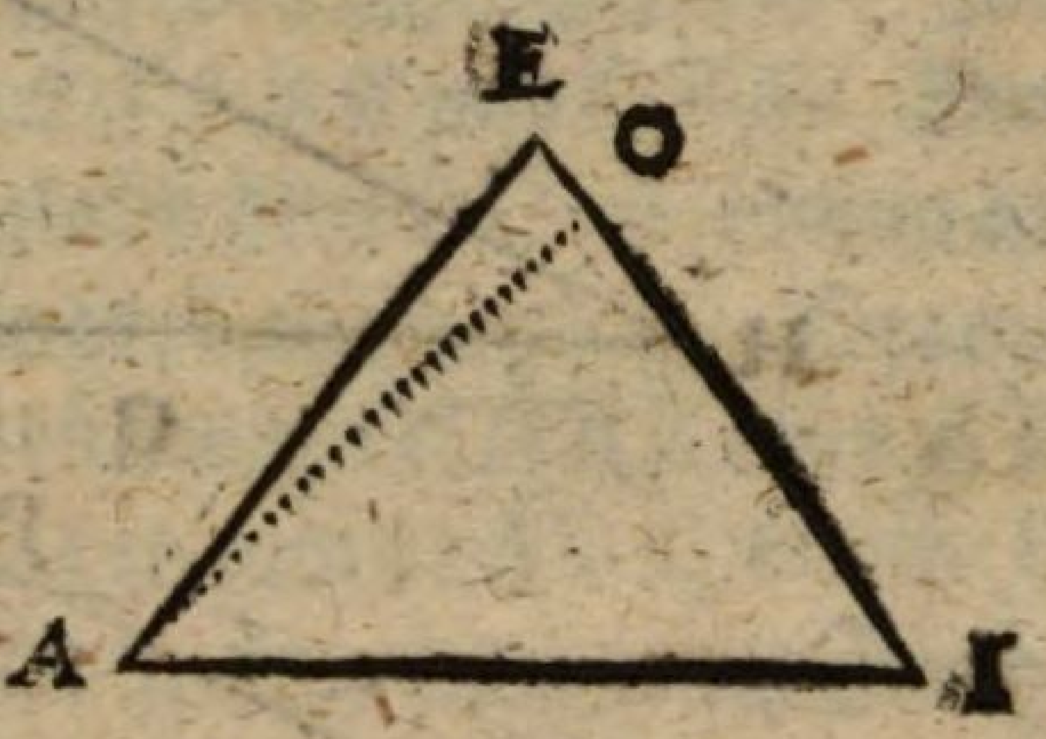
15. Wann zwen oder mehr Winckel in oder auff einander gefüget / mit den Schenckeln in allen Stücken vnd Puncten richtig zutreffen / sind solche einander gleich / vnd haben auch gleiche bases, oder gleichsam eine gemeine basin; nach dem 9. axiom. Dann solcher gestalt alle vor einen Winckel zu achten. Hergegen aber folget nicht als-bald / diese oder jene Winckel sind gleich / derowegen müssen in derselben Zusammenfügung die Schenckel vnd bases sich auch vntereinander gleichē / sondern also wird recht gesetzt.

16. Wann zwen oder mehr gleiche Winckel haben vntereinander gleiche Schenckel / oder einen gemeinen Schenckel / doch daß sie sich mit den andern zusammen lencken / so haben sie auch gleiche bases; oder Winckel / so da haben vntereinander gleiche Schenckel vnd gleiche bases / oder eine gemeine basin / sind einander gleich. Als die hierfolgende Winckel von geraden Schenckeln ABC vnd DEF / sind einander gleich / vnd haben darzu vntereinander auch gleiche Schenckel / als AB ist gleich dem DE / vnnd BC gleich dem EF. Dahero die basis des ersten als die Gerade vom A zum C ist der basi des andern als der Geraden DF gleich. Dann solche gebührender massen zusammen gefüget / wie mit den Schenckeln / also auch mit den basen müssen richtig zutreffen. Also verhelt es sich auch mit den gleichen Winckeln im A vnd I / so zum gemeinen Schenckel haben AI / vnd kommen mit den andern Schenckeln



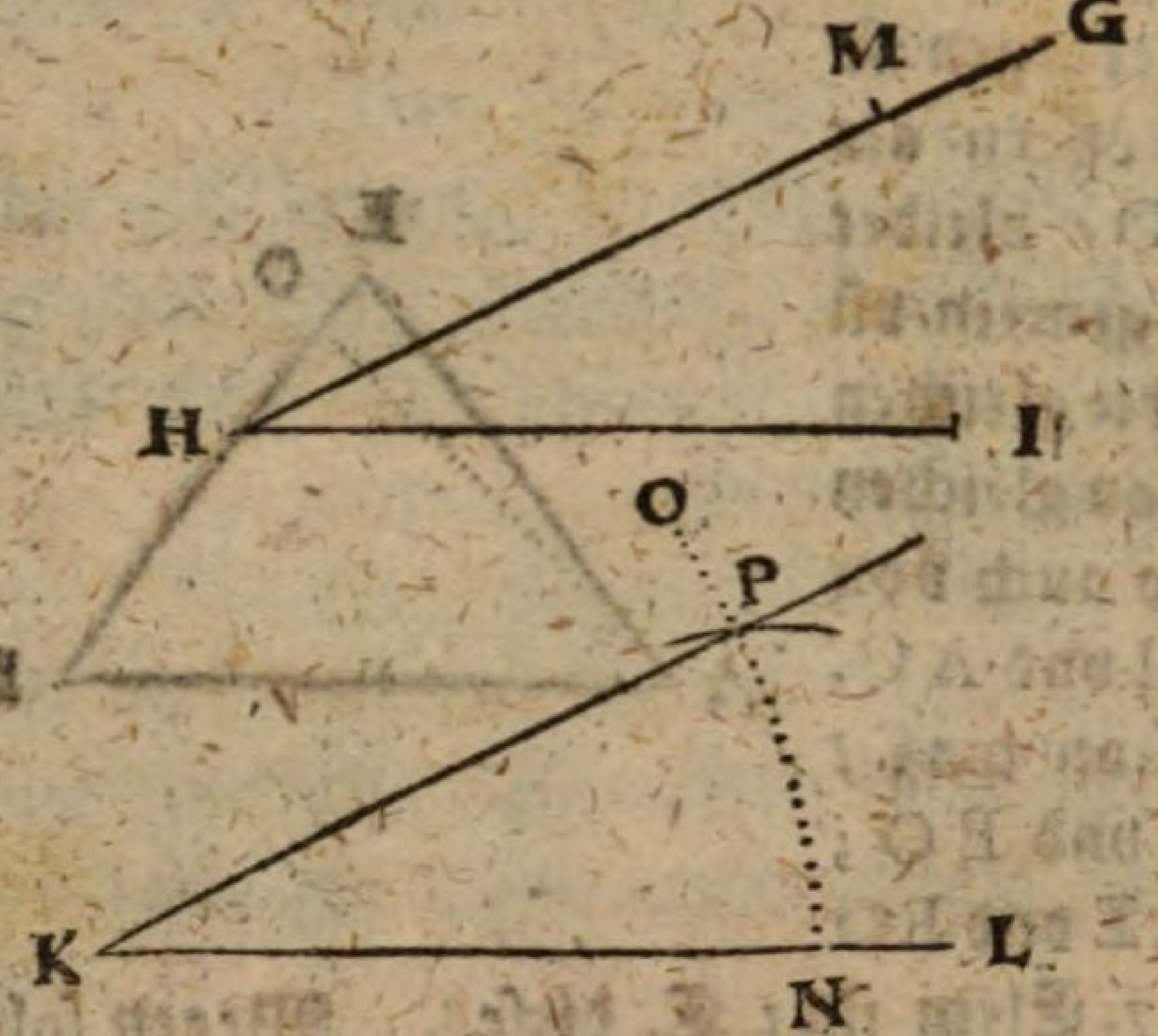
im

im E zusammen/daß EI als die basis des ersten im A/sich mit AE/ als der base des andern im I gleichet. Doch da jemand diesem nicht bald Beyfall geben wolte / mit fürgeben / es were EI grösser als AE/oder hergegen; so nim dz kleinere vom grössern/ als AE vom EI durch IO / bleibet EO. Dahero weil AI gemein/vñ AE gleich IO/so sind die gleichen Winckel im A vnd I von gleichen Schenckeln; vnnd also auch von gleichen basen; als EI vnd AO. Welches aber nicht seyn mag / dann EI ist gleich AE vnd EO; AO aber kleiner als AE vnd EO nach dem 1. conſ. des 7. Elem im 2. C. dieses. Wegen solches nichtigen Schlusses nun / folget das EI nicht grösser / sondern dem AE gleich ist. Vnd weil also die Winckel ABC vnd DEF/ wie auch die beyde im A vnd I vntereinander sich gleichen an Schenckeln vnd basen/ sind sie einander auch gleich; als so keiner den andern irgends vbertreffen mag / da sie mit den Schenckeln vnd basen richtig auff einander gelegt. Daraus kömpt nu die fabrica æquandi anguli, das ist / wie man einem jeden vorgegebenen Winckel einen andern gleichen vnd gleichlichen dargeben soll/ Nemlich also:

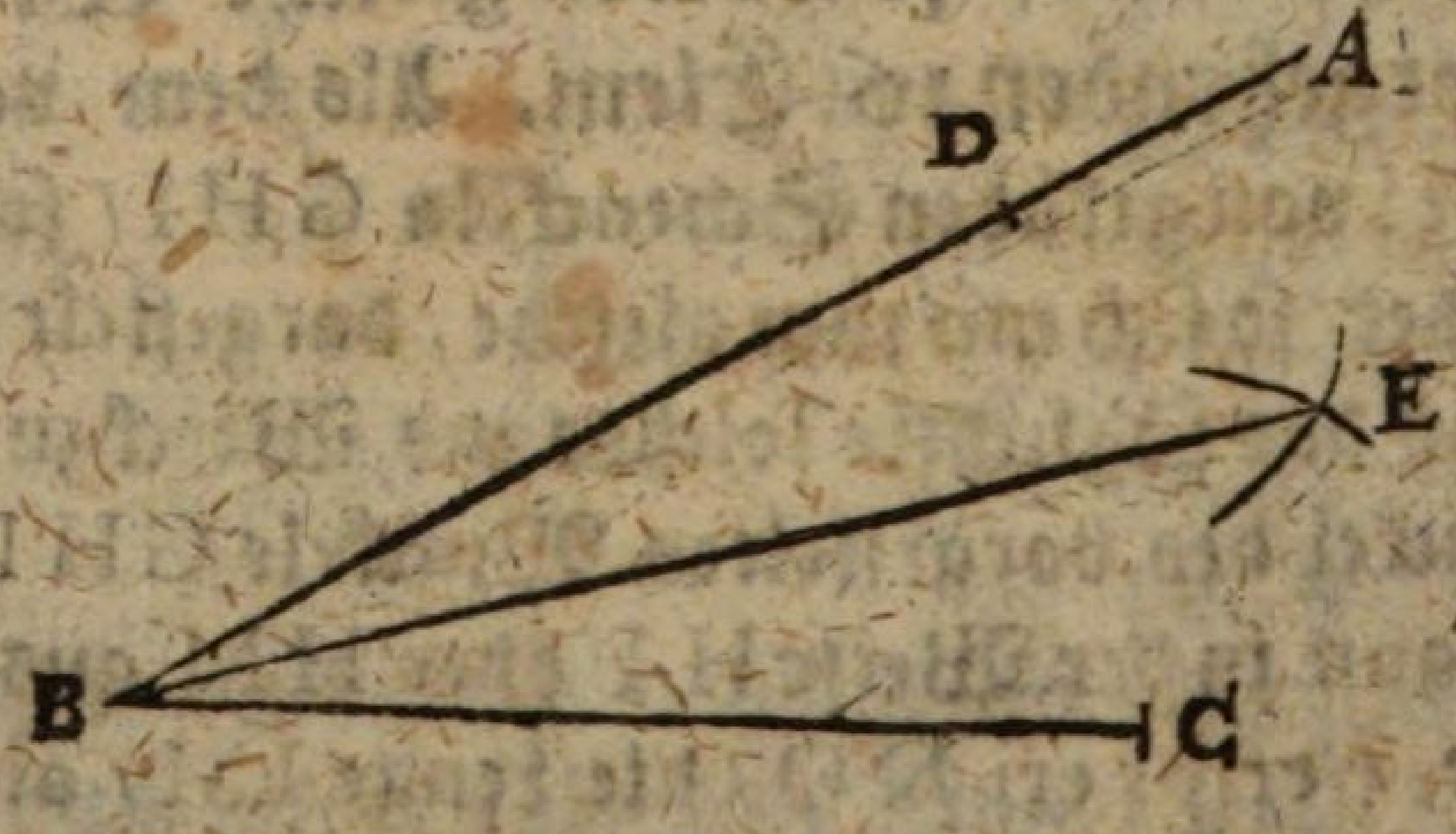


17. Stelle an oder vnter die gegeneinander vergliechene Schenckel gleiche bases/ so werden gleiche Winckel daraus; nach dem vorgehenden 16. Elem. Als dem vorgegebenen flachen Winckel von geraden Schenckeln GHI/ soll an die Gerade KL ein ander/ so sich mit jhm gleiche / dargestelt werden. Derowegen auff das füglichste solches ins Werck zu richten/ werden die Schenckel des vorgestelten Winckels GHI verglichen im I vnd M/ dann in der Weite HI oder HM aus dem K gezeichneter blinder peripheri NO / die Lenge IM / als der basis / vom N gegen O biß zum P getragen / thut die aus dem K

durch das Punct P gezogene Gerade mit KL dem vorgegebenen GHI einen gleichen vnd gleichlichē Winckel machen. Dann die Schenckel KN vñ KP sind HI vnd HM gleich vnd gleichlich/ wie dann auch die Weite NP mit der Weiten IM/ als die basis mit der base. Dahero durch das 16. Elem. dieses die Gleichheit der beyden Winckeln PKL vnd GHI gnugsam erscheinet; als so nach dem Begrieff vñ nicht nach der grösse der Schenckeln zu vrtheilen. Hieraus entspringet ferner die bisectio anguli recticruri & Sphærici, das ist/ wie man einen jeden flachen Winckel von geraden oder Sphærischen Schenckeln soll gleich in die mitte zertheilen/ nemlich also.



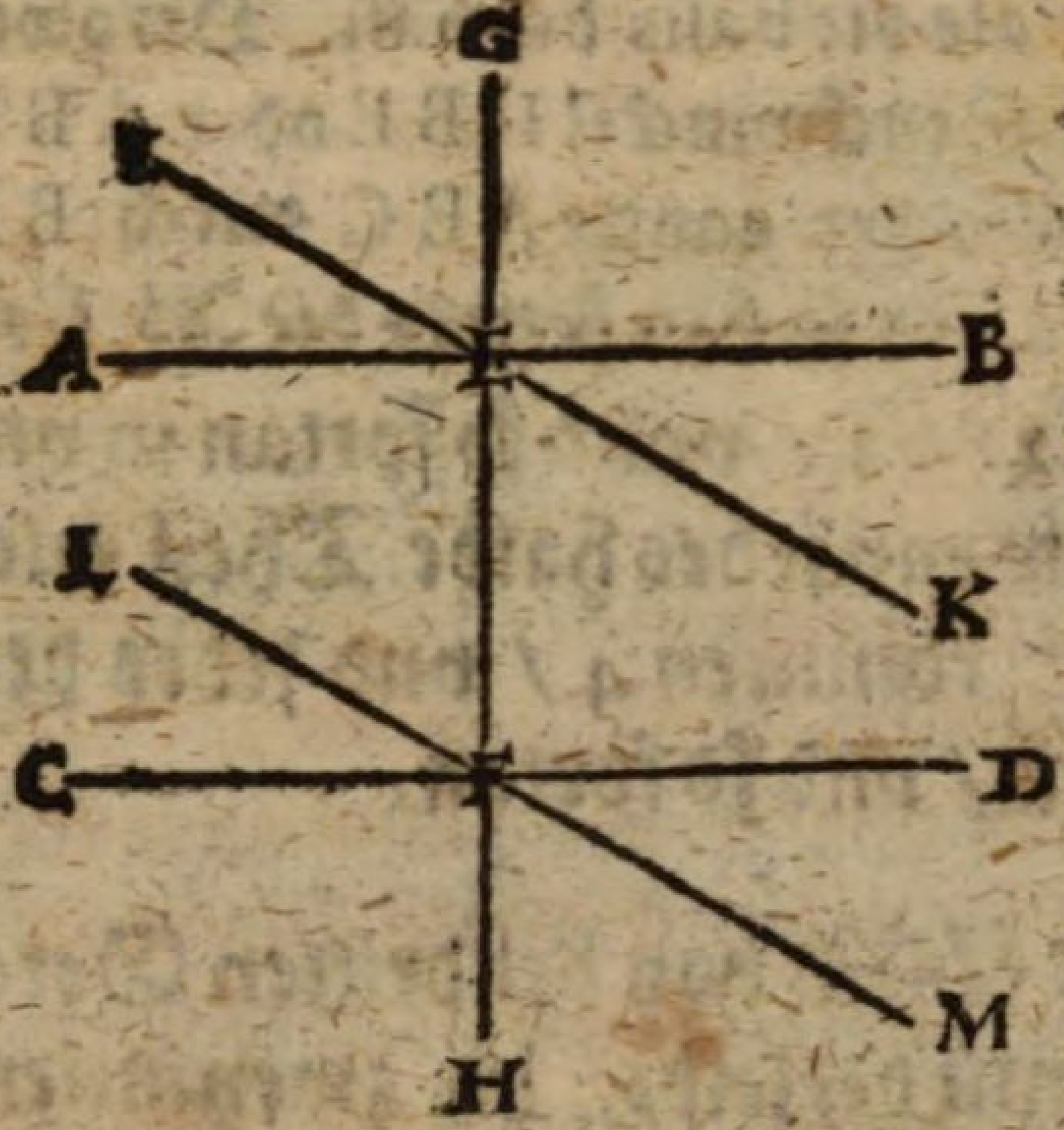
18. Zeichne vmb oder aus den beyden Puncten / als Endungen der vergliechenen Schenckeln des vorgegebenen Winckels/ zwo gleiche peripherien so sich vor demselben durchschneiden/ dann aus dem Spitz des Winckels durch solchē Durchschnit eine Gerade oder Sphærische Linie geführet/ thut dieselbe den Winckel gleich in der mitte zertheilen. Als der flach bene Winckel von geraden Schenckeln ABC



ABC soll gleich in der mitte getheilet werden. Dahero nach Vergleichung der Schenckel/ in den Puncten C vnd D/ werden aus denselben/ nach beliebung zwo gleiche peripherien geführet/ so sich im E durchschneiden/ dann vom B zum E eine gerade Lini gezogen BE theilet solche den vorgegebenen Winckel ABC gleich in der mitte in zwey Theil oder Winckel ABE vnd CBE. Dann die Gerade BE ist gemein vnd BD gleich dem BC/ wie dann auch die Weite DE/ der Weiten CE/ als die basis der basi. Derowegen nach dem 16. Elem dieses die Stückwinckel DBE oder ABE vnd CBE sich gleichen; vnd ist also der gantze ABC durch BE gleich in der mitten zertheilet. Vnd so kan ferner die Abtheilung geschehen in 4/8/16/32/64/ vnnd so fortan in vnzehlbare Theil mehr. Dann wann jedes halbe Theil wieder in 2. gleiche Theil zerleget/ kommen 4/ vnd jedes derselben wieder in 2/ kommen 8/ vnd so fortan.

19. Wann zwo gerade Linien von der dritten Geraden durchschnitten/ machen mit derselben die zwen innern Winckel nach einer Seiten gleich zweyen rechten/ so sind die entgegenstehende/ als auff der andern Seiten/ auch zweyen rechten gleich; vnd solche Gerade sind gegeneinander Parallel. Da aber die gedachte Winckel nach einer Seiten grösser weren als zwen rechte/ so müssen die nach der andern Seiten kleiner seyn als zwen rechte/ vnd hergegen; auch solche gerade zusammen kommen/ da sie der gebühr nach fortgeführet/ vnd zwar nach derselben Seiten/ da die Winckel zusammen kleiner als zwen rechte. Also auch hergegen/ wann zwo gerade Parallelen von einer andern Gerade durchschnitten/ so sind die innern Winckel nach jeder Seiten zweyen rechten gleich; sonsten da sie nicht Parallel/ nach einer Seiten grösser/ vnd nach der andern kleiner/ als zwen rechte. Solche innere Winckel nun/ so sich mit zweyen rechten gleichen/ seyn vntereinander

gleich oder nicht. Da sie gleich / wie allhier die Winckel AEF / vnd GFE / so die Gerade GH machet mit den Geraden AB vnd CD nach der lincken / so ist jeder derselben ein rechter / vnd also auch jeder nach der ander Seiten / als BEF vnd DFE. Dahero dann die Geraden AB vnd CD gegen der dritten GH durch das 8. Elem. dieses perpendicular / vnd also vntereinander nach dem 2. Cons. des 28. Elem. des 2. C dieses Parallel seyn. Da solche innere Winckel aber vntereinander vngleich / als IEF vnd EFL / dann jener ein stumpffer / vnnd dieser ein scharffer / so sind doch die Geraden IK vnd LM gegen einander Parallel / vnnd die innere Winckel nach der andern Seiten / als KEF vnnd EFM auch zweyen rechten gleich. Dann weil die innern IEF vnd EFL sich mit zweyen rechten gleichen / so muß der eussere IEG / als so



mit IEF auch zwen rechte thut durch das 13. Elem. dieses / gleich seyn dem innern EFL / vnd HFL dem IEF / durch das 4. axiom. Nun ist IEG auch gleich dem KEF / als seinem verticali / vnd also HFL dem EFM / nach dem 14. Elem. dieses. Dahero thun KEF vnd EFM / als die innern Winckel nach der andern Seiten / sich mit den innern der ersten Seiten / als mit EFL vnd IEF / vnd also mit zweyen rechten gleichen. Daraus dann folget / weil die geraden IK vnd LM von den Parallelen AB vnd CD / wie dann auch vom GH beyderseits zu gleichen Winckeln / als wie nach der einen / also auch nach der ander Seiten abstehen / daß solche vntereinander Parallel seyn / als so nach keiner Seiten näher als nach der andern. Dann der Winckel AEG ist gleich dem Winckel CFE durch das Cons. des 8. dieses. Dann beyde sind rechte / vnd der Winckel IEG dem Winckel EFL / wie oben erwiesen / gleich. Dahero durch das 4. axioma der Winckel AEI sich gleichet mit dem Winckel CFL. Thut also die Gerade IE

vom

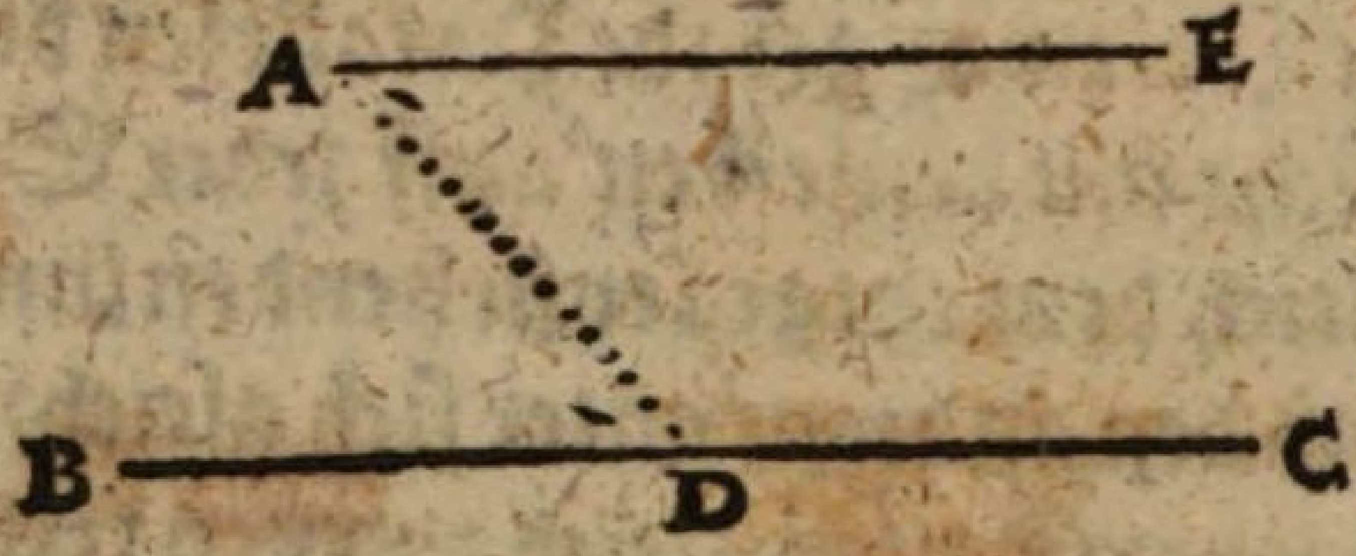
vom AE nicht weiter abweichen als LF vom CF / vnd weil die verticalen durch das 14. Elem. dieses gleich / ist solches vom EK vnd FM gegen BE vnd DF auch zu vernehmen; vnnd folgends von den gantzen IK vnd LM gegen die gantzen AB vnd CD / wie dann auch gegen die Gerade GH. Da nun ferner die innern Winckel nach einer Seiten grösser dann zwey rechte weren / wie allhier bey den Winckeln IEF vnd CFE zu sehen / dann jener ein stumpffer vnd dieser ein rechter Winckel / so müssen die entgegenstehende innern nach der andern Seiten als KEF vnd DFE / kleiner dann zwey rechte seyn; weil solche sich sämptlich mit vier rechten Winckeln gleichen / dan hier mit zweyen / vnd dort mit zweyen / nach dem 13. Elem. dieses / oder weil jener ein scharffer / vnd dieser nur ein rechter; vnd die geraden IK vnd CD in vngleicher Weite von einander abstehen. Dahero dann dieselben nach derselben Seiten / da sie sich nahen / als der rechten / müssen zusammen kommen / wann sie der gebühr noch fortgeführet. Die Vngleichheit in der Weite ist zu vernehmen in dem / daß vmb so viel die Gerade IK von der Geraden CD nach der lincken abweichet / hergegen sich zu derselben nach der rechten Hand mache. Aus solchen allen folget.

Wann eine gerade Lini zwo gerade Parallelen durchschneidet / so machet solche mit denselben auff jeder Seiten den eussern Winckel gleich dem entgegenstehenden innern / vnd die innere einen vmb den andern / vnter sich gleich / auch die beyden innern nach jeder Seiten gleich zweyen rechten; vnd hergegen / da eine Gerade zwo andere Gerade solcher gestalt durchschneidet / daß entweder der eussere dem innern nach einer Seiten / oder die innern einer vmb den andern sich gleichen / oder zwey innere nach einer Seiten mit zweyen rechten / so sind solche Gerade vntereinander Parallel. Als in vorgesetzter Figur durchschneidet die Gerade GH die Parallelen AB vnd CD / IK vnd LM. Dahero sie dort als eine perpendicular machet lautere gleiche als rechte Winckel / hier aber als eine schlimme / nur die besagten / nemlich den eussern vnd Consect.

innern

innern nach jeder Seiten/ als nach der lincken GEI vnd EFL/ vñ die innern einen vmb den andern vnter sich als EFL vnd FEK/ vnd die innern nach jeder Seiten/ als nach der lincken IEF vnd EFL zweyen rechten gleich/ wie volliger Beweis davon in diesem 19. Elem. geschehen. Hieraus entspringet rectæ parallelæ per quodvis datum punctum ducendæ ratio, das ist/ wie man einer jeden geraden Lini durch jedes vorgegebene Punct soll eine Parallel ziehen/ nemlich also:

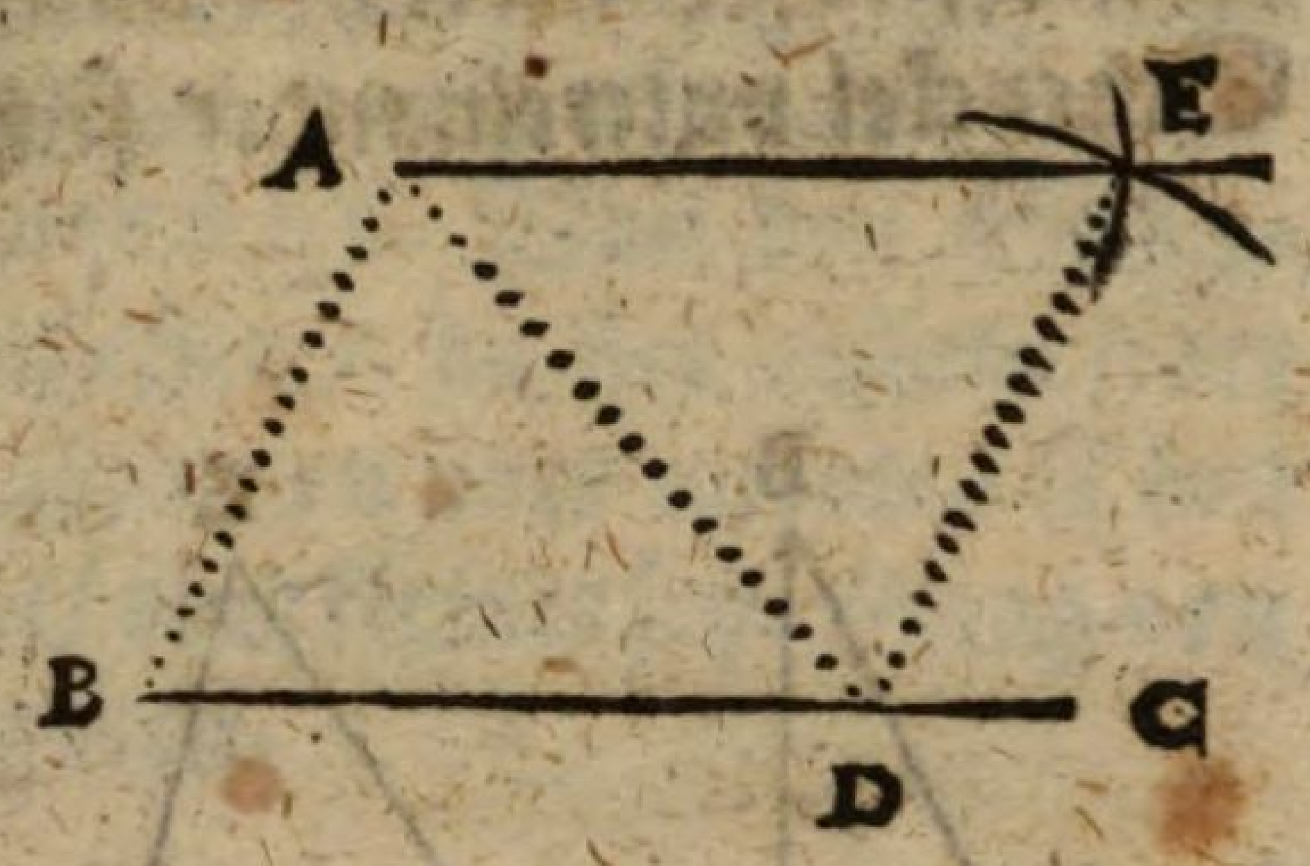
20. Führe aus dem vorgegebenen Punct auff die vorgestelte Gerade eine andere Gerade etwa schlim/ vnd dann durch das 17. Elem. dieses an dieselbe im vorgegebenen Punct dem scharffen/ welches am füglichsten/ nach der andern Seiten ein gleicher Winckel gemacht/ ist desselben ander Schenckel der vorgegebenen Geraden Parallel. Als aus dem vorgegebenen Punct A soll der Geraden BC eine Parallel gezogen werden. Derowegeu aus dem A auff BC die Gerade schlim gestellet/ wird dem scharffen ADB im A nach der ander Seiten durch das 17. Elem. dieses gleich gemacht DAE so ist im selben der Schenckel AE der Geraden BC Parallel: durch das Conf. des vorgehenden 19. Elem. doch ist solches nicht vnbequem auch also zu verrichten.



21. Man nehme in der vorgegebenen Geraden zwey Puncten nach gefallen/ vnd aus derselben einen in der Weite des andern von dem vorgegebenen Punct/ eine peripheri gezogen/ vnd aus dem vorgegebenen Punct in der Weite/ so die genom̃ene beyde Puncten vnter sich habẽ/ auch eine/ so die vorige gebührend durchschneide; thut die Gerade aus dem vorgegebenen Punct durch solchen Durchschnit der vorgegebenen Parallel gehen. Als das vorgegebene

Punct

Punct sey A/ die vorgegebene Gerade B C. Derowegen solcher aus dem A eine Parallel zu ziehen / nehme ich darinn die zwey Puncten B vnd D/ vnd dann aus deren einem / als D in der Weite des andern B vom A / eine peripheri / vnd aus dem A in der Weite B D/ auch eine gezogen/ so sich im E durchschneiden / wird die

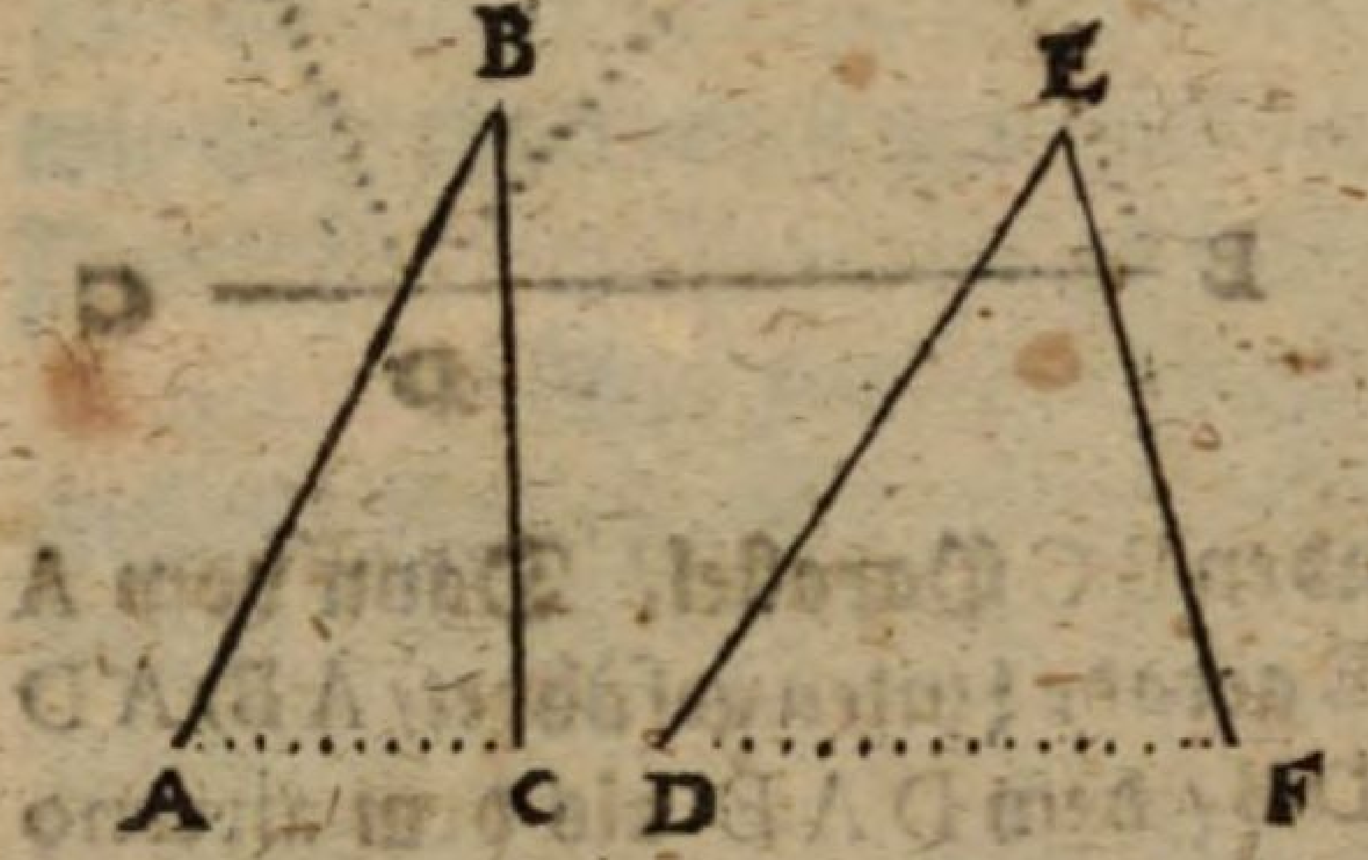


Gerade vom A zum E der Geraden B C Parallel. Dann vom A zum B vnd D/ vnd vom D zum E gerade Linien geführet/ A B/ A D vnd D E/ so ist der Winckel A D B/ dem D A E als dem alterno gleich/ wegen Gleichheit der Schenckeln vnd basen/ durch das 16. Elem. dieses. Dann A D ist gemein/ vnd A E gleich dem B D/ D E gleich dem A B/ als die basis der basi. Dahero dann durch das Cons. des 19. Elem. dieses die Gerade A E der Geraden B C Parallel ist. Aus diesem kömmet folgendes Element.

22. Wann zwo gerade Linien zwo gleiche Parallelen; oder sonst zwo gleiche Gerade andere zwo gleiche gerade Linien in den Endungen nach jeder Seiten zusammen hefften / sind solche vntereinander Parallel; vnd hergegen da sie Parallel / einander auch gleich. Dann wie in vorgehender Figur die Winckel A D B vnd D A E sich gleichen/ durch das Cons. des 19. Elem. dieses / als weil A E Parallel B C/ also thun auch die andern B A D vñ A D E wegen gleicher Schenckeln vnd basen / nach dem 16 Elem. dieses. Dahero durch das vorangezogene Cons. des 19. Elem dieses A B vnd D E Parallel seyn; vnd hergegen weil A B vnd D E/ A E vnd B D Parallel sind/ so müssen solche sich auch gleichen/ als A B vnd D E/ A E vnd B D nach dem 28. Elem. des 2. dieses. Köndten sonst nicht Parallel bleiben/ wann sie nicht gleiche Weite behielten.

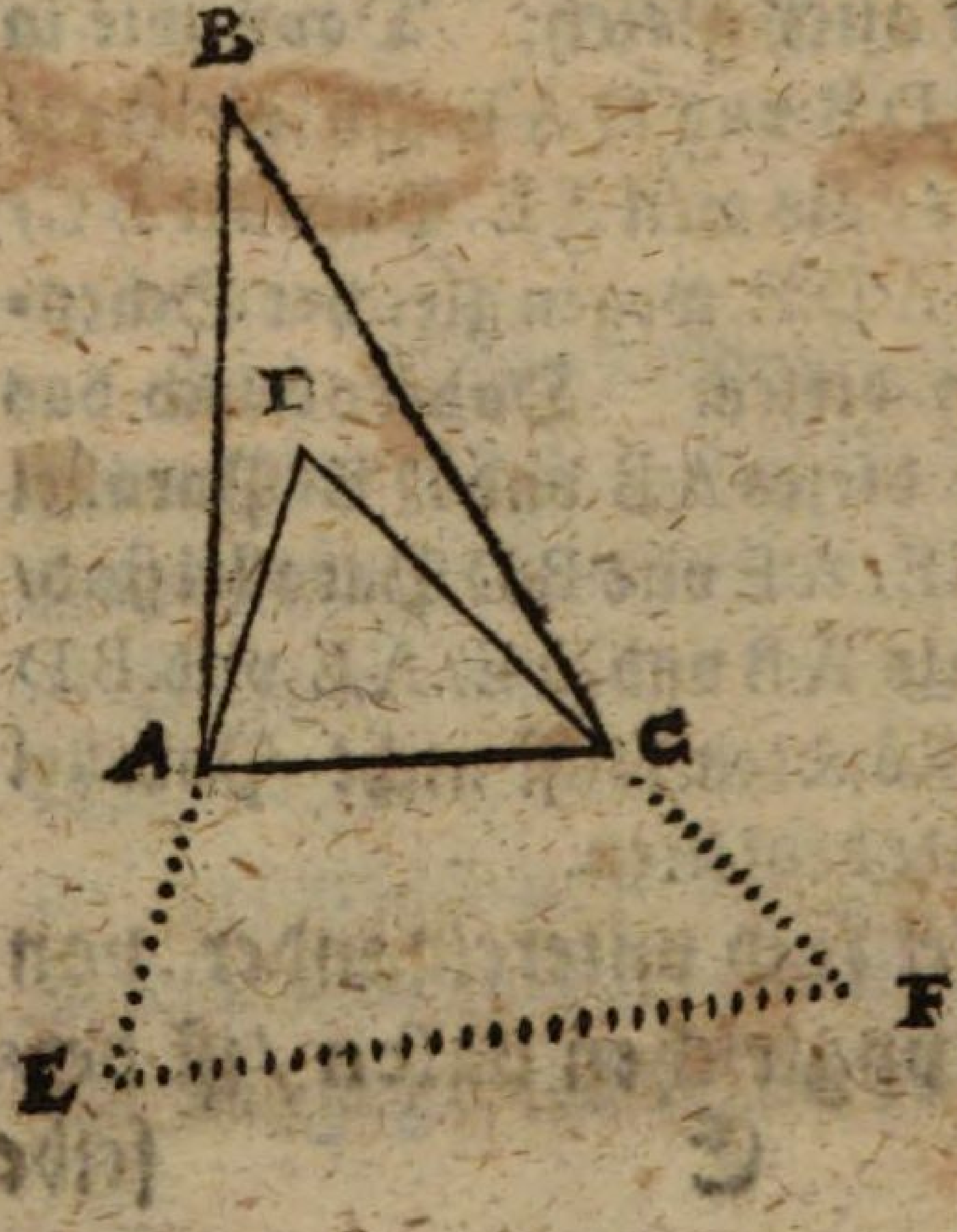
23. Wann zwey Winckel sind vntereinander von gleichen Schenckeln/ aber von vngleichen basen / ist der-

selbe am grösten / so die grössere basin hat ; vnd hergegen der grössere Winckel hat auch die grössere basin / da die Schenckel vntereinander sich gleichen. Als allhier sind die



Winckel ABC vnnd DEF von gleichen Schenckeln / als AB ist gleich DE/ vnd BC gleich EF; haben aber vngleiche bases/ als AC ist kleiner dann DF. Dahero der Winckel ABC auch kleiner ist als DEF ; vnnd hergegen DEF grösser als ABC. Dann nach Erweiterung der basis kommen die Schenckel immer auch weiter von einander / vnd wird also der Winckel grösser ; wie hergegen/ wird der basi abgenommen/ thun sich die Schenckel näher zusammen/ vnd wird der Winckel kleiner. Weil nun der Winckel DEF grösser ist dann ABC, so muß die basis DF auch grösser seyn dann die basis AC ; weil nach Erweiterung des Winckels die basis grösser wird.

24. Wann zwen Winckel haben eine gemeine basin/da einer den andern in sich



fasset/ so ist der innere grösser dann der eussere. Also die Winckel ABC vnd ADC haben zur gemeinen base die Gerade AC/ vnd ABC fasset in sich den Winckel ADC. Dahero dieser als innere grösser ist als jener der eussere ABC. Dann weil besagter innere ADC von kürtzern Schenckeln/als so mit dem Spitz nicht so fern als jener eussere/ von

der

der gemeinen base abstehet / folget / daß er / wann die Schenckel so weit erlengert / biß sie sich mit des eussern ABC gleichen / dadurch eine grössere bas in erlange / als EF / vnd also nach dem vorgehenden 23. Elem. grösser sey dann ABC. Von den Sphærischen ist solches nur zu verstehen / da des eussern jeder Schenckel sich mit dem Quadranten oder vierdten Theil der grössern peripheri gleiche / oder kleiner sey. Gnug von den Winckeln / folgen die Figuren.

Das vierdte Capitel
Von den Triangulen oder dreyseitigen Flechen.

I.

Eine Figur ist / so von einer oder mehr Endungen als Linien oder Flechen allenthalben vmbgeben vnd beschlossen ist.

2. In der Figur kommen zu betrachten vor fünff Stück: 1. Das Mittelpunct / Centrum; 2. der eusserste Vmbfang / perimeter; 3. die Gerade vom Centro zum perimeter, radius; 4. die Gerade / so durchs Centrum beyderseits an den perimeter langet / diameter; 5. die Höhe oder perpendicular vom Spitz zur basi / altitudo.

Dahero

1. In jeder Figur sind vnzehliche radii vnd diametri. Consect.
2. Das Centrum ist in jedem diameter; vnd also
3. Wo die diametri sich vnterschneiden.

3. Jede Figur ist flach oder cörperlich / vnd schlecht oder gemischt.

4. Die schlechte ist ferner regulir, als so in allen

Stücken gleich vnd gleichlich; oder irregulir, so nicht; vnd eben oder Sphærisch.

5. Die flachebene Figur ist / so in einer eben Fleche von einer oder mehr Linien beschlossen ist. Solche Linien sind nun einerley oder mancherley.

6. Jede Figur von einerley Linien / vnnd zwar von geraden / hat zum wenigsten derselben drey oder mehr. Dann zwo Gerade keine Figur / sondern nur einen blossen Winckel machen / vnd wird jene besonders ein Triangel / diese aber ein Triangulat genennet. Vnd ist also in gemein die Abtheilung / da jede Figur vor oder an sich selbst betrachtet wird. In haltung aber eine Figur gegen die ander / kom̃en bevorab vor figuræ æquealtæ, similes, asscriptæ vnd Isoperimetræ.

7. Figuræ æquealtæ sind Figuren von einer oder gleichen Höhe / als so da haben vom Spitz zur basi eine gemeine oder gleiche perpendicular.

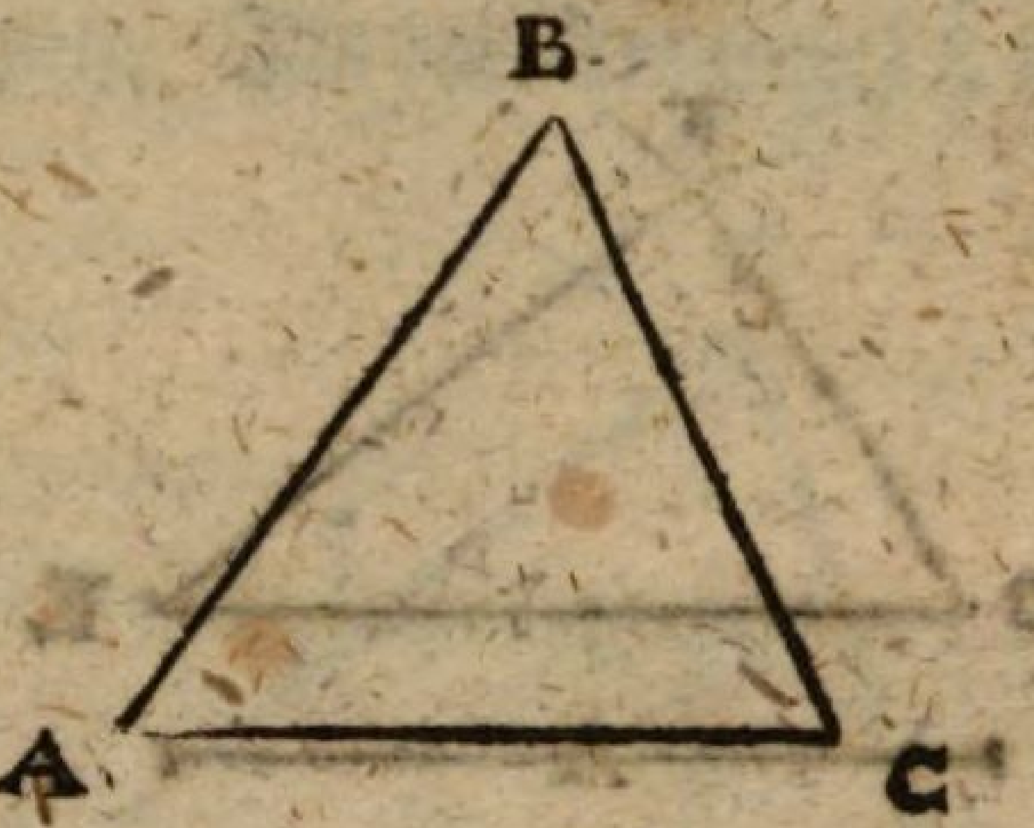
8. Figuræ similes, sind gleichliche Figuren / als so da haben vntereinander gleiche Winckel / vnd vmb dieselben proportionirte Seiten.

9. Figuræ asscriptæ sind / da eines Endungen mit des andern Endungen zusammen stossen / oder da eine Figur die ander in sich beschleust. Dahero jene die eussere / so da beschleust / als die grössere circumscripta, vmbschriebene / diese / so da wird eingeschlossen / als die kleinere / inscripta oder eingeschriebene genennet wird.

10. Figuræ Isoperimetræ sind Figuren gleiches perimetri oder Vmbfangs. Nun wenden wir vns zum Triangul / als zu der ersten vnd schlechtesten Figur.

11. Ein Triangul ist / so von dreyen Seiten vmbgeben ist. Solche definition, ob sie zwar gemein / es seyn die Seiten wie sie wollen / doch wird es bevorab nur von geraden

raden oder Sphærischen Seiten allhier verstanden. Also ist ein Triangel A B C/ als so mit dreyen geraden Linien / als seinen Seiten vmbgeben. Also ist insonderheit ein Sphærisch Triangel/ so von dreyen der grösten peripherien beschlossen ist/ deren jede kleiner dann die helffte von der gantzen peripheri.

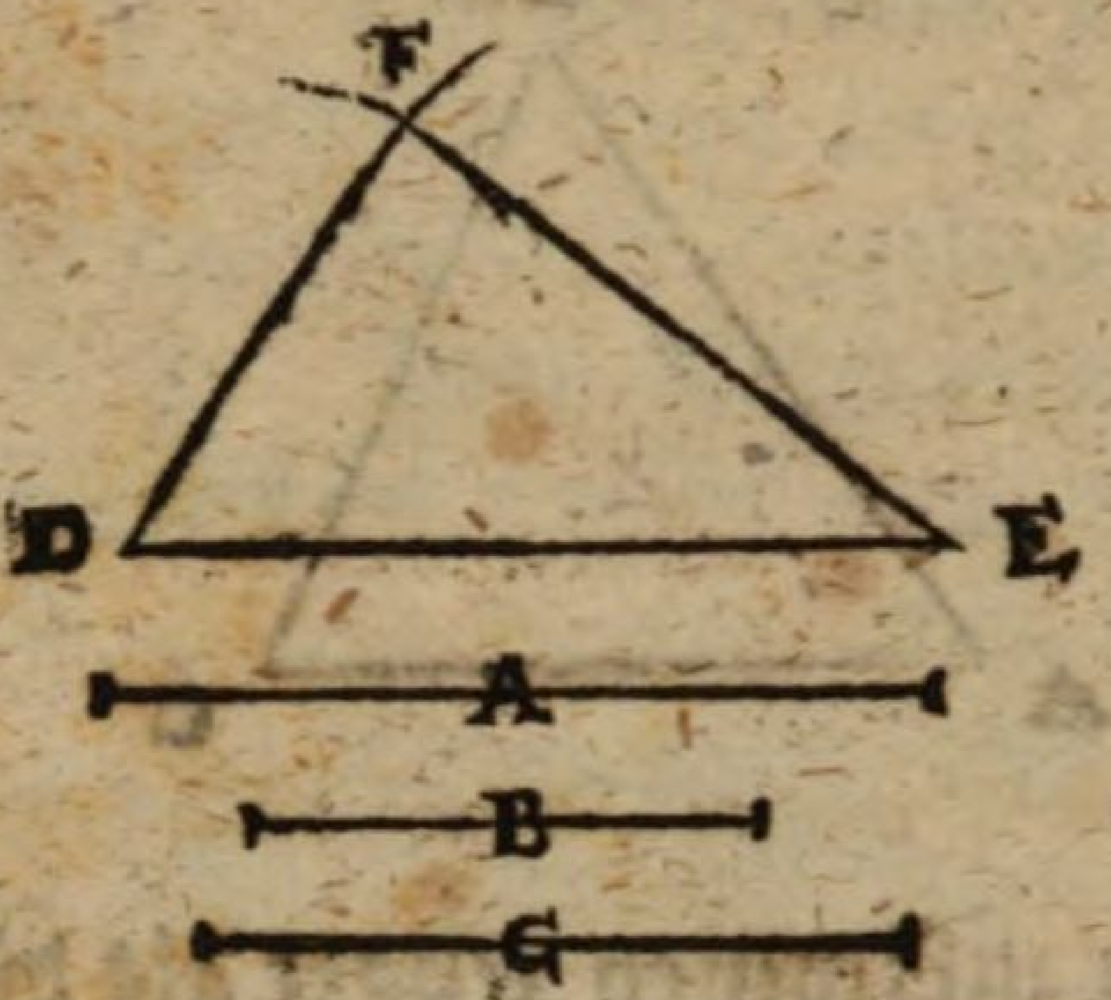


12. In einem jeden Triangel seyn jede zwo Seiten zusammen lenger als die dritte. Als in dem vorgesetzten Triangel A B C/ von geraden Seiten seyn jede zwo Seiten als A B vnd B C zusammen lenger als die dritte A C/ so zur basi gestellet. Dann durch das 1. Cons. des 7. Elem. des 2. dieses ist A C die kürtzeste/ so zwischen den Puncten A vnd C seyn mag; vnd also auch kürtzer als A B vnd B C zusammen. Solches ist von jeden zweyen andern zusammen gegen der dritten zu verstehen. Vnd also ist es auch mit der Sphærischen beschaffen/ Dann wie in der eben Fleche nach der geraden Lini/ also in der Sphærischen nach der grösten peripheri die kürtzeste Weite oder distantz verstanden wird. Aus diesem kömpt die fabrica trianguli generalis, das ist/ wie man aus jeden dreyen vorgegebenen Linien / deren jede zwo zusammen lenger als die dritte / ein Triangel verfertigen soll / nemlich also:

13. Reiß oder zeichne aus oder vmb die Endungen der dritten Lini/ als der basis/ nach den Weiten der andern/ zwo peripherien/ eine nach einer/ die ander nach der andern Lenge/ so sich oben im Punct durchschneiden / dann vom selben zu den Endungen der basis gerade oder Sphærische Linien gehen lassen/ thun solche mit der base / als der dritten Lini das begehrte Triangul dargeben. Als zu Darstellung eines Triangels in der Eben sind die drey gerade Linien

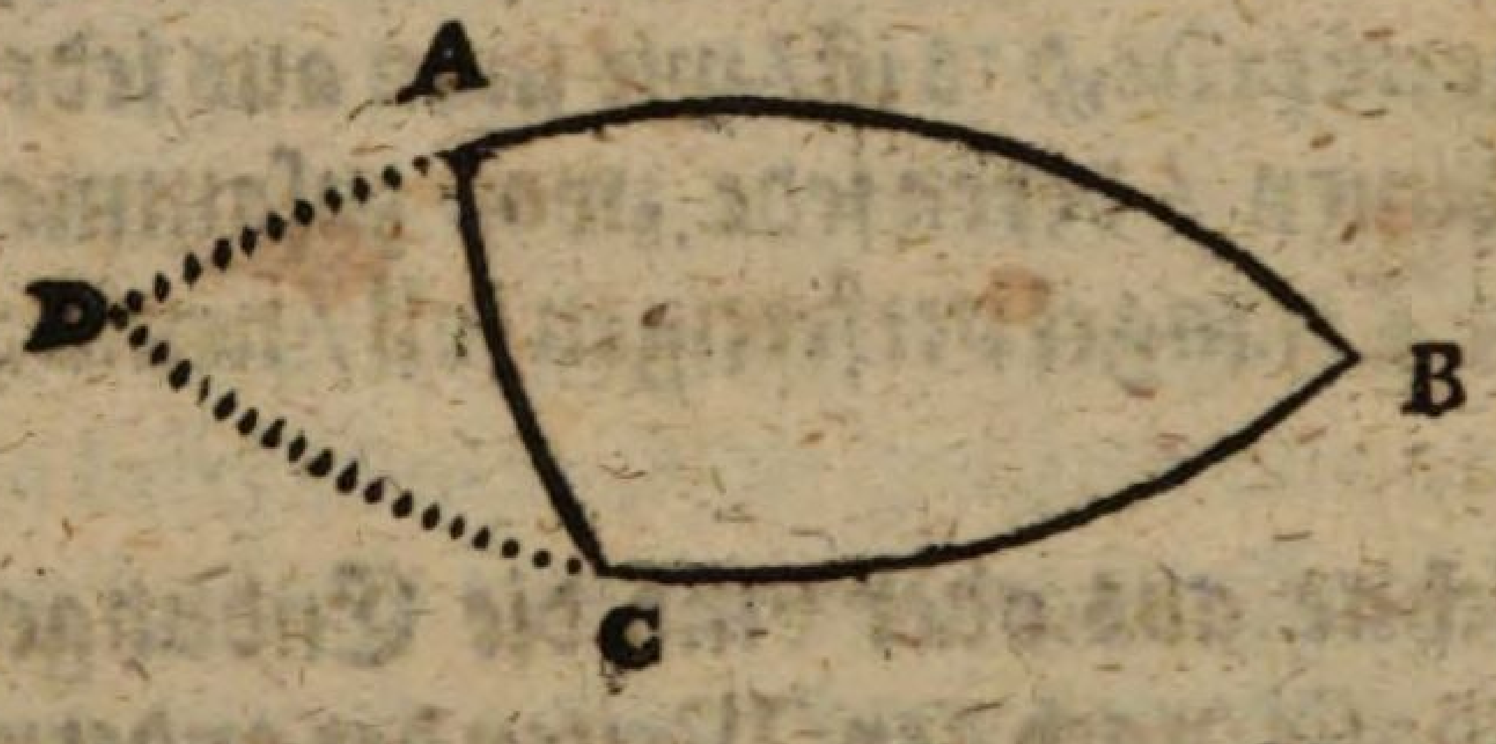
 A/B/C/

A/B/C/deren jede zwo zusammen vbertreffen die dritte/vorgegeben. Derowegen deren eine zur base gestellet/ als die erste A/oder so sich mit derselben gleichet / als DE/ werden aus den Endungen D vnd E zwo peripherien gezeichnet/in der Weite der andern zweyen Geraden/als aus dem D in der Weite oder Lenge B/ vnd aus dem E in der Lenge C/ oder hergegen aus dem D in der Lenge C/ vnd aus dem E in der Lenge B/ so sich im F durchschneiden/ dann vom F zum D vnd E



gerade Linien geführet/DE/EF/ thun solche mit DE als der base das begehrte Triangul / als dessen Seiten sich mit dem vorgegebenen dreyen Geraden A/B/ vnd C gleichen/dargeben Dann DE ist gleich der ersten A / DF der andern B / vnd EF der dritten C.

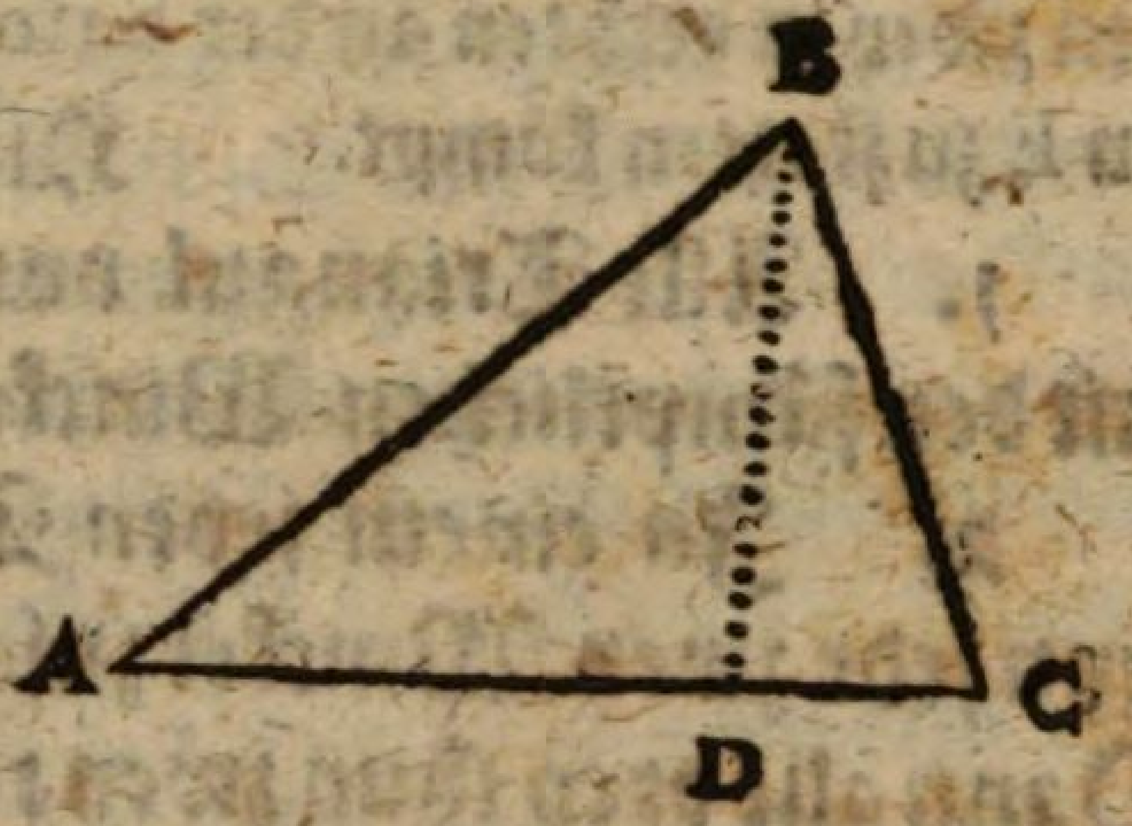
14. In einem jeden Sphærischen Triangul sind alle drey Seiten zusammen kürtzer/ als jeder derselben gantze peripheri. Als es sey durch ABC ein Sphærisch Triangul zu verstehen. Dahero sind in demselben die sämptlichen Seiten kürtzer als die gantze peripheri jeder derselben/ oder in derselben Sphærischen Fleche. Dann die Seiten AB vnd BC/ biß sie im D zusammen kommen/ fortgeführet / sind BAD/vnd BCD halbe Theil derselben



Sphærischen peripheri als der grösten/so sich zu gleichen Theilen in der mitte vnterschneiden / nach dem 4. Conf. des 14. Elem. des 2. C. dieses. Dahero weil im Triangel ACD die Seiten AD vnd CD grösser seyn als AC nach dem vorgehenden 12. Elem. müssen die sämptlichen Seiten des vorgegebenen Triangulis ABC kleiner seyn als die beyden halben peripherien BAD vnd BCD/ vnd also auch kleiner als die gantze derselben.

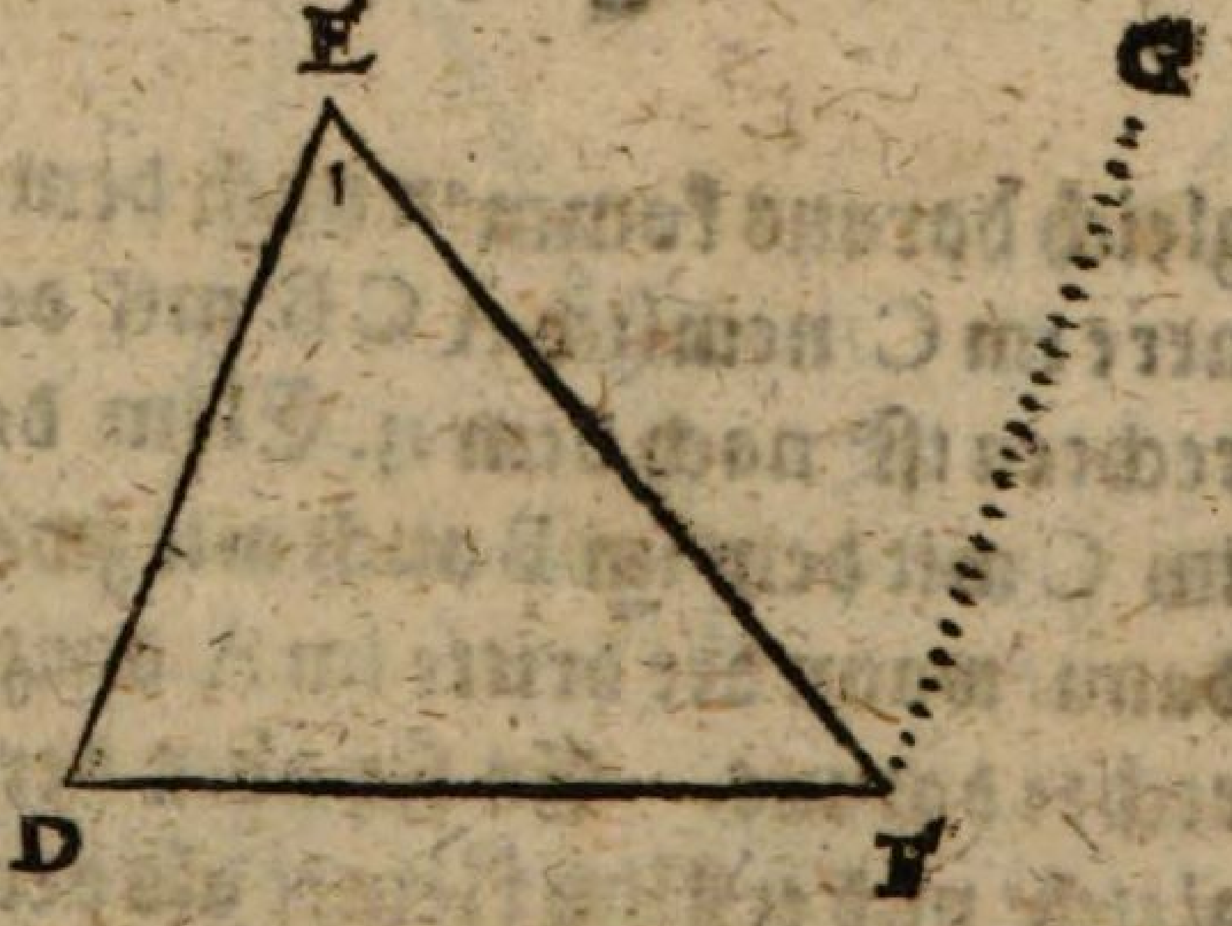
15. In

15. In einem jeden Triangul stehet der grössern Seiten entgegen der grössere Winckel / vnd hergegen der grössere Winckel der grössern Seiten. Als im Triangel A B C von geraden Seiten / ist die Seite A C / als die basis grösser dan B C. Dahero der Winckel im B / als der grössern Seiten zu entgegen / grösser ist als der im A / so der kleinern oder kürtzern Seiten entgegen stehet. Dan die kürtzere B C von



der lengern A C abgenommen durch A D / vnd vom B zum D eine blinde Lini geführet / B D / ist solche kürtzer als B C vnd C D zusammen / das ist als A C / nach dem 12. Elem. dieses. Dahero weil die Winckel A B C vnd B A D / seyn also vntereinander von gleichen Schenckeln / jenes basis aber / als A C ist grösser als die basis B D / so ist der Winckel im B grösser als der im A / nach dem 23. El. des vorgehenden 3. Capitels.

16. In einem jeden Triangul von geraden Seiten sind alle drey Winckel zusammen gleich zweyen rechten. Als im Triangul D E F sind die sämptlichen Winckeln als im D / E vnd F / gleich zweyen rechten Winckeln Dann einer Seiten aus dem entgegenstehenden Eck / als der Seiten D E aus dem F eine Parallel gezogen G F nach dem 20. oder 21. Elem. des dritten dieses / so seyn die beyde innere Winckel E D F vñ D F G zweyen rechten gleich nach dem 19. Elem. des dritten



dieses / vnd D E F ist dem E F G als alterno gleich nach desselben Cons. Dahero weil der Winckel D F E gemein / so sind die sämptlichen Winckeln des vorgestalten Trianguls D E F gleich den zweyen Winckeln E D F vnd D F G / vnd also auch zweyen rechten.

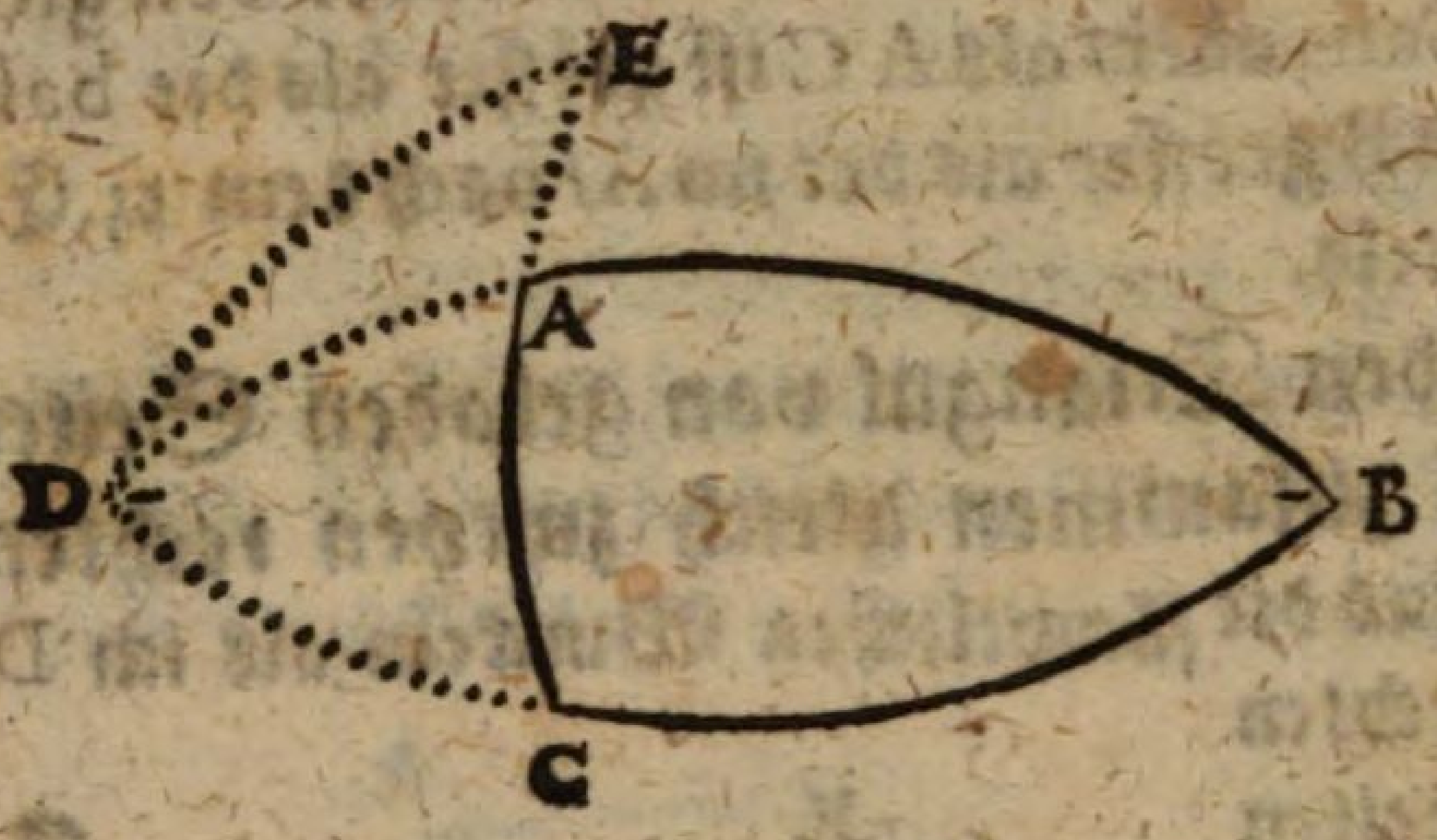
Wel-

Welches aus diesem auch zu vernehmen / wann verstanden wird/ wie zwo perpendicularlinien aus dem D vnd F auffgericht/ als so mit D F inwendig zwen rechte Winckel machen / zu Formierung eines Triangul sich zu oder gegeneinander thun ; daß was also den zweyen rechten an der base abgehet / solches dem dritten als im E zu statten kómpt. Hieraus folget

Consect. 1. Alle Triangul von geraden Seiten gleichen sich mit den sámptlichen Winckeln.

2. In einem jeden Triangul von geraden Seiten seyn jede zwen Winckel zusammen kleiner als zwen rechte. Dann alle drey thun zwen rechte.

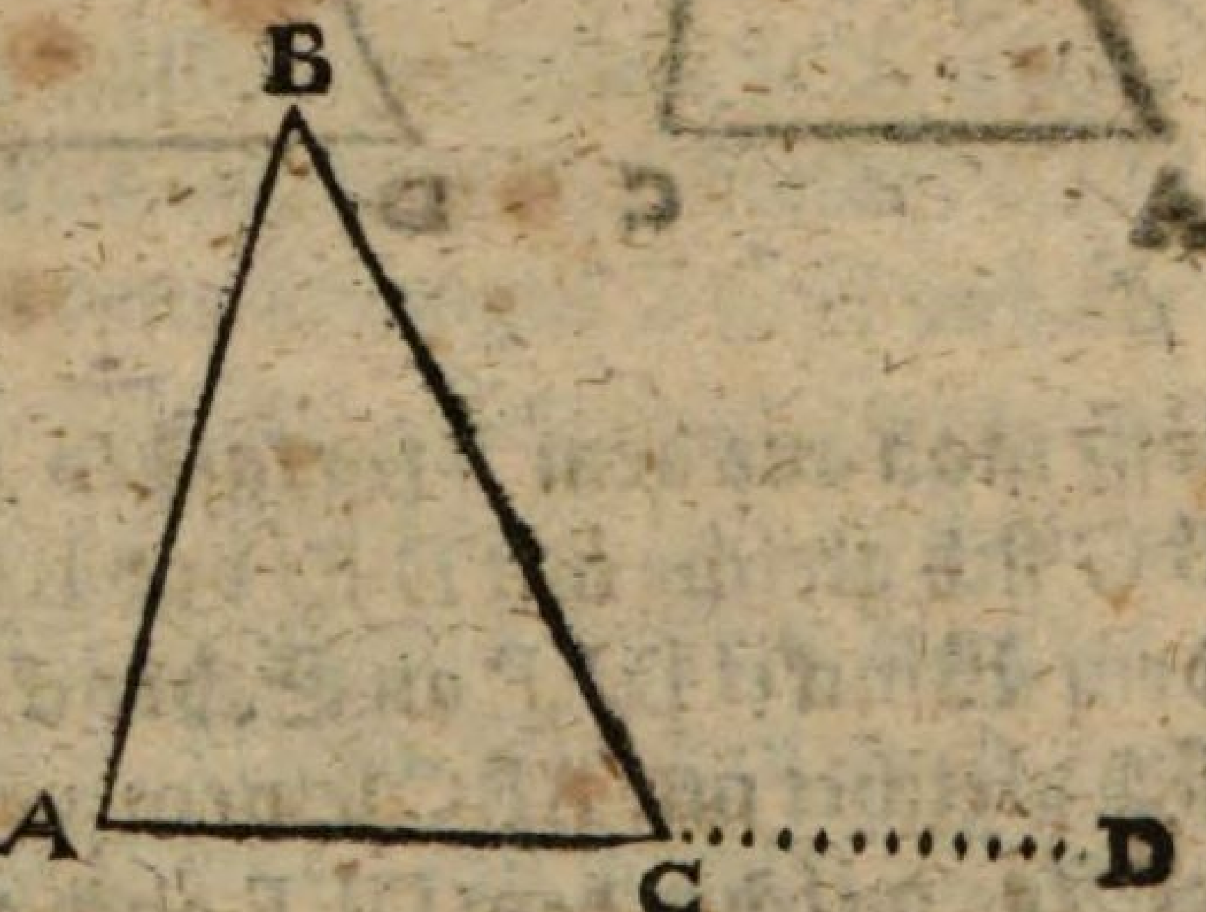
17. In einem jeden Sphærischen Triangul sind die sámptlichen Winckel grósser als zwen rechte. Solches verstándlich darzuthun/ setze ich / es sey in dem Sphærischen Triangul A B C/ der eussere Winckel im C/ als ACD/ dem im B gleich oder nicht ; als grósser oder kleiner. Ist er demselben gleich/ so muß/ wann der im C/ als ACB zu jedem derselbẽ gethan wird/



gleich daraus kommen nach dem 3. axiom. vnd also / weil der innere im C/ nemlich A C B mit dem eussern A C D gleich zweyen rechten ist/ nach dem 13. Elem. des 3. dieses/ muß besagter innere im C mit dem im B auch mit zweyen rechten sich gleichen. Dahero dann/ wann der dritte im A darzu kómpt / wird mehr dann zwen rechte daraus. Es sey aber der eussere im C mit dem im B nicht gleich/ vnd erstlich kleiner als der im B ; Dahero weil der kleinere/ als eussere im C mit dem innern im C zwen rechte thut / nach jetzangezogenem 13. Elem. des 3 dieses/ muß der im B / als so grósser/ mit dem innern im C mehr dann zwey rechte thun / vnd also viel mehr/ wann der dritte im A würde hinzu gethan. Eben dahin gelanget

langet es/wann endlich gesetzt wird/ der eussere im C sey grösser/ als der in B. Dann weil solcher im B ist gleich dem im D/als so mit demselben gleiche Schenckel/ als Quadranten/ vnd eine gemeine basin vermag/ nach dem 16. Elem. des 3. dieses; muß der eussere im C auch grösser seyn als der im D/ vnd also/ wann dem im D durch DE so viel wird zugesetzt/ daß er sich mit jenem gleichet/ kömpt DE gleich dem CE/ nach dem angezogenen 16. Elem. Dahero dann DE grösser ist als AE/ nach dem 1. axiom. vnd also der Winckel im A des Triangul ADE/ als DAE auch grösser ist als der Winckel im D desselben/ das ist/ als ADE nach dem 15. Elem. dieses. Nun ist DAE gleich dem BAC als verticali nach dem 14. Elem. des 3. C. dieses; vnd also BAC auch grösser als ADE. Dahero weil ADE zusampt dem im B sich gleichen mit dem eussern im C/ solcher aber mit dem innern zwey rechte thut/ nach dem 13. Elem. des 3. dieses/ so müssen die sämptlichen Winckel des Triangul ABC mehr dann zwen rechte vermögen.

18. Wann eine Seite vnter den geraden eines Trianguls erlengert wird/so ist der eussere Winckel den zweyen innern entgegenstehenden gleich. Als im Triangul ABC von geraden Seiten/ sey die Seite AC als basis vngefehr in das D erlengert. Dahero der eussere Winckel daselbst als BCD/ mit den zweyen innern im A vnd B zusammen sich gleichen muß. Dann durch das 13. Elem. des 3. C. dieses thut der eussere vnnd innere Winckel im C zusammen zwen rechte/ vnd durch das vorgehende 16. Elem. dieses die sämptlichen Winckel des Trianguls ABC auch zwen rechte/ vnd weil der innere in dem C ist gemein/ so ist der eussere daselbst als BCD den andern zweyen innern in dem A vnd B gleich/ nach dem 4. axiom.

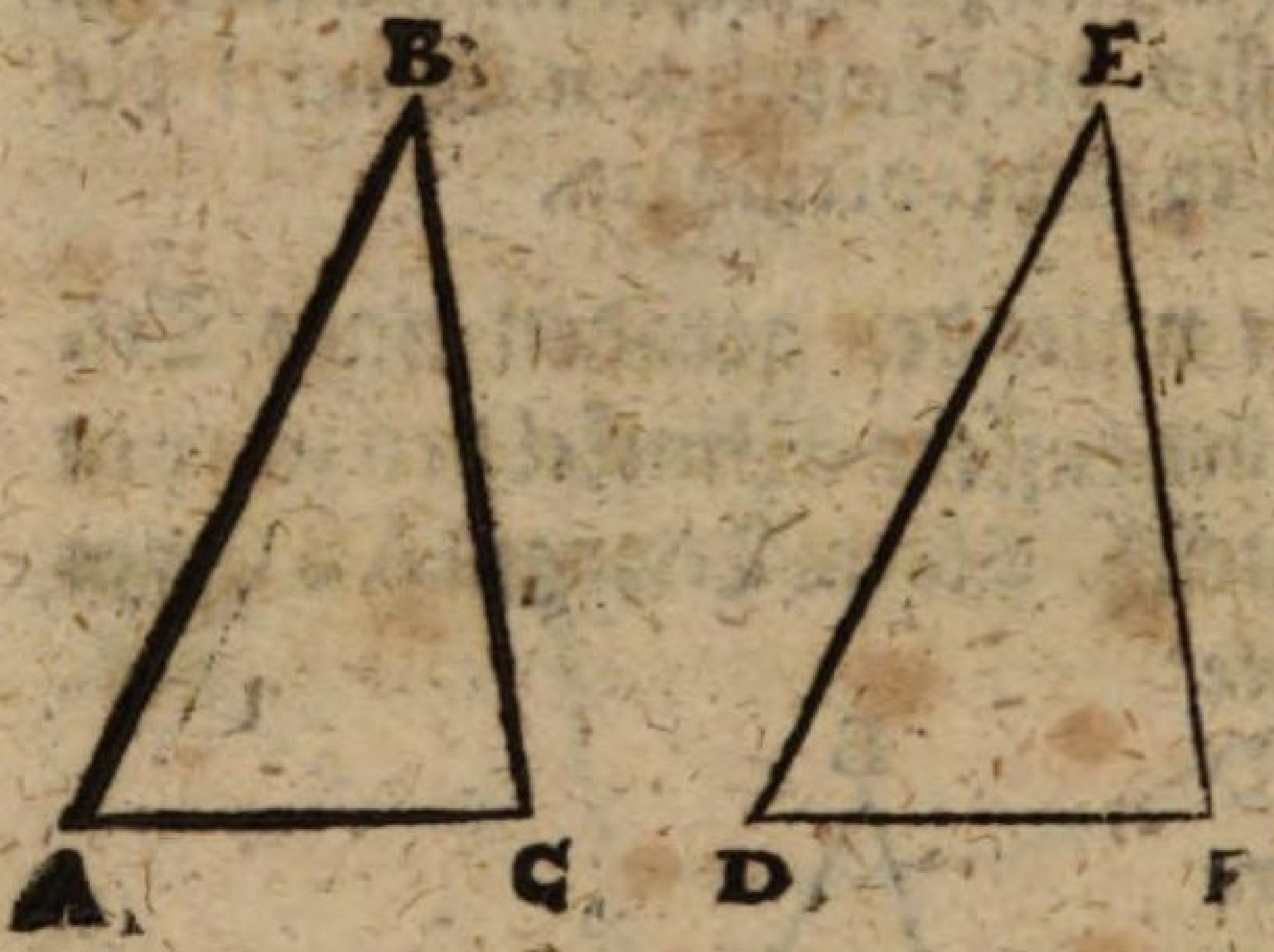


Hieraus folget

In einem jeden Triangul von geraden Seiten ist der eusse- Consect.

eusserе Winckel grösser als der zweyen innern entgegen-stehenden einer. Als BCD ist grösser dann der Winckel im A oder B nach dem 1. axiom.

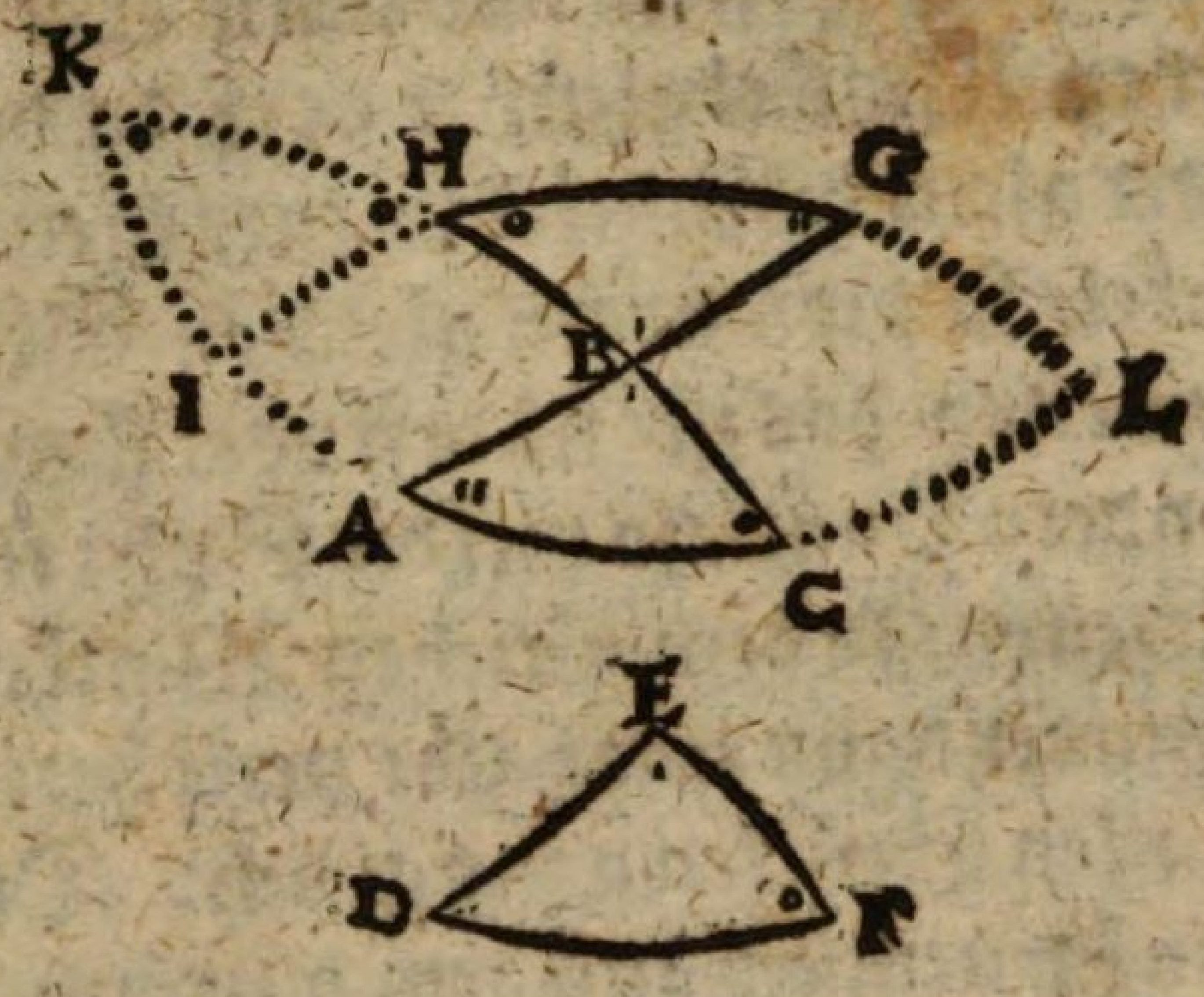
19. Triangul/ so da sind untereinander von gleichen Seiten/ die sind auch von gleichen Winckeln/ vnd also am Raum vnd sonst gantz gleich; vnd hergegen Sphærische Triangel/ so da haben vntereinander gleiche Winckel/ die sind auch von gleichen Seiten. Als die Triangul ABC vnd DEF sind vntereinander von gleichen Seiten/ als den Geraden AB vnd DE/ BC vnd EF/ AC vnd DF. Dahero sind solche auch von gleichen Winckeln/ nach dem 16. Elem. des 3. dieses/ vnd



also am Raum vnd sonsten gantz gleich/ dahin dañ auch das 9. axioma weiset. Nun von den Sphærischen auch hergegen zu beweisen/ daß da dieselbe seyn von gleichẽ Winckeln/ als ABC vnnd DEF/ im A vnd D/ B vnd E/ C vnd F/ daß solche auch haben vntereinander gleiche Seiten/ vnd sich also in allen Stücken gleichen; so lasse man aus dem B fortgehen AB/ vnd BC in das G vnd H/ daß BG sich gleiche mit DE/ vnd BH mit EF/ so ist der Winckel GBH dem Winckel DEF an Schenckeln vnd sonsten gantz gleich/ als so sich gleichet mit ABC seinem verticali/ nach dem 14 Elem. des 3. dieses/ welcher dem DEF auch gleich gesetzt ist. Dahero vom G zum H eine peripheri geführet GH/ ist solche auch gleich dem DF/ als die basis der basi/ nach dem 16. Elem. des gedachten 3. C. dieses. Vnd sind also die Triangul BGH vnd DEF von gleichen Seiten vnd folgends gantz gleich/ nach diesem 19. Elem. Solches nun anch von den Triangulen ABC vnd DEF/ klar zu machen/ so werde aus dem H die Seiten BH vnd GH fort-

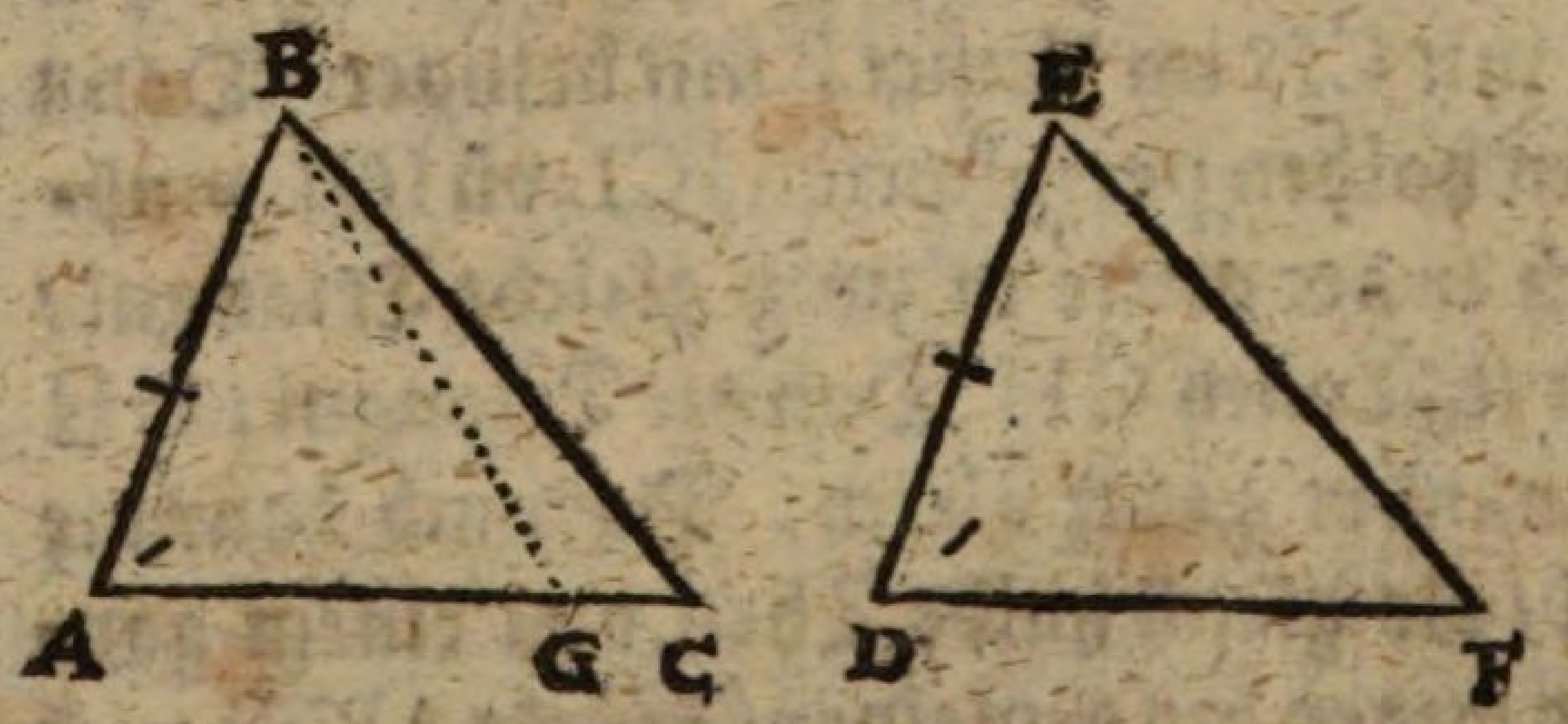
gefüh-

geführet/ biß sie mit AC der continuirten base zusammen kommen/ BH im K/ vnd GH im I/ so sind CIK vnd CHK halbe peripherien/ vnnd die Winckel von denselben beschlossen im C vñ K einander gleich. Der Winckel aber im C gleichet sich auch mit dem Winckel BHG/ vnd BHG mit dem IHK als seinem



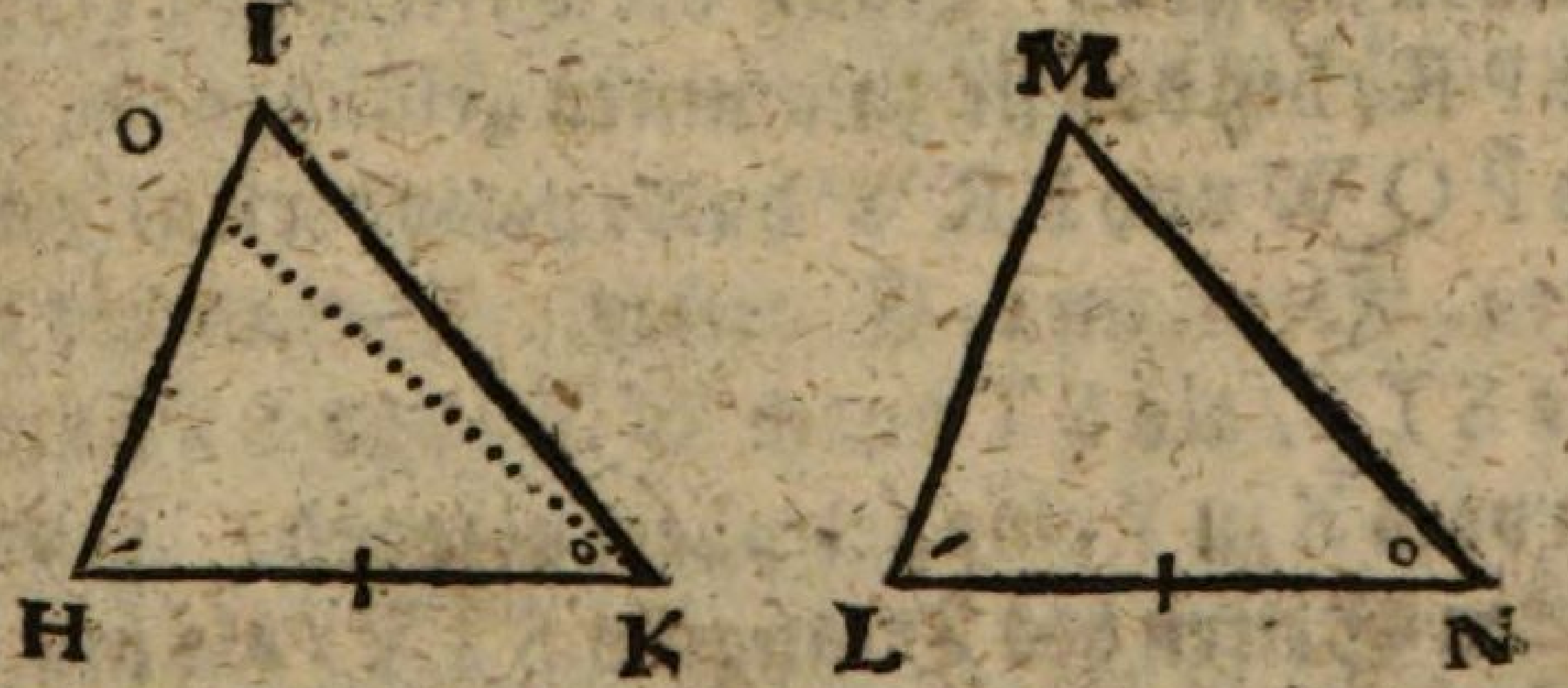
verticali. Derowegen der Winckel IHK nach dem 2. axiom. auch gleich ist dem Winckel IKH/ vnd also IK dem IH/ nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses. Dahero dann CI vnd IH eine halbe peripheri thun nach dem 3. axiom. Jngleichen da AC vnd GH nach der ander Seiten zusammen gelangen im L/ machet AL mit GL eine halbe peripheri/ vnd also weil AL gemein/ wird GL gleich dem AI; vnd wegen des gemeinen Stücks CI/ auch IH gleich dem CL/ vnd folgent die basis AC der basi GH nach dem 4. axiom. Dann AI vnd CL von der halben peripheri ICL abgezogen/ bleibet vbrig AC/ vnd IH/ vnd GL vom IGL bleibet GH. Dahero das Triangul ABC ist mit dem Triangul BGH vnd also auch mit DEF von gleichen Schenckeln. Dann da eines mit dem andern als ABC mit BGH zur gemeinen basi gestellet/ daß an derselben die gleichen Winckel zusammen treffen/ mag keines das ander vbertreffen/ nach dem 9. axiom. Welches auch der gleiche Durchschnit AG mit CH im Punct B mit bringet. Dann AG zertheilet den von den halben peripherien ICL vñ IGL vmbschlossenen Raum/ gleich in der mitte in zwey gleiche Triangul/ AGI vñ GAL/ vnd also thut auch CH. Dañ die Triangul ICH vnd CHL sind auch einander gantz gleich; Darumb dann die Triangul AGI vnd ICH/ als gleich halbe Theil von einem gantzen/ einander gleich; vnd wegen des gemeinen Stücks ABHI auch die Triangul ABC vnd BGH nach dem 4. axiom. Zu diesem kömpt nun auch das folgende Element.

20. Wann zwey oder mehr Triangul haben vntereinander zwo Seiten vnd einen Winckel / oder eine Seite vnd zwen Winckel gleich / doch da dort derselben Seiten einer der gleiche Winckel zu entgegen ist / daß die andern Winckel / so der andern gleichen Seiten zu entgegen stehen / einerley das ist / scharff oder stumpff seyn; vnd hier in dem andern Punct / so viel die Sphærischen betrifft / die andern Seiten / so dem gleichen Winckel zu entgegen / mehr oder minder dann eine halbe peripheri thun / die sind einander in allen Stücken gantz gleich. Der Beweis beruhet in gemein fürnemlich auff dem 9 axiom. Dann da solche der gebühr nach auffeinander gefüget / daß die gleichen Seiten zusampt den gleichen Winckeln richtig zusammen treffen / mag keines das ander irgends vbertreffen. Insonderheit aber wird das erste / die Gleichheit der dritten Seiten / wann die andern Seiten vmb den gleichen Winckel anstehen / nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses / erwiesen. Dañ Winckel von gleichen Schenckeln vnd basen sind einander gleich; vñ hergegen gleiche Winckel / so da haben vntereinander gleiche Schenckel / die haben auch gleiche bases. Da aber deren eine dem gleichen Winckel zu entgegen / in einem wie in dem andern / vnd die andern Winckel der andern gleichen Seiten entgegenstehende einerley / scharff oder stumpff / Als in den Trianguln von geraden Seiten ABC vnd DEF / deren Seiten AB vnd DE / BC vñ EF zusampt den Winckeln im A vnd D sich gleichen / im C vnd F aber / so einerley / als jeder ein scharffer / so kan der Beweis am füglichsten



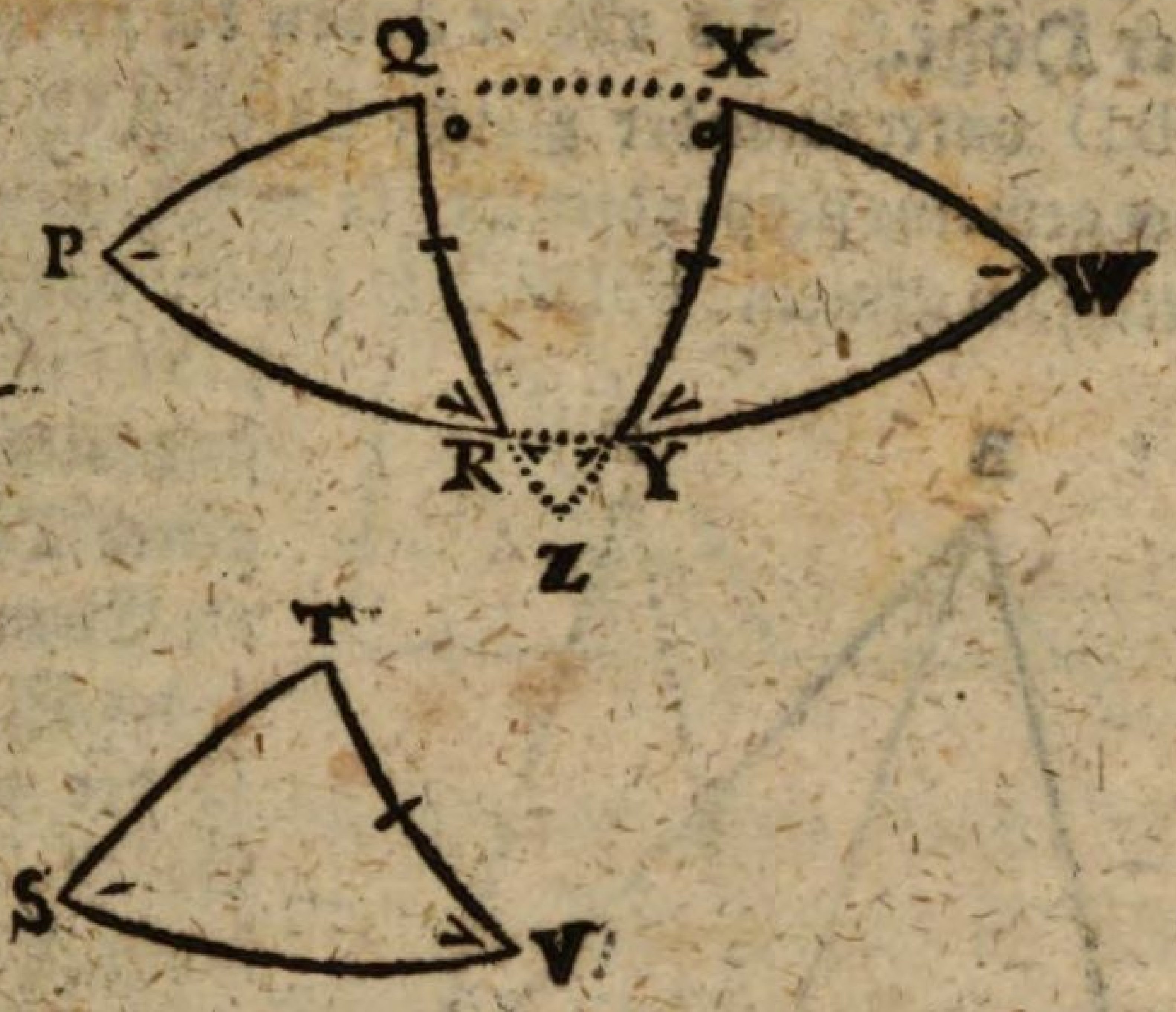
ssen geschehen/den Widerpart/ so nicht nachgeben wolte / daß dahero die dritten Seiten/ als AC vnd DF sich auch gleichten auff einem nichtigen vngereimten Schluß zu führen / nemlich also: Seyn die Seiten AC vnd DF nicht gleich / so ist eine grösser als die ander. Setze AC sey grösser als DF. Nim dahero die kleinere DF von der grössern AC/ durch AG/ vnd laß vom B zum G eine gerade Lini BG/ so ist solche der Seiten EF nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses/ gleich; als die basis der basi. Dann die Winckel BAG vnd EDF sind nicht allein einander gleich / sondern hetten auch also gleiche Schenckel. Nun gleichet sich auch BC mit EF; Seyn derowegen BC vnd BG auch einander gleich; vnd also nach dem besagten 16. Elem. die Winckel BCG vnd BGC. Der Winckel BCG aber ist ein scharffer; so muß der Winckel BGC auch ein scharffer seyn/ vnd also der Winckel AGB ein stumpffer nach dem 13. Elem. des 3. C. dieses. Welches aber nicht seyn mag/ dann der Winckel AGB wird gleich gesetzt dem Winckel DFE/ so ein scharffer ist / durch das 16. Elem. des 3. C. dieses. Dahero die Seite AC nicht grösser ist/ sondern der Seiten DF gleich. Sonst müst ein Winckel zugleich scharff vnd stumpff/vnd also ein Stück gleich dem gantzen seyn wider das 1. axioma. Dann der scharffe ist ein Stück vom rechten/ wie solcher vom stumpffen nach dem 11. vnd 12. Elem. des 3. C. dieses.

Jngleichen ist der Beweis vom Andern / wann die Winckel an der gleichen Seite anstehen/in einem wie in dem andern Triangul/als in den folgenden HIK vnd LMN/da die Winckel im H vnd L/K vnd N zusampt den Seiten HK/ LN/sich gleichē/ da jemand nicht gestehen wolte/ daß darumb die andern Seiten als HI vnd LM / IK vnd MN/ vnd folgends die dritten Winckel im I vnd M/ gleich seyn solten /setzende/ HI were grösser dann LM/oder IK



grösser dann MN; oder hergegen/ so verfahre wie vor/ mit Abziehung der kleinern Seiten von der grossern/ als LM von HI durch HO/ vnd Zusammenziehung O vnd K/ durch die Gerade KO/ ist solche als die basis des Winckels OHK gleich der Seiten MN/ als der basi des Winckels im L/ durch das 16. Elem. des 3. dieses; vnd also auch durch dasselbe der Winckel HKO gleich dem Winckel im N. Welches aber nicht seyn kan nach dem 1. axiom. Dann mit dem im N gleichet sich der gantze Wynckel im K/ als HKI/ vnd also nicht das Stück HKO. Dahero die Seiten HI vnd LM nicht vngleich/ sondern gleich/ vnd also auch IK vnd MN zusampt den Winckeln im I vnd M nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses. Also in solchem Fall vrtheile auch von den Sphærischen. Vnd weil in denen von geraden Seiten die sämptlichen Winckel sich gleichen nach dem 1. Cons. des 16. Elem. dieses / so erscheinet alsbald nach dem 4. axiom. die Gleichheit der vbrigen Winckeln im I vnd M. Dahero wann die gleiche Seite dem einen Winckel zu entgegen ist in einem/ wie in dem andern / so hat es mit jetzt erklerten gleichen Beweis: Dann man also in beyden gleiche Winckel/ so an die gleiche Seiten anstehen/ haben mag/ welches aber in der Sphærischen Triangulen nicht angehet; Dahero von denselben stellen wir den Beweis also an: Als es seyn allhier durch PQR vnd STV zwey Sphærische Triangul zu verstehen/ so mit den Winckeln im P vnd S/ R vnd V zusampt den Seiten QR vnd TV sich gleichen. Die Seiten aber PQ vnd ST sind kleiner als eine halbe peripheri; Dahero solche sich gäntzlich gleichen müssen. Dann die Seiten des ersten Trianguls PQ vnd PR/ biß daß sie zusammen gelangen im W/ fortgeführet/ so sind PQW vnd PRW halbe peripherien/ nach dem 4. Consect. des 14. Elem. im 2. C. dieses. Davon die Seiten des Trianguls STV/ als ST durch WX / vnd SV durch WY abgezogen/ vnd vom X zu Y eine peripheri gezogen/ thut solche sich mit der dritten Seiten des Trianguls STV / als mit TV gleichen / nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses; vnd also auch nach dem vorgehenden

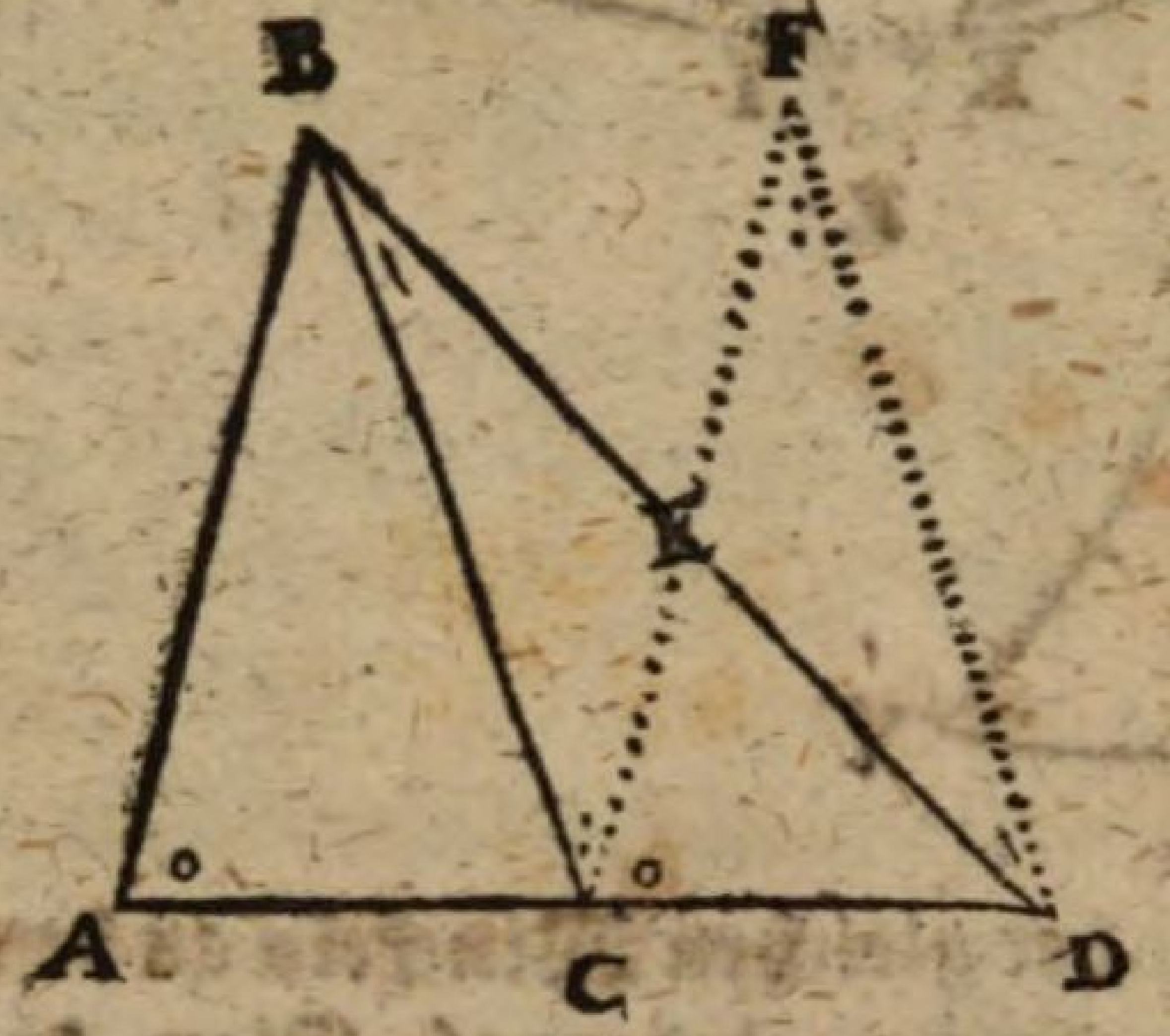
henden 19. Elem. das Triangul WXY mit dem Triangul S TV



Nun ist die Seiten QR der Seiten TV/ vnnd also auch der Seiten XY gleich/ vñ der Winckel PRQ dem Winckel im V vñ folgends auch dem Winckel WYX. Derohalben QR vñ XY aus dem R vnd Y biß in das Z fortgeführet/ sind wegen der gleichen verticalen im R vnd Y/ RZ vñ YZ als bases der gleichen Winckeln an dem gemeinen Schenckel RY einander gleich nach dem 16. Elem. des 3. C dieses; vnd also auch QZ vnd XZ nach dem 3. axiom. Dahero durch gedachtes 16. Elem. die Winckel ZQX vnd ZXQ sich gleichen/ vnd folgends die vbrigen im Q vnd X/ als PQR vnd WXY/ nach dem 4. axiom. weil beyderseits die Winckel im Q vñ X nach dem 13. Ele. des 3. C. dieses zwen rechte thun. Nun seyn in beyden Triangulen an den gleichen Seiten QR vnd XY vnter sich gleiche Winckel/ dahero ferner Beweis nur aus dem vorgesetzten von den geraden Seiten zu nehmen ist. Vnd also ist der Beweis auch anzustellen/ wann die Seiten/ so den gleichen Winckeln zu entgegen/ grösser als eine halbe peripheri seyn/ wie zu verstehen am PX vnd QW/ es sey mit den andern anstehenden beschaffen wie es wolle. Kürtze halben hievon gnug.

21. Wann zwey oder mehr Triangul von geraden Seiten haben vntereinander gleiche bases/ oder eine gemeine basin vnd gleiche Höhen oder perpendicularen vom Spitz zur basi/ oder eine gemeine perpendicular/ die sind einander am Raume gleich/vnd hergegen gleiche Triangul

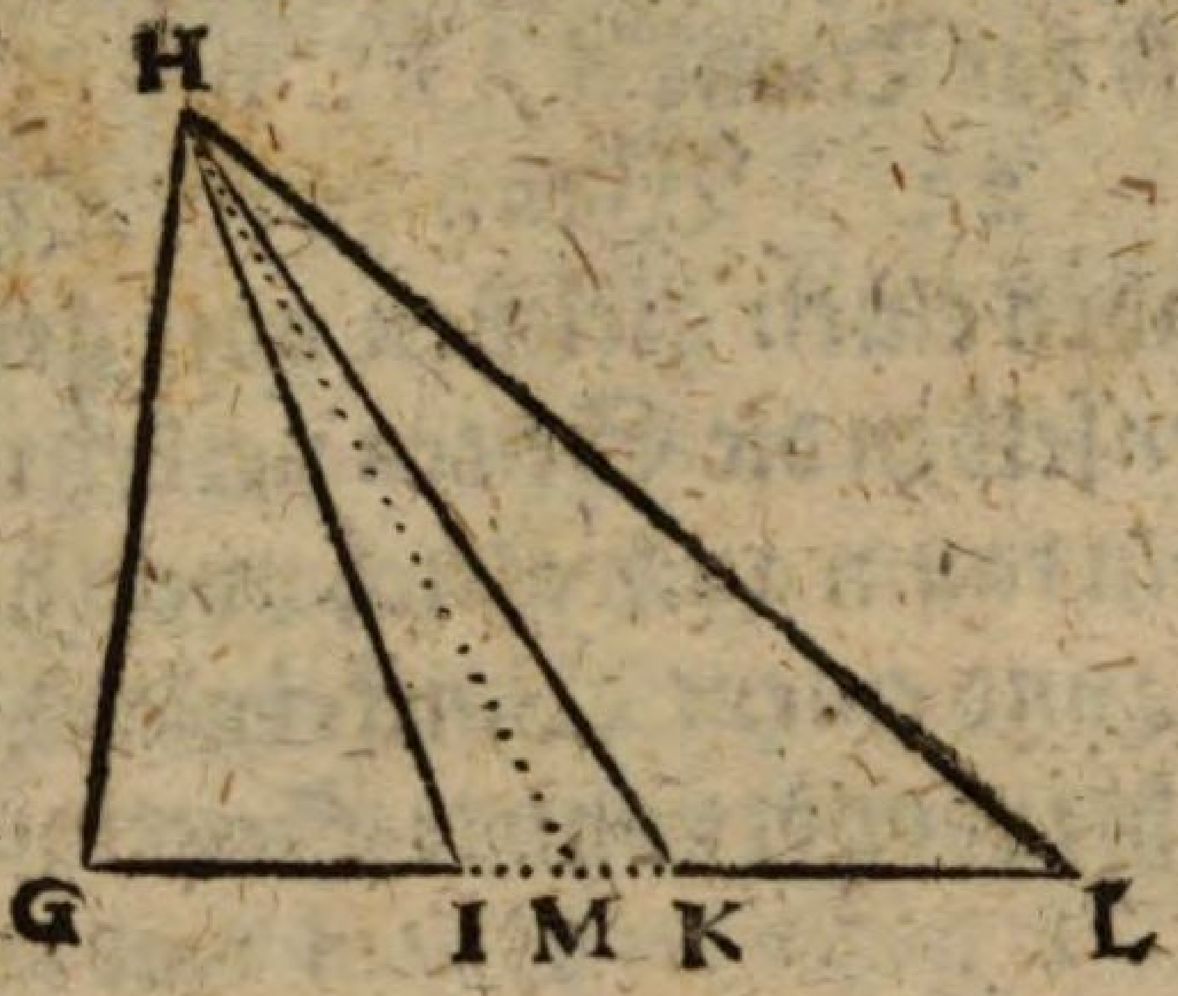
gul auff einer gemeinen oder gleichen base / sind von gleicher Höhe.] Als allhier haben die zwey Triangul ABC vnd CBD vntereinander gleiche bases AC / CD / vnd eine Höhe oder gemeine perpendicular / so von gemeinem Spitz B auff die gleichsam gemeine basin AD fellet; dann die bases AC / CD stehen in die Gerade. Dahero sind solche Triangul am raume gleich Dann nach dem 20 oder 21. Elem. des 3. dieses aus dem C der Seiten AB / vnd aus dem D der andern BC auffwerts Parallele gezogen / so im F zusammen kommen / CF vnd DF machen solche mit CD ein Triangul CDF / so sich mit dem ersten ABC gantz gleichet. Dann



erstlich sind die Winckel an der base einander gleich / als BAC vnd FCD / ACB vnd CDF / nach dem Conſ. des 19. Elem. des 3. dieses; vnd dann durch das 20. dieses / wegen Gleichheit der basen AC / CD folgents in den andern Stücken allen. Also sind nun auch die Triangul BCE vnd DEF einander gantz gleich. Dann BC gleichet sich mit DF / vnd stehet derselben auch Parallel. Dahero die Winckel BCE vnd DFE / CBE vnd EDF / als alterni / nach dem Conſ. des 19 Elem. im 3. C. dieses / sich gleichen / vnd folgents nach dem 20. dieses / dieselben Triangul BCE vnd DEF. Dahero dann / wegen des gemeinen Triangnls CDE / die beyden Triangul BCD vnd CDF sich auch gleichen Vnd weil das Triangul ABC dem Triangul CDF in allen Stücken vnd also auch am Raum gleich ist / so seyn die beyden Triangul ABC vnd BCD am Raum auch einander gleich. Vnd also ist der Beweis auch von denen Triangulen / so da haben gleiche bases oder eine gemeine basin / vnd gleiche perpendicularen / doch daß solche zuvor zum gemeinen Spitz vnd mit den basen in die Gerade gestellet seyn / wie mit den Triangulen GHI vnd HKL geschehen. Dann vom H dem gemeinen Spitz

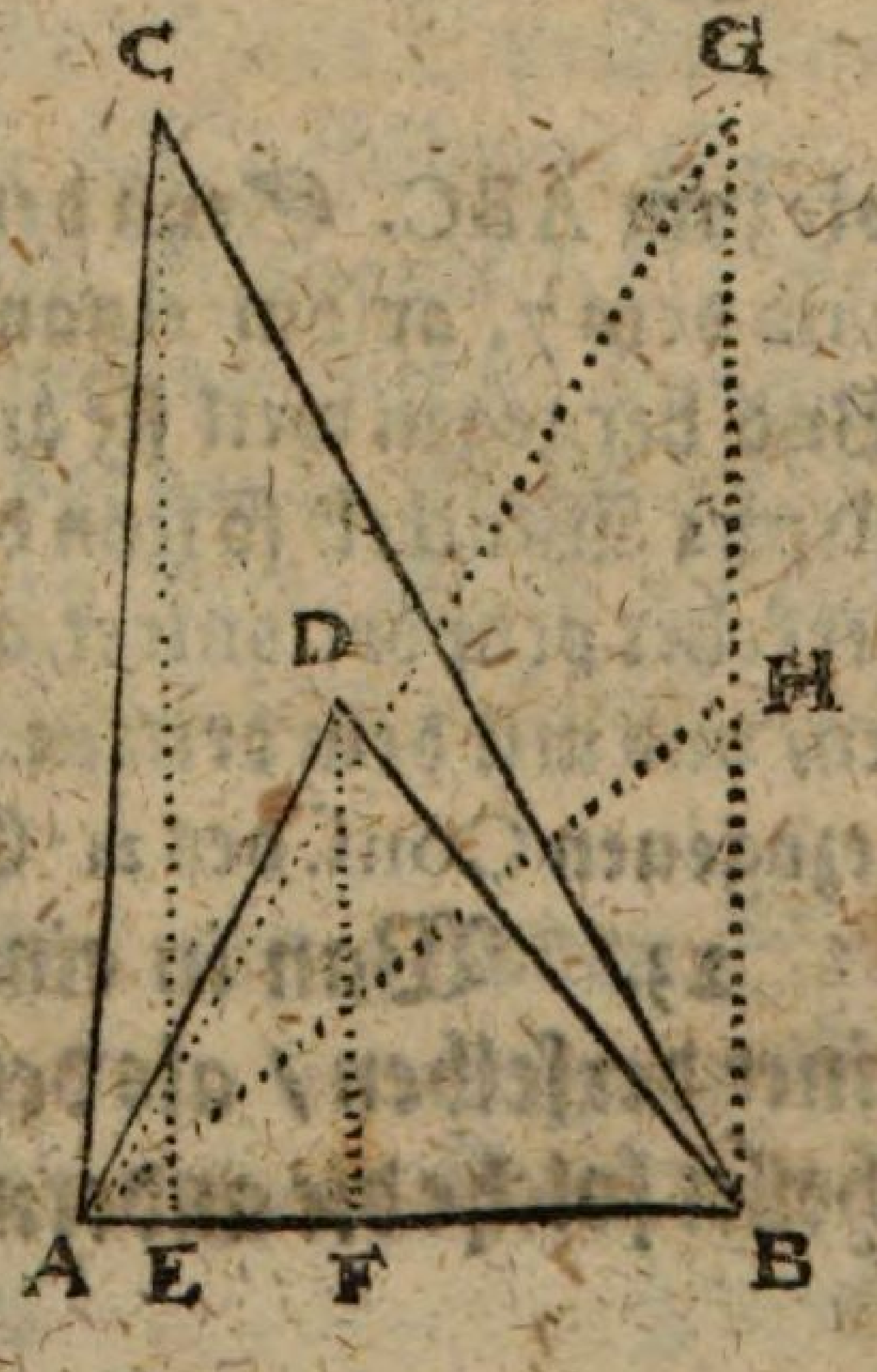
in die

in die mitte zwischen den basen als zum M eine blinde Lini geführet HM/ so sind beyderseits gleiche Triangul / nach dem Beweis mit ABC und BCD vorgenommen/ als GHM und LHM/ IHM und KHM/ und also ist nach dem 4. axiom. das Triangul GHI dem Triangul HKL am raume gleich; und hergegen weil



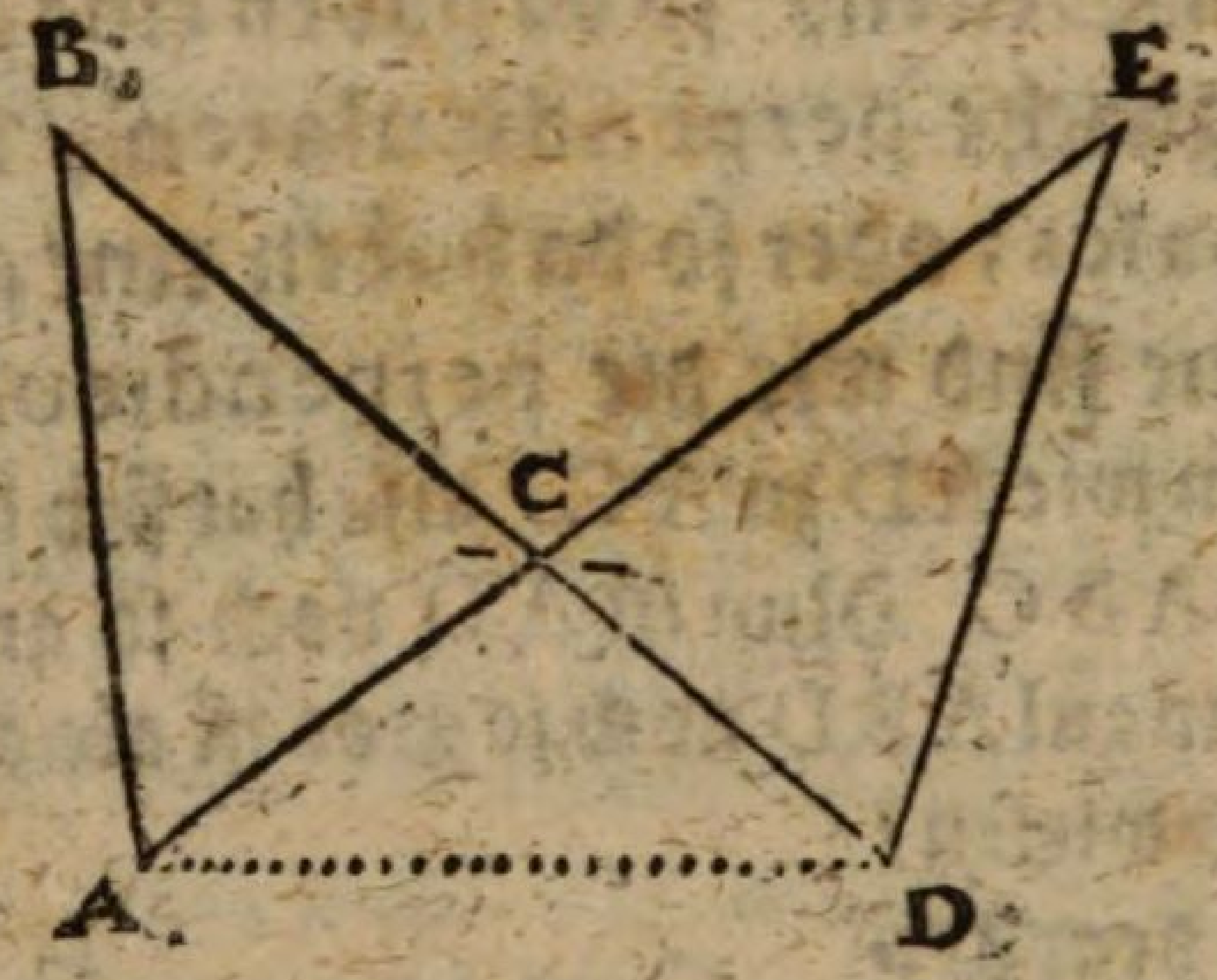
die besagten Triangul sich gleichen/ und haben gleiche bases/ so sind sie auch von einer oder gleicher Höhe; sonsten köndten die Triangul/ wie erwiesen / nicht gleich seyn. Hieraus folget:

Triangul von geraden Seiten/ so da haben eine gemeine perpendicular oder gleiche perpendicularen / die sind gegeneinander wie die bases; oder so da haben eine gemeine oder gleiche basin / die sind wie die perpendicularen; und hergegen. Als oben wie AD zu AC/ also hat sich das Triangul ABD zum Triangul ABC. Nun ist AD noch so gros als AC/ Dahero auch das Triangul ABD noch so gros ist als das Triangul ABC. Dann wie erwiesen/ so ist das Triangul ABC gleich dem Triangul BCD/ und deßwegen jedes die helffte vom Triangul ABD. Also verstehe von jeder ander Proportz der basen/ wie ingleichen auch der perpendicularen/ so recht zum Beweis in die Gerade auch zu stellen seyn/ wie allhier bey den Triangulen ABC und ABD zu sehen/ daß solche nemlich seyn gegeneinander wie die perpendicularen CE und DF/ das ist/ wie BG zu BH. Dann BG ist gleich CE/ und BH gleich DF/ und also weil die basis gemein/ das Triangul Consect.



ABG dem Triangul ABC/ vnd ABH dem ABD/ nach diesem 21. Elem. gleich. Dahero dann wie BG zu BH/ oder CE zu DF/ also das Triangul ABC zu ABD.

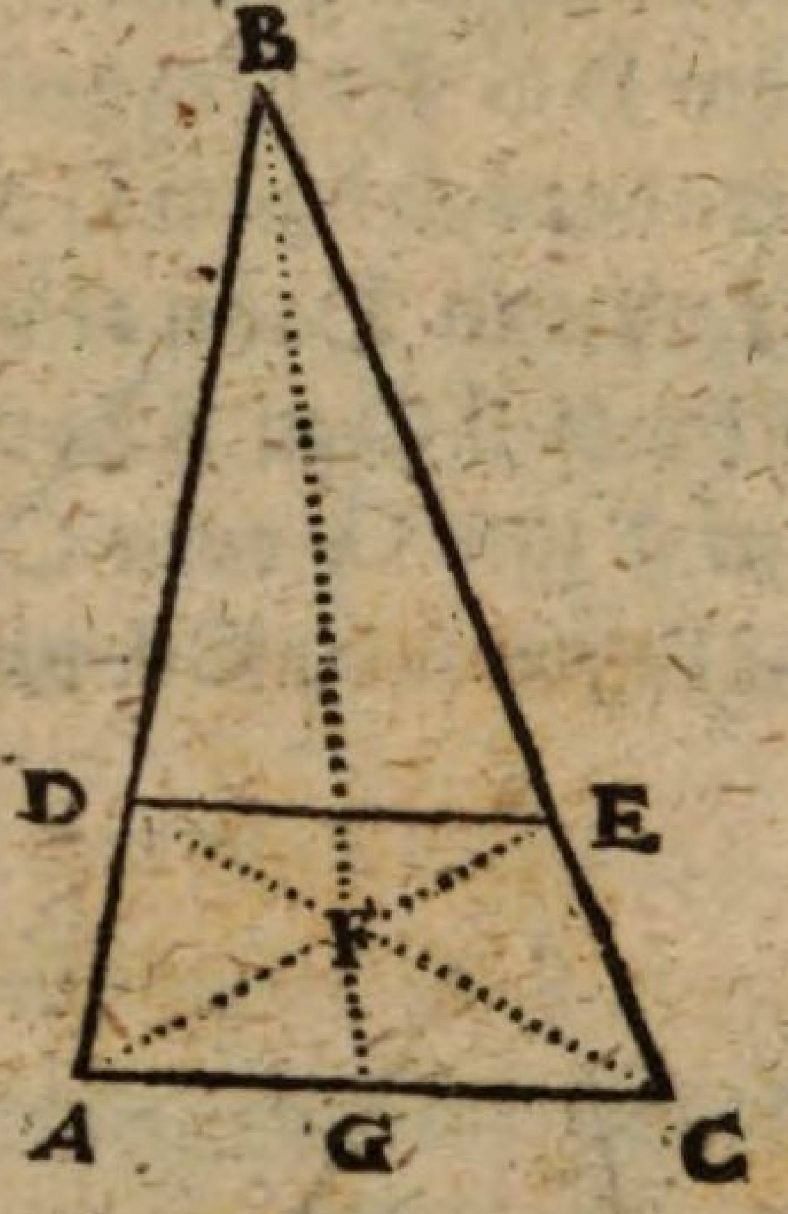
22. Wann zwey Triangul von geraden Seiten haben einen gleichen oder gemeinen Winckel/ vnnd vmb denselben die Seiten verkehrt proportioniret/ die sind nach dem raum auch gleich; vnd hergegen/ die sich mit dem raume vnd einem Winckel gleichen/ haben vmb denselben verkehrt proportionirte Seiten. Als in den Triangulen ABC vnd CDE stehen die Seiten vmb die gleichen vertical Winckeln im C/ als AC vnd BC/ CD vnd CE verkehrt proportionirt; das ist AC die Seite des ersten hat sich zu CE der Seiten des andern Triangels/ wie hergegen die ander Seite dieses/ als CD/ zu der andern Seiten jenes als zu BC. Dahero am raum sich gleichen.



Dann vom A zu dem D eine blinde Lini geführet/ AD/ hat sich das Triangul ACD zum Triangul ABC/ wie CD zu BC/ vnnd zu dem Triangul CDE/ wie AC zu CE/ nach dem Conſ. des vorgehenden 21. Elem. Nun helt sich aber AC zu CE/ wie CD zu BC. Dahero das Triangul ACD sich hat zum Triangul CDE/ wie zum ABC. Seyn derowegen die Triangul ABC vnd CDE nach dem 7. axiom einander gleich nach dem Raum oder Halt. Vnd hergegen weil sie am raume gleich/ vnnd haben im C auch gleiche Winckel/ so seyn die Seiten AC vnd BC/ CD vnd CE verkehrt proportioniret/ als bases der vnter sich gleichen Triangulen/ vnd mit dem dritten ACD in einer Höhe/ nach dem jetztangezogenen Conſ. des 21. Elem. dieses.

23. Wan in einem Triangul von geraden Seiten/ einer derselben/ als der basi eine Parallel gezogen wird/ theilet solche die andern zwe Seiten nach einer Proport; vnd

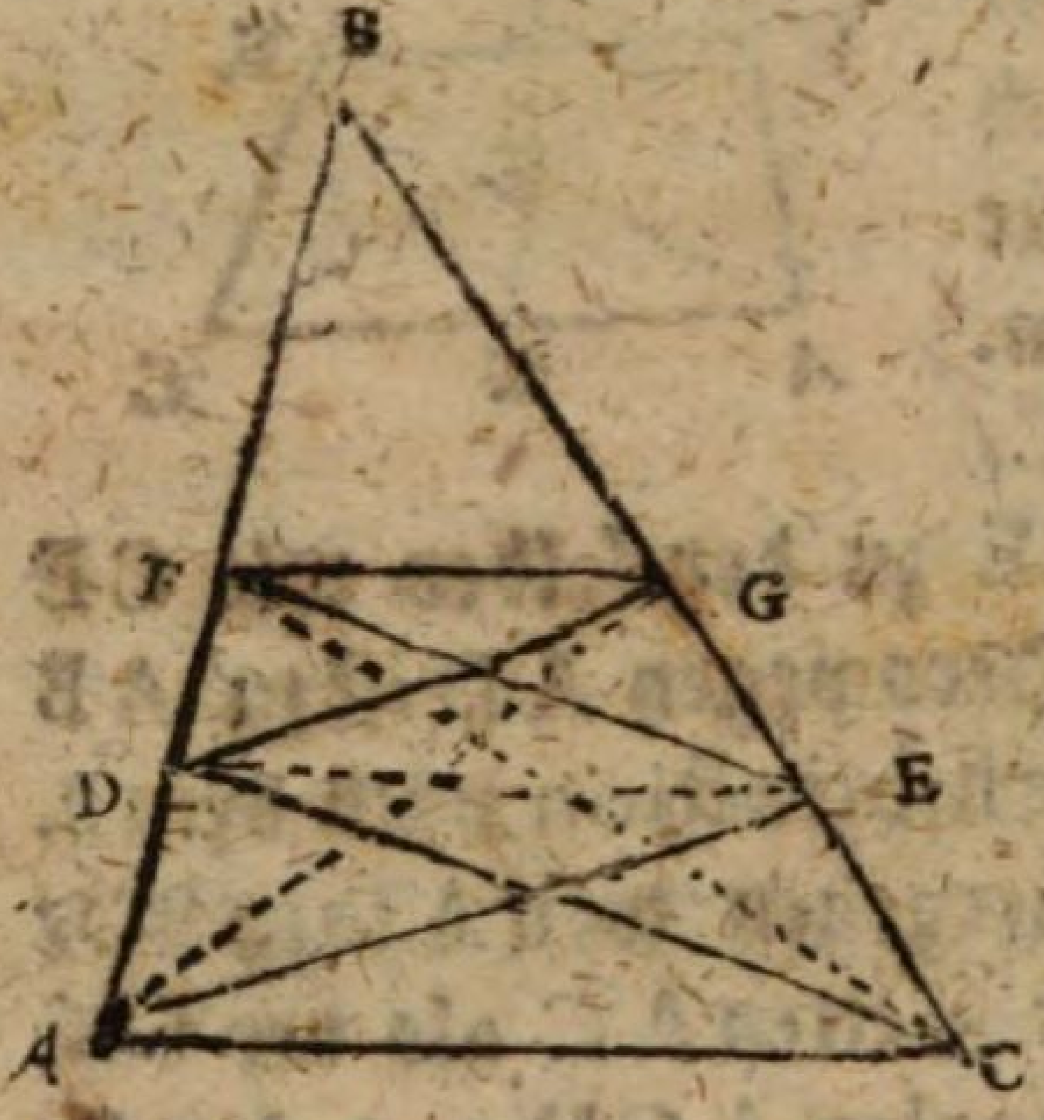
vnd hergegen. Als im Triangul ABC sey der Seiten AC als der basi Parallel die Gerade AC. Dahero solche die andern beyden Seiten als AB vnd BC theilet nach einer Proportz/ das ist/ die Stück oder Theil der Seiten AB/ als AD vnd BD/ halten sich gegeneinander wie die Stück der andern Seiten BC/ als CE vnd BE. Dann vom A zu dem E/ vnd vom C zu dem D blinde Linien gehen lassen AE/ CD/ seyn die Triangul ACD vnd ACE wegen der gemeinen basis AC/ vnd gleicher Höhe oder perpendicular auff dieselbe aus dem D vnd E/ nach dem 21. Elem. dieses/ einander am raume gleich/ vnd also auch gegen dem gantzen ABC in einer oder gleichen Proportion; nach dem 7. axiom. Nun hat sich das erste ACD zu ABC/ wie AD zu AB/ vnnd das ander ACE zu demselben wie CE zu BC; nach dem Conf. des 21. dieses Derowegen AD ist zu AB wie CE zu BC/ vnd durch division oder subtraction nach dem 8. axiom. AD zu BD/ wie CE zu BE; vñ hergegen weil AD zu BD/ wie CE zu BE/ so ist die Gerade DE der Seiten AC als der basi Parallel/ wegen Gleichheit der Triangulen ACD vnd ACE/ auff der gemeinen base AC/ nach dem 21. Elem. dieses.



Dahero die Gerade aus dem B durch den Durchschnit F der Geraden AE/ CD/ biß zur basi AC geführet/ theilet dieselbe in der mitte. Dann des gemeinen Trianguls ACF wegen sind die Triangul ADF vnd CEF einander gleich/ vnd also auch ABF vnd CBF; weil zu jenem sich hat das Triangul ADF/ wie zu diesem das Triangul CEF; Dahero solche wegen der gemeinen basis BF seyn von gleicher Höhe/ nach dem 21. dieses; vnd also AG gleich CG. Consect.

24. Wann in einem Triangul von geraden Seiten/ gerade Linien aus zweyen Winckeln die entgegenstehende Seiten durchschneiden / vnd aus dem Durchschnit

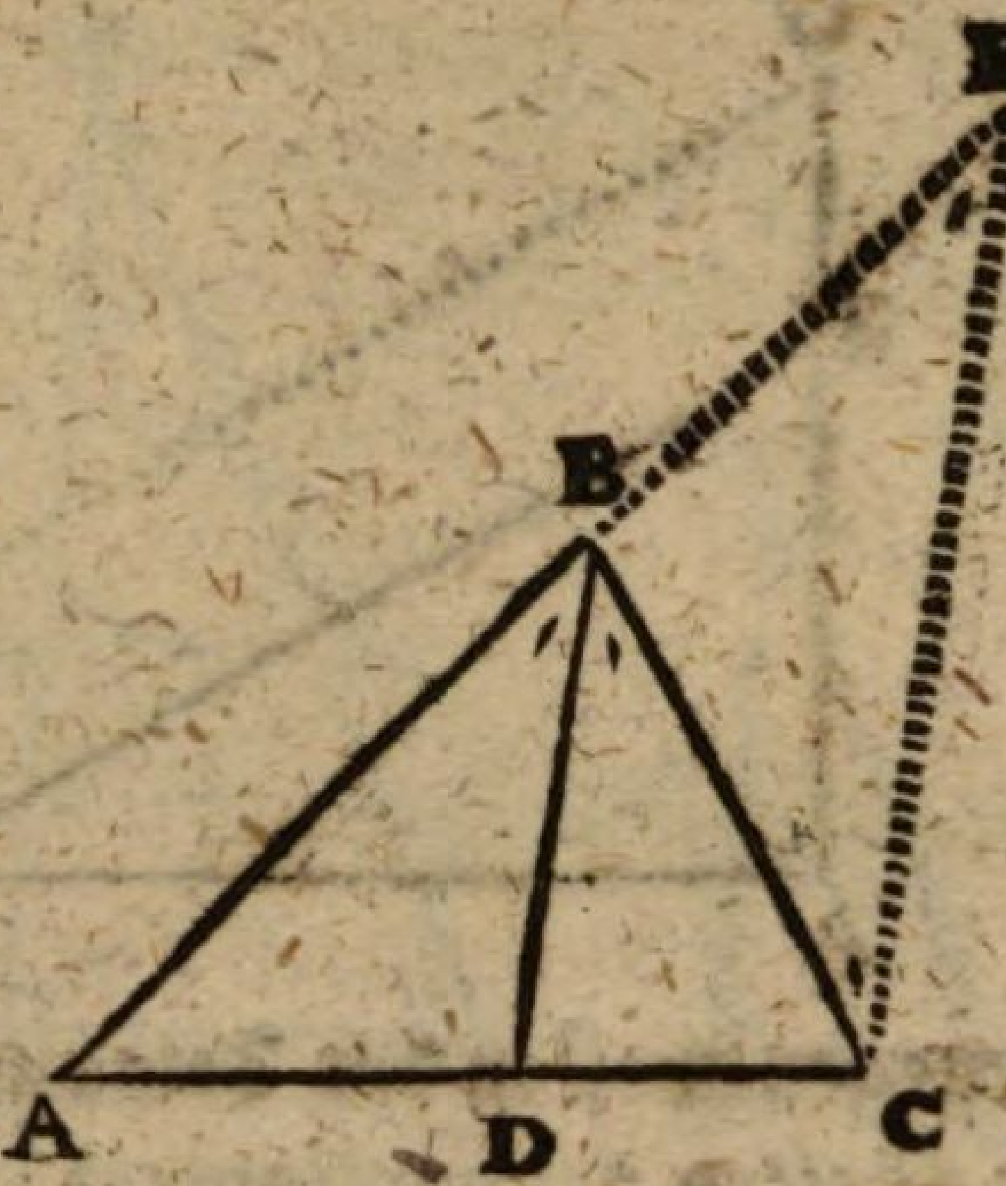
Parallelen geführet / thut die Gerade solche zusamen hefftend der dritten Seiten Parallel kommen; vnd also die andern nach einer Proportz zertheilen. Als im Triangul ABC seyn aus den Winckeln A vnd C zu den entgegenstehenden Seiten gerade Linien geführet AE, CD/ vnd dann aus D vnd E Parallelen/ DG der geraden AE vnd EF/ der geraden CD/ so thut die Gerade vom F zum G der dritten Seiten AC als der basi Parallel kommen. Dann also ist nach dem vorgehenden 23. Elem. BD zu BF/ wie BC zu BE; vnd BD zu AB/ wie BG zu BE. Dahero vom A zum G/ vom C zum F/ vnd vom D zum E blinde Linien gehen lassen AG/ CF vnd DE/ ist nach dem 2. axiom. des Triangul ABG gleich dem Triangul BCF/ weil jedes wegen des gemeinen Winckels im B sich gleicht mit dem Triangul BDE/ nach dem 22. Elem. dieses. Darumb dann nach demselben AB zu BC/ wie BF zu BG/ vnd also nach dem vorgehenden FG Parallel AC.



25. Wann eine gerade Lini einen Winckel eines Triangulꝭ von geraden Seiten gleich in der mitten zertheilet/ so theilet solche die entgegenstehende Seite nach Proportz der andern zweyen; vnd hergegen. Als im Triangul ABC zertheilet die Gerade BD den Winckel im B gleich mitten in zwey gleiche Stück Winckel ABD vnd CBD. Dahero die Seite AC als die basis wird im D nach der Proportz der andern Seiten AB/ BC zertheilet/ das ist / wie AB zu BC/ also hat sich das Stück der basis AD zum andern CD. Dann aus dem C/ der Geraden BD eine Parallel / biß an die aus dem B fortgeführete Seite AB/ nach dem 20 oder 21. Elem. des 3. dieses/ gezogen CE/ so ist der eine Stück Winckel im B als ABD gleich dem Winckel im E des angefügten Trianguls BCE/ vnd der ander CBD/ dem im C desselben Trianguls nach dem Conſ. des 19. Elem. des 3. C. dieses. Daheronach dem 16. Elem. im 3. C. dieses/ BC

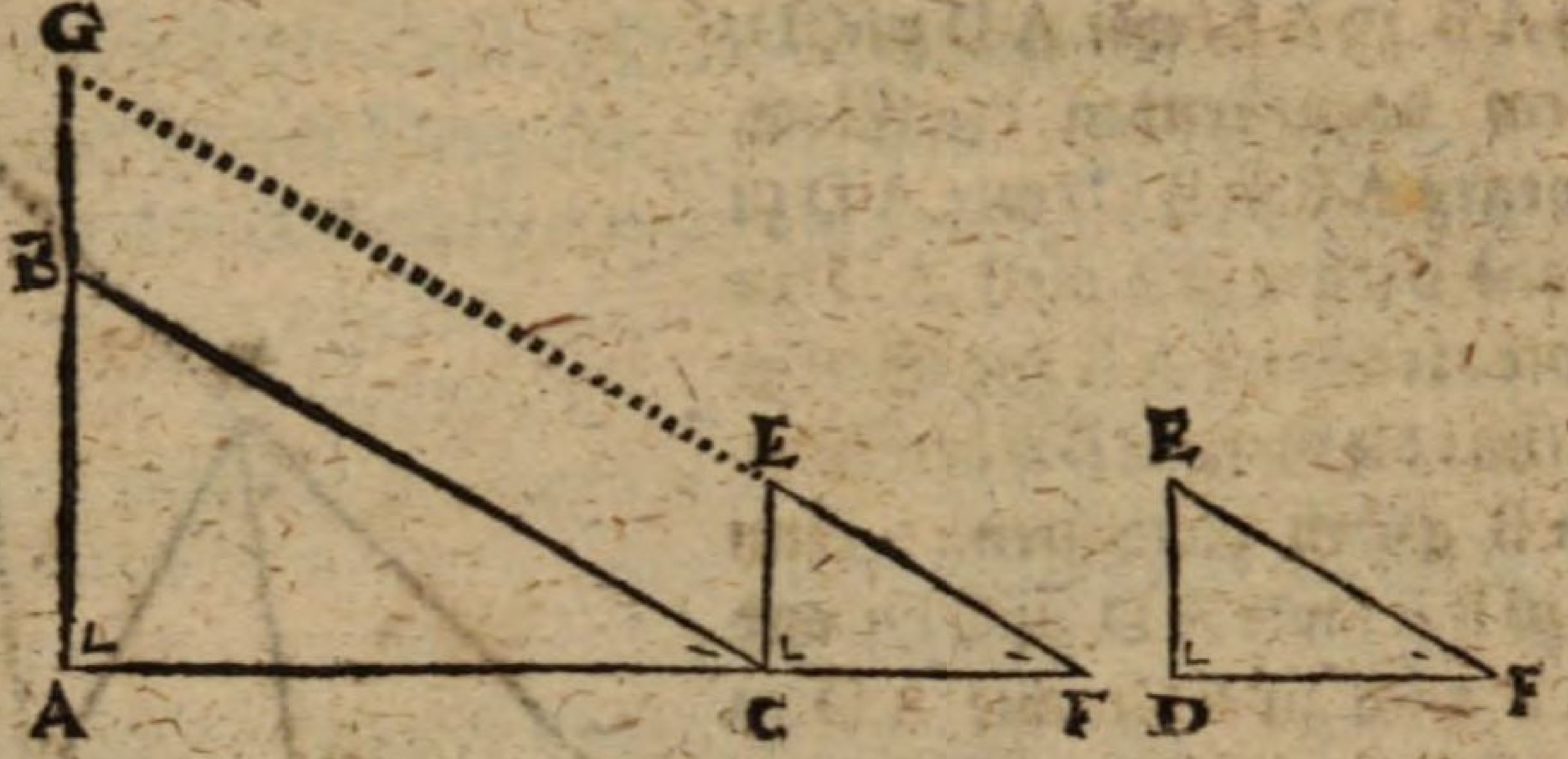
vnd

vnnd BE sich gleichen / als bases gleicher Winckeln. Nun hat sich AB zu BE / wie AD zu CD / nach dem vorgehenden 23. Elem. Derowegen AB zu BC / wie AD zu CD; vnd hergegen / weil AD zu CD / wie die Seite AB zur Seiten BC / so thut die Gerade BD den Winckel im B gleich-zertheilen. Dann AB ist zu BE / wie AD zu CD; vnd weil AB auch zu BC / wie AD zu CD / so ist BE gleich dem BC / vnd also der Winckel BCE dem Winckel BEC. Dahero dann nach dem Conſ. des 19. Elem. im 3. C. dieses / erfolget die Gleichheit der Stück Winckeln im B.



26. Wann zwey oder mehr Triangul von geraden Seiten / seyn vntereinander von gleichen Winckeln / so sind die Seiten vmb dieselben gegeneinander proportioniret: Vnd hergegen. Als die Triangul ABC vnd DEF seyn vntereinander von gleichen Winckeln / als im A vnd D / B vnd E / C vnd F / das ist gleichlich. Dahero die Seiten / so gleiche Winckel beschliessen / als AB vnd AC / DE vnd DF ꝛc. sind gegeneinander proportioniret / das ist / wie AB sich hat zu AC / also DE zu DF. Dann solche mit den basen AC / DE im C in die Gerade aneinander gestellet / so kommen die Seiten AB vnd DE / BC vnd EF nach dem Conſ. des 19. Elem. des 3. C. dieses / Parallel, vnd da AB vnd EF so weit fortgeführet / biß sie im G zusammen stossen / wird BG gleich DE / oder CE / vnd GE gleich dem BC / nach dem 27. Elem. des 3. dieses. Derowegen nach dem vorgehenden 23. dieses AB ist zu BG / wie AC zu CF; vnd wie AC zu CF / also ist GE zu EF. Dahero wie AB zu BG / also GE zu EF. Vnd weil BG sich gleichet mit CE oder DE / vnd GE mit BC / so ist AB zu CE oder DE / wie BC zu EF; vnd durch vmbwechseln nach dem 8. axiom. AB zu BC / wie CE oder DE zu EF. Also auch / weil AB ist zu BG / das ist zu CE oder DE / vnd AC zu CF oder DF / wie GE / das ist BC zu EF; ist durch vmbwechseln AB zu AC / wie CE oder

DE zu CF oder DF; vnd AC zu BC/ wie CF oder DF zu EF. Vnd

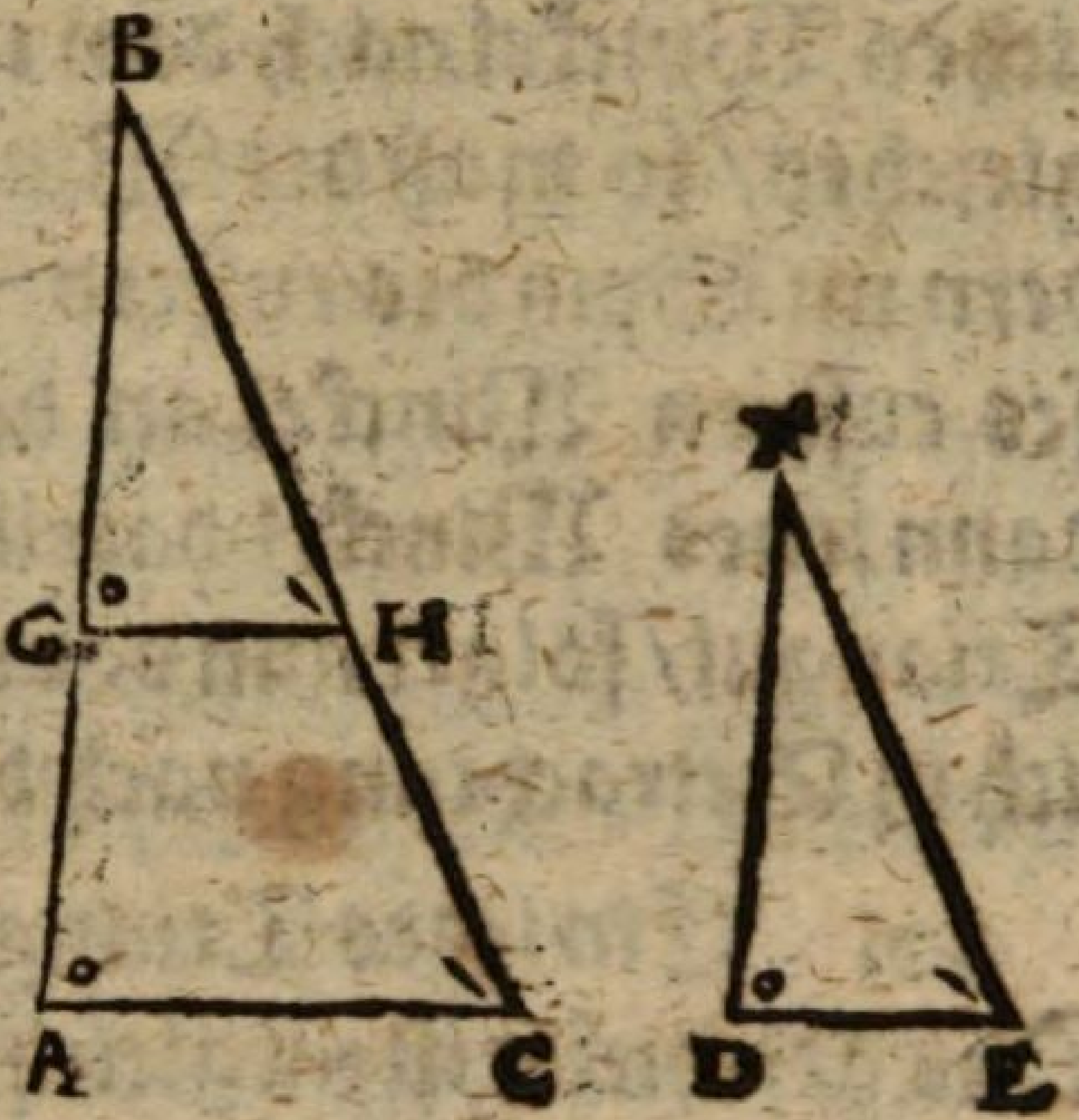


hergegen/ weil in den Triangulen ABC vnd CEF oder DEF seyn die Seiten proportioniret/ sind solche vntereinander auch von gleichen Winckeln. Dann BC wird also Parallel EF/ vnd AB der Seiten CE nach dem 23. Elem. dieses/ Vnd die Winckel an den proportionirten Seiten/ als Parallelen gleich nach dem Conf. des 19. Elem. im 3 C. dieses. Hieraus folget insonderheit/ was in gemein in dem 20. dieses zu finden.

Consect. Wann zwey oder mehr Triangul haben vntereinander gleiche Winckel/ vnd eine gleiche Seiten/ so den gleichen Winckeln entgegen stehet/ die sind an Seiten vnd folgents in allen Stücken einander gleich.

27. Wann zwey oder mehr Triangul von geraden Seiten haben vntereinander einen gleichen oder gemeinen Winckel/ vnd vmb denselben oder vmb andere derselben Winckel/ (doch daß solche wie auch die letzten dritte einerley/ das ist/ scharff oder stumpff seyn) proportionirte Seiten/ die sind vntereinander gleichlich/ oder von gleichen Winckeln. Als die Triangul ABC vnd DEF haben gleiche Winckel im B vnd F/ vnd vmb dieselben proportionirte Seiten/ das ist/ AB hat sich zu BC/ wie DF zu EF. Dahero solche sich mit den andern Winckeln auch gleichen/ vnd also gleichlich seyn. Dann BG gleich genommen der Seiten DF/ vnd BH gleich der andern EF/ so ist die Gerade GH gleich der Seiten DE/ nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses/ vnd Parallel der Seiten AC/ als

der basi / nach dem 23. Elem. dieses. Dann wie AB zu BC / also ist DF zu EF / vnd also BG zu BH / vnd durch vmbwechseln nach dem 8. axiom. AB zu BG / wie BC zu BH. Dahero nach dem Conſ. des 19. Elem. im 3. C. dieses / gleichen sich die Winckel im A vñ G oder D / im C vnd H oder E; daß also die Triangul ABC vnd DEF seyn vntereinander von gleichen Winckeln oder gleichlich. Nün setze / die Winckel im C vnd E weren gleich / vnd die Seiten vmb die Winckel B vnd F wie zuvor proportioniret; Dahero weil solche Winckel einerley / das ist / beyde scharffe seyn / wie auch die dritten im A vnd D / so ist die Gleichheit solcher Winckeln als im B vnd F / A vnd D ebener massen zu verstehen. Dann da der Seiten AB in der Lenge DF ein Parallel gezogen wird / kömpt im Winckel C ein Triangul / so dem Triangul ABC nicht allein nach jetzgeführtem Beweis vom BGH gleichlich ist / sondern auch nach dem vorgehenden 20. Elem. dem DEF gantz gleich. Dahero ABC vnd DEF auch seyn gleichlich oder von gleichen Winckeln.



28. Wann zwey Triangul sind vntereinander von gleichen Seiten / aber von vngleichen basen / so hat das jenige den grössern Winckel der basi entgegen / so die grössere basen hat; vnd hergegen; nach dem 23. Elem. des 3. dieses.

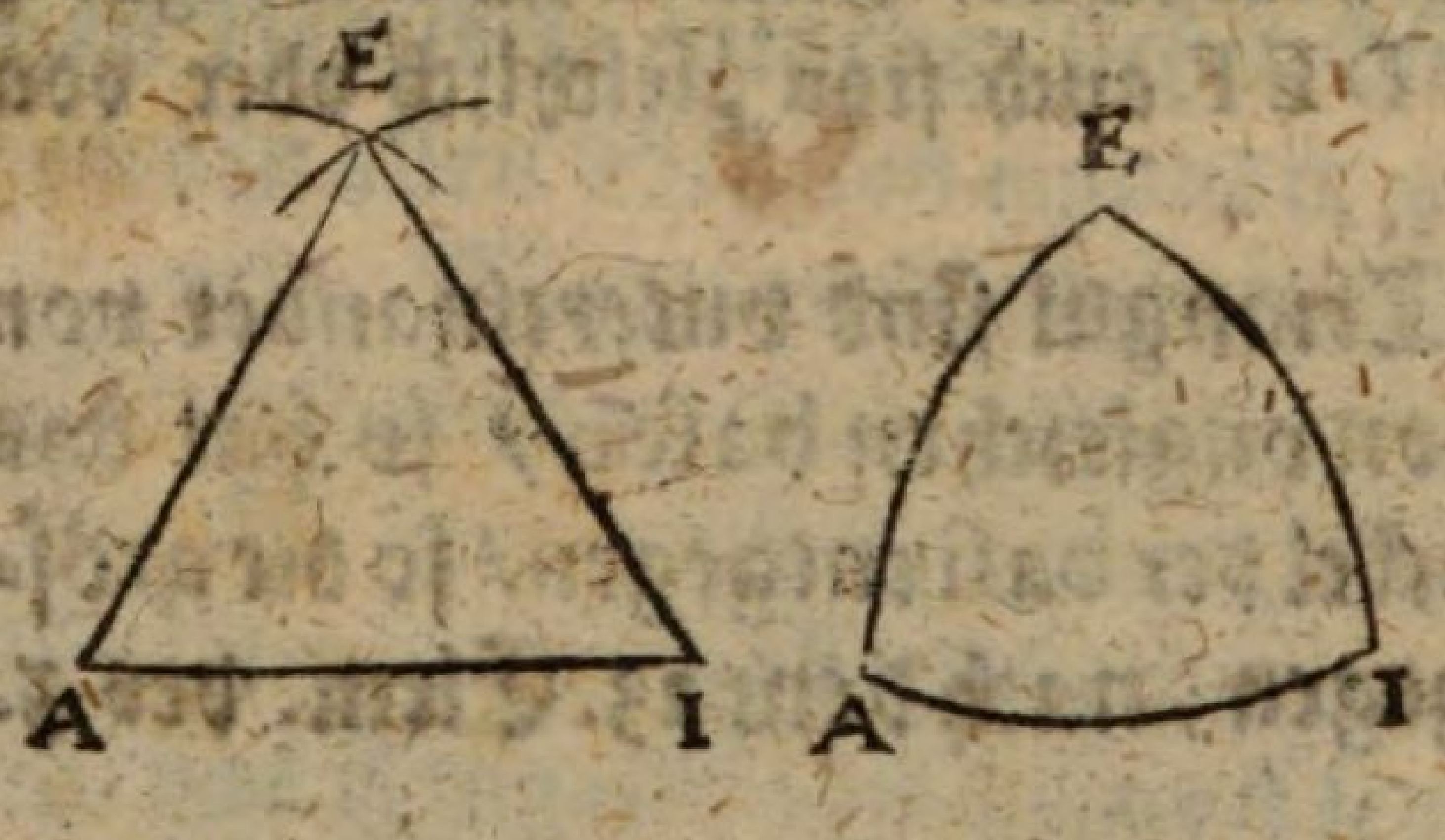
29. Wann zwey Triangul stehen auff einer gemeinen base / also daß eines das ander in sich begreifft / doch daß in dem Sphærischen jede Seite des eussern einen Quadranten oder minder thue / so hat das innere als kleinere Triangul einen grössern Winckel der gemeinen basi zu entgegen / als das eussere grössere / nach dem 24. Elem. des 3. dieses. Von denen mit geraden Seiten mag der

Be-

Beweis auch also seyn. Dann weil in denselben die sämptlichen Winckel nach dem 1. Conf. des 16. Elem. dieses/sich gleichen/so muß der Winckel im Spitz des innern den andern im Spitz des eussern/vmb so viel vbertreffen/als dieses eussern Winckel an der gemeinen base grösser seyn dann jenes Winckel daselbst. Gnug in gemein von dem Triangul/folget nun davon insonderheit/vnd zwar erstlich in Betrachtung nach den Seiten.

30. Ein jedes Triangul ist geschickt/oder vngeschickt. Das geschickte ist nu gleichseitig oder gleichfüssig.

31. Ein gleichseitiges Triangul/triangulum æquilaterum, ist/so da hat alle Seiten gleich. Also gibt ein solches dar AEI; da dann zur fabrica oder proba werden aus den Endpuncten einer Seiten/als hier aus A vnd I der basis oder sonst an der vorgegebener Gerade oder Sphærischen Lini/in derselben Weite zwo blinde peripherien gezogen/so sich im Spitz E des vorgestelten oder sonst begehrten Trianguls vnterschneiden müssen; dann also gleicht sich AE mit AI/wie auch mit demselben EI. Dahero nach dem 2. axiom. AE vnd EI vnnd folgents alle



Consect. drey sich mit einander gleichen. Von den Sphærischen insonderheit ist dieses allhier zu schliessen/daß die vorgegebene basis/vnd also jede Seite sich nicht mag mit dem dritten Theil der gantzen Sphærischen peripheri gleichen/nach dem 14. Elem. dieses/vnd also viel weniger denselben vberreichen.

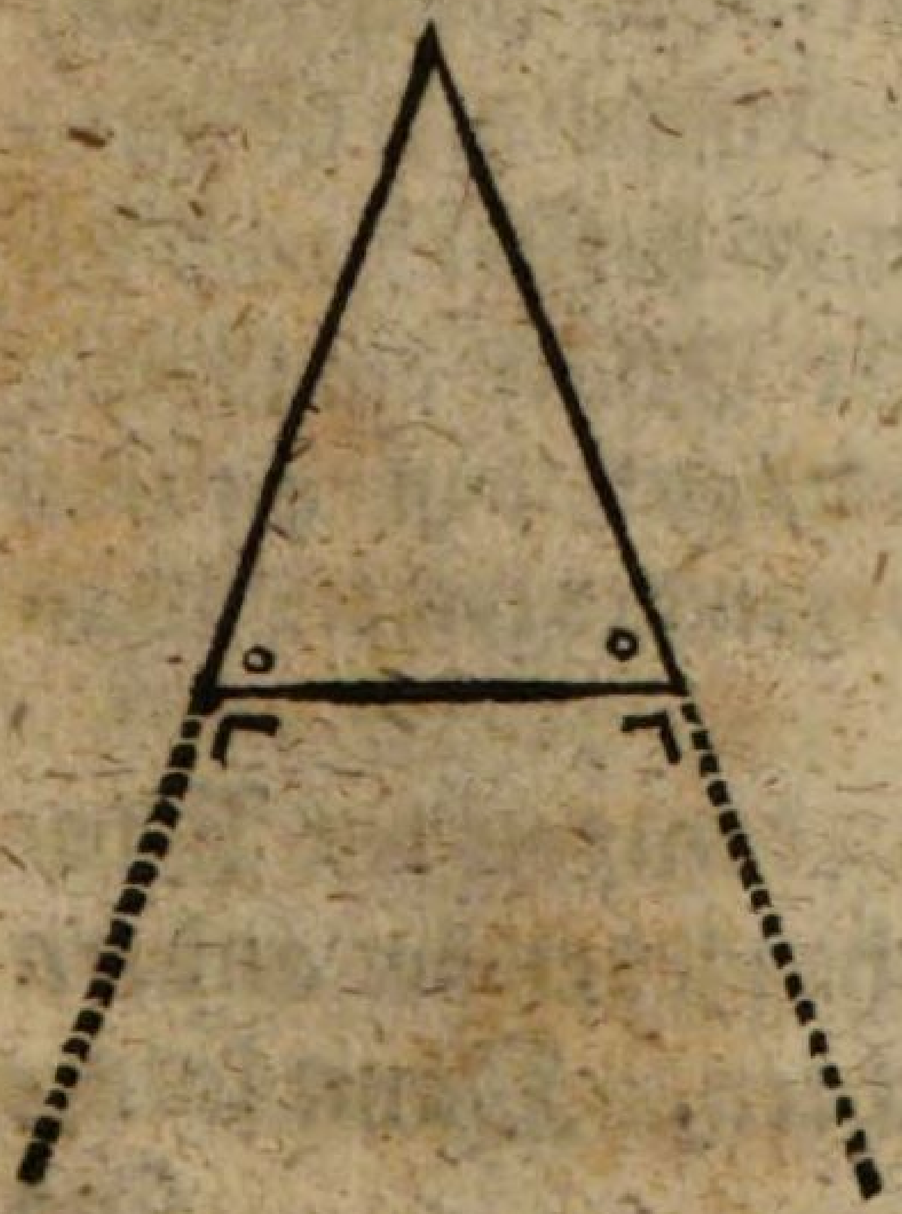
32. In einem gleichseitigen Triangul sind die Winckel

ckel allesampt einander gleich / vnd thut ein jeder in den n von geraden Seiten $\frac{2}{3}$ vom rechten. Jenes gibt klar das 16. Elem. des 3. dieses / als das Winckel von gleichen Schenckeln vnd basen sich gleichen; Dieses aber insonderheit von denen mit geraden Seiten das 16. Elem. dieses. Dann weil die sämptlichen Winckel sich gleichen mit zweyen rechten / vnd seyn alle drey vntereinander gleich / so muß jeder derselben $\frac{2}{3}$ von einem rechten thun. Dann 3. gibt 2. was 1? kömpt $\frac{2}{3}$. Vnd ist dahero

Das gleichseitige Triangul eine Regulier oder Ordinatfigur / als so an Seiten vnd Winckeln gantz gleich / nach dem 4. Elem. dieses. Consect.

33. Ein gleichfüssiges oder gleichschencklichtes Triangul / triangulum æquicrurum, ist / so nur zwo gleiche Seiten hat. Dahero die dritte als die basis mag grösser oder kleiner seyn; wie die beygesetzten Anzeigung thun.

34. In einem gleichfüssigen oder gleichschencklichten Triangul sind die Winckel an der base einander gleich; vnd hergegen. Dann solche gleichen sich mit den Schenckeln vnd basen / vnd also vntereinander nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses. Vnd hergegen / Wann in einem Triangul zwen Winckel sich gleichen / so ist solches ein gleichfüssiges oder gleichschencklichtes. Dann nach demselben 16. Elem.



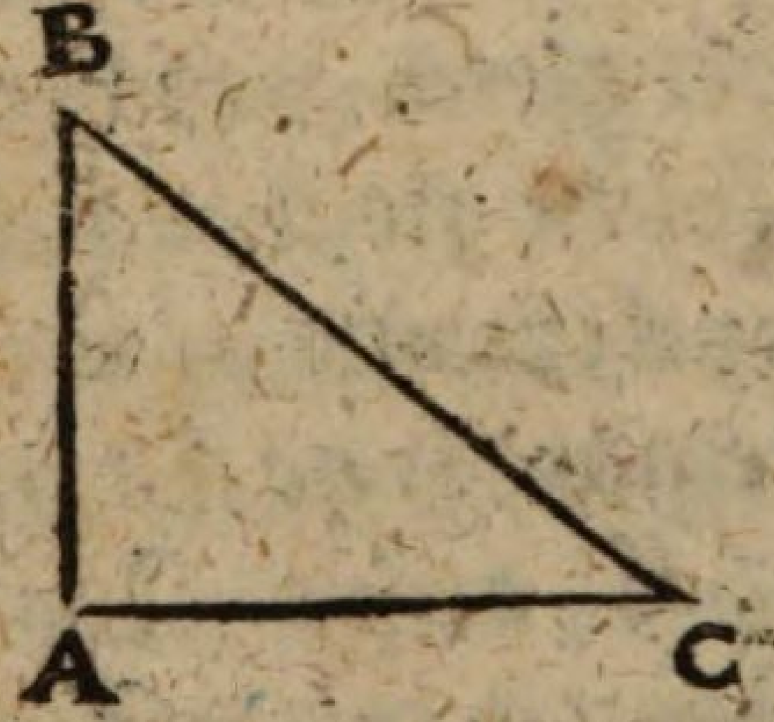
sind die Seiten als bases der gleichen Winckel einander gleich. Dahero dann nach Fortführung der gleichen Schenckeln niederwerts / seyn auch die / so vnter der base einander gleich/ nach dem 4. axiom. Dann jeder ober thut mit dem anstehenden vntern zwen rechte/ nach dem 13. Elem. des 3 dieses.

Consect.

35. Ein vngeschickt Triangul / triangulum variū, ist/ dessen Seiten alle vnter sich vngleich/ als da eine die ander vbertrifft. Dahero dañ auch ein Winckel grösser als der ander ist nach dem 15. dieses. Vnd also haben wir die Triangul nach den Seiten in etwas besichtiget; Nun soll es geschehen nach den Winckeln.

36. Ein jedes Triangul ist ferner ein Recht oder Schlimwincklichtes.

37. Ein Rechtwincklichtes Triangel/ triangulum rectangulum, ist so einen oder mehr rechte Winckel hat; vnd zwar das von geraden Seiten vermag nicht mehr denn einen rechten zu haben/ weil in demselben alle drey Winckel nach dem 16. El. dieses nur zwen rechte thun. Vnd wird ein solches herfür gebracht/ wann zwo perpendicular linien/ als so einen rechten Winckel beschliessen/ eine andere Lini/ als eine gerade / die geraden/ vnd eine Sphærische die Sphærischen zusammen hefftet/ vnd die dritte Seite gibt. Also ist ein Rechtwincklichtes Triangul von geraden Seiten ABC/ wegen des rechten Winckels im A.



38. Wann die geraden Seiten an dem rechten Winckel eines Triangels sich gleichen/ so thut jeder der andern zweyen Winckeln die Helffte vom rechten. Dann solche

sind

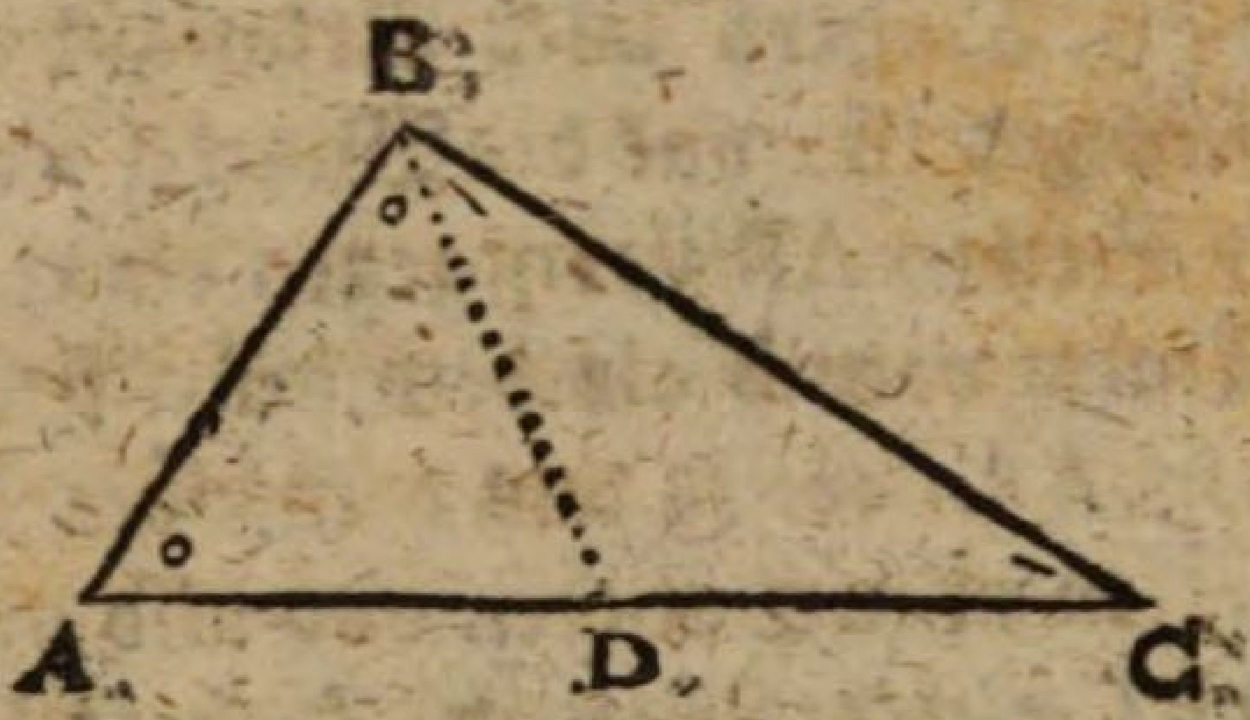
sind einander gleich nach dem 34. dieses / vnnd beyde zusammen gleich einem rechten. Dann der dritte ist ein rechter/vnd thun alle drey zwen rechte/nach dem 16. Elem. dieses. Dahero jeder von denselben beyden als scharffen die Helffte vom rechten thut,

39. Wann in einem Sphærischen Triangul eine Seite an dem rechten Winckel einen Quadranten oder $\frac{1}{4}$ der gantzen peripheri thut/ ist solches ein gleichfüssiges Triangul/vnd derselben Seiten entgegen stehender Winckel auch ein rechter. Als in dem Sphærischen Triangul ABC sey die Seite AB an dem rechten Winckel im A ein Quadrant oder $\frac{1}{4}$ der gantzen peripheri. Dahero solch Triangul ein gleichfüssiges ist / vnd der Winckel im C als der Seiten AB zu entgegen ein rechter. Dann vom B als dem polo stehet die basis AC/ als so aus demselben gezeichnet in allen Puncten vnd also auch im A vnd C gleiche Weit ab. Dahero dann AB sich gleichet mit BC; vnd ist also das Triangul ABC ein gleichfüssiges nach dem 33. Elem. dieses vnd im A vnnd C von gleichen Winckeln nach dem 34. dieses. Dahero weil der im A ein rechter/so muß der im C auch ein rechter seyn. Hieraus erscheinet/

Wann eine Seite an dem rechten Winckel grösser als ein Quadrant ist/ dz dan der entgegen stehende Winckel ein stumpffer/oder da solche Seite kleiner / daß derselbe ein scharffer Winckel sey; vnd hergegen. Dann jener hat in sich einen rechten als den Winckel BAC/ so dann dahero ein stumpffer ist nach dem 11. Elem. des 3 dieses. Dieser aber wird vom rechten vmbgeben/vnd ist dahero ein scharffer/nach dem 12. Elem. desselben; wie aus vorgesetzter Figur zuvernehmen. Consect.

40. Wann ein Winckel eines Triangul von geraden Seiten sich mit den andern zweyen zusammen gleichet/ so ist derselbe ein rechter/ vnd hergegen. Dann er gleichet sich mit der Helffte von zweyen rechten/ vnd also mit einem rechten; Vnd ist dahero solch Triangul auch ein Rechtwincklichtes nach dem 37. El. dieses.

41. Wann aus einem Eck eines Triangul von geraden Seiten zu der Mitte der entgegen stehender Seiten als der basis eine gerade Lini gezogen wird/ vnd solche sich mit der Helffte derselben gleichet/ so ist der Winckel im selben Eck ein rechter/ vnd hergegen. Als in dem Triangul ABC sey die Gerade aus dem Eck B zu der Mitte der Seiten AC/ als BD gleich der Helffte von AC/ als dem AD oder CD. Dahero der Winckel B ein rechter ist. Dann also seyn zwey gleichfüssige Triangul/ ABD vnd

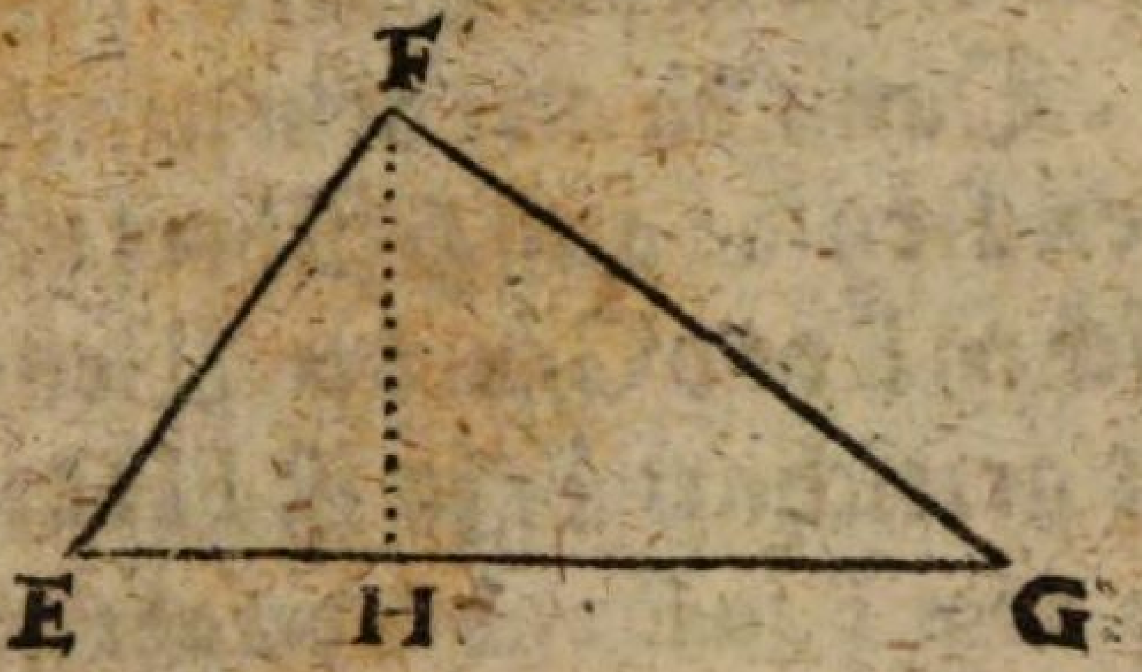


BCD/ so an AB vnd BC/ als den basen/ gleiche Winckel haben ABD vnd BAD/ BCD vnd CBD nach dem 34. El. dieses dadurch dann der Winckel im B den andern zweyen im A vnd C gleich ist/ vnd also nach dem vorgehenden 40. Elem. ein rechter. Vnd hergegen/ weil der Winckel im B ist ein rechter/ so ist die Gerade aus dem B zu der Mitte der basis als BD gleich der halben basi. Dañ sonst köndte derselbe im B nicht gleich seyn den andern im A vnd C; weil nach dem 15. El. dieses der grössern Seiten entgegen ist der grössere Winckel.

42. Wann aus dem Eck oder Spitz des rechten Winckels in einem Triangul von geraden Seiten auff die entgegen stehende Seiten als basi eine perpendicular Lini gelassē wird/ theilet solche das Triangul in zwey Stück-

Tri-

Triangul/ so untereinander und gegen dem gantzen seyn gleichlich oder von gleichen Winckeln. Als es sey ein recht-winckl ichtes Triangul von geraden Seiten EFG dessen Winckel im F ein rechter. Dahero die perpendicular aus dem F auff EG als FH/ theilet das Triangul EFG in zwey Stück-Triangul EFH und GFH so untereinander und gegen dem gantzen EFG seyn von gleichen Winckeln. Dann wie in dem Triangul EFG der Winckel im F ein rechter ist/ also



sind in den andern die Winckel an der perpendicular FH im H auch rechte nach dem 9. Elem. des 3. dieses. Und weil jedes Stück-Triangul auch mit dem gantzen einen gemeinen Winckel hat/ als EFH den im E/ und das ander GFH den im G/ und der im E mit dem im G/ so wol jeder derselbē mit den drittē/ als jener mit dem im F des Triangul EFH/ und dieser mit dem im F des Triangul GFH/ einen rechten thut/ nach dem 40. El. dieses/ so muß nach dem 4. axiom. der Winckel im E mit dem im F/ des Stück-Triangul GFH/ und der im G mit dem im F des Triangul EFH sich gleichen. Sind also die Triangul EFH und GFH untereinander und gegen dem gantzen EFG von gleichen Winckeln oder gleichlich. Dahero dann/ weil die Seiten umb die gleichen winckeln seyn nach dem 26. El. dieses/ untereinander proportioniret/ so ist:

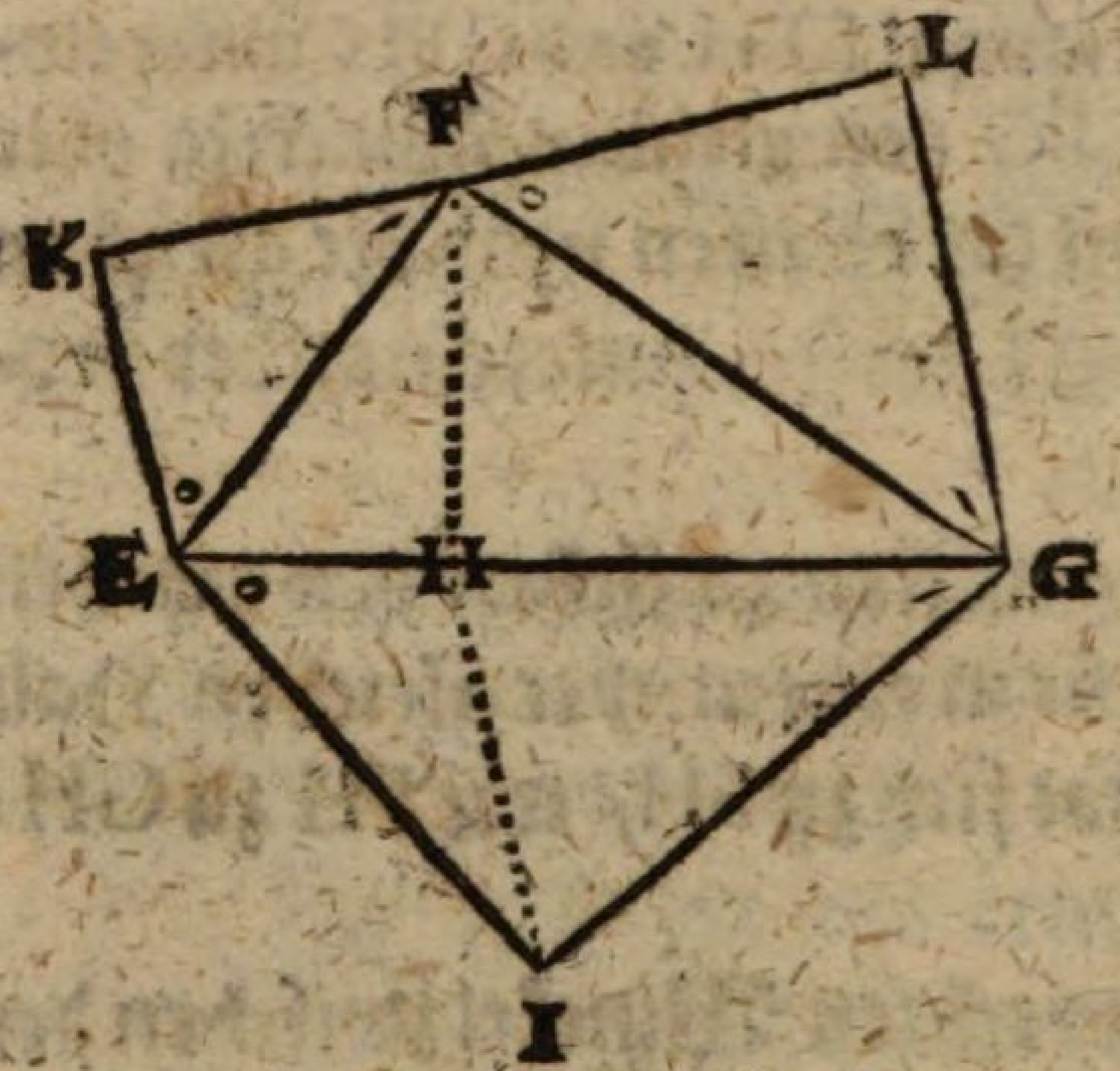
1. Die perpendicular mitten zwischen den zweyen anstehenden Stücken der basis in einem oder gleichen Halt oder Proportz/ das ist/ EH hat sich zu FH/ wie FH zu GH; Und Consect.

2. Jede Seite an dem rechten Winckel zwischen der gantzen basi und derselben anstossenden Stück auch mitten proportioniret/ das ist/ EG hat sich zu EF/ wie EF zu EH;

vnd EG zu FG / wie FG zu GH / vnd hergegen / EH zu EF wie EF zu EG; vnd GH zu FG wie FG zu EG.

3. Dahero zwischen zweyen vorgegebenen Geraden / da solche an einand in eine Gerade gestellet / als wie bey EH vnd GH zu sehen / kan leichtlich die in der Mitten proportionirte erfunden werden. Dann da aus dem gemeinen Punct als dem H eine perpendicular auffgeführet vnd in derselben aus der Mitte zwischen E vnd G / in der Weite der Helffte vom EG ein Punct gezeichnet F / so ist FH die begehrte proportionirte. Denn vom F zu E vnd G gerade Linien gehen lassen; so ist der Winckel im F nach dem 41. dieses ein rechter / vnd also nach dem 37. dieses / das Triangul EFG ein rechtwincklichtes. Dahero dann nach dem vorgehenden 1. Consect. ist FH zwischen EH vnd GH mitten proportioniret.

43. Wann auff die geraden Seiten eines rechtwincklichten Trianguls andere Triangul mit geraden Seiten / so da haben vntereinander gleiche Winckel / gleichlich gestellet / so ist das an der lengsten Seiten / als dem rechten Winckel entgegen / den andern beyden zusammen gleich / vnd hergegen. Als an die Seiten des rechtwincklichten Trianguls EFG seyn ander drey Triangul von geraden Seiten / so vnter einander von gleichen Winckeln / EIG / EKF vñ FLG also gleichlich gestellet / das nicht alleine gleiche Winckel den Seiten des vorgestelten Trianguls EFG zu entgegẽ / sondern auch an der lengsten Seiten / als der

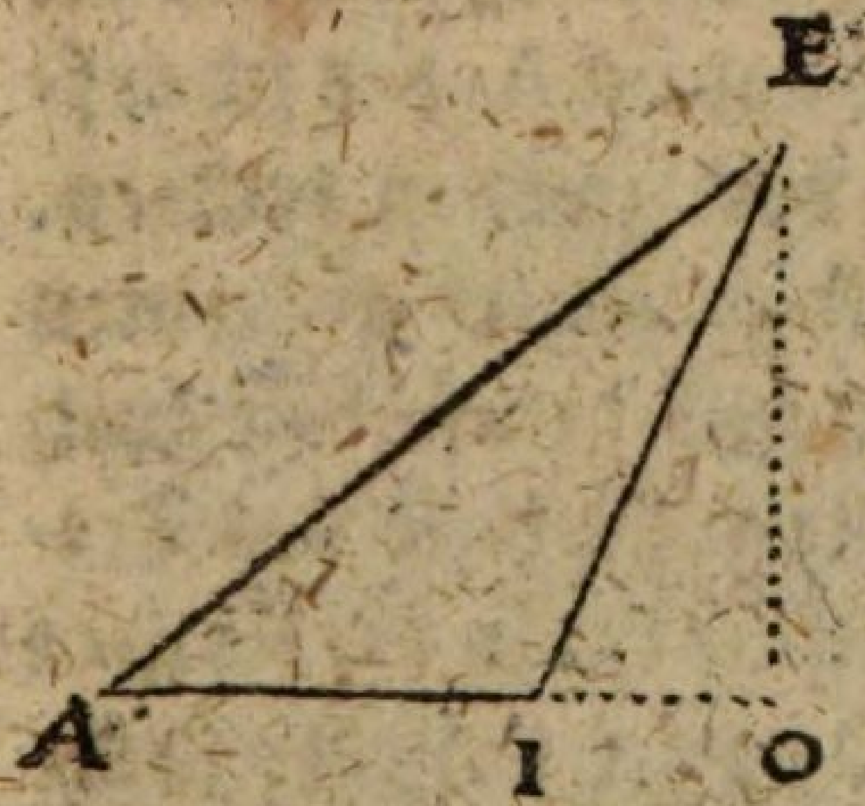


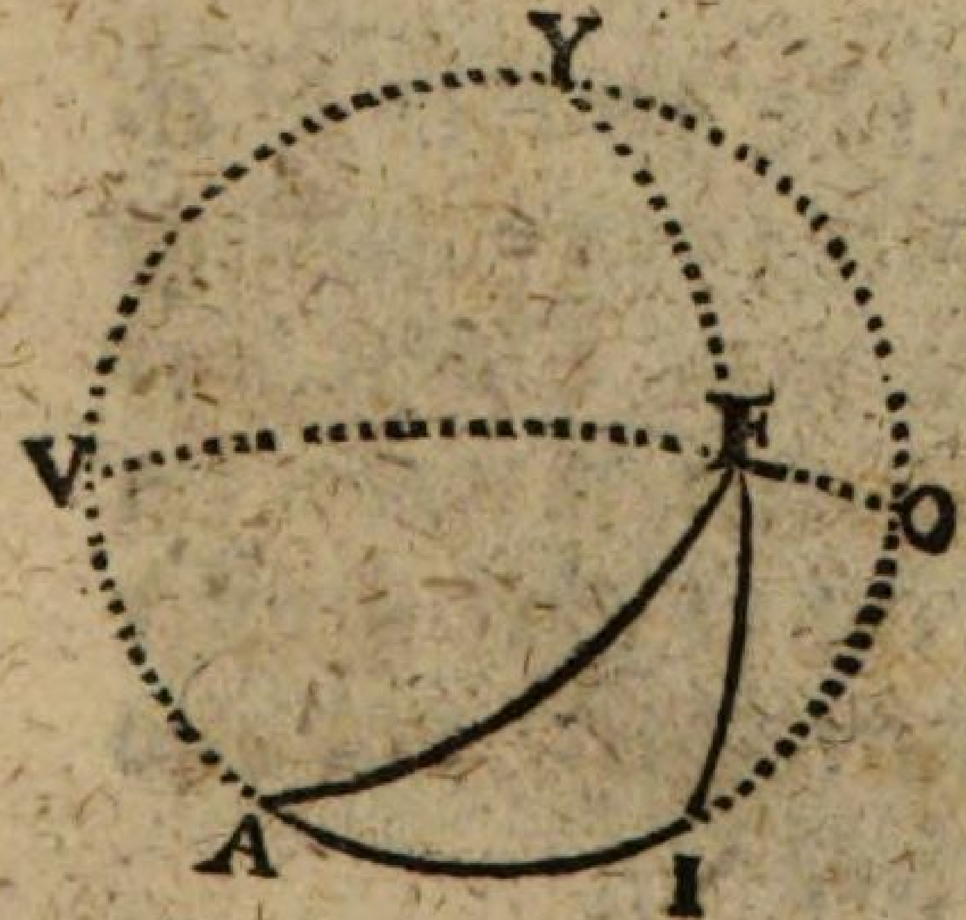
base beyderseits im E vnd G zusammen gelangen. Dahero dann das erste EIG so an der lengsten Seiten / den andern beyden zusammen EKF vnd FLG gleich ist nach dem Raum. Dann so vom

I zum

I zum H dem perpendicularpunct wird eine gerade Lini geführet IH/ theilet solche das Triangul EIG in zwey Stück Triangul EHI/ vnd GHI/ deren das erste EHI sich gleichet nach dem Raum mit dem anstehenden EKF/ vnd das ander GHI mit FLG. Dann durch das 2. Consect. des vorgehenden 42. Elem. ist EH zu EF wie EF zu EG; vnd durch das 16. Elem. dieses EF zu EG/ wie EK zu EI. Dahero weil nun EH zu EF/ wie EK zu EI so ist das Triangul EIH gleich dem Triangul EKF/ nach dem 22. Elem. dieses. Vnd also ist der Beweis auch von dem andern Stück Triangul GHI gegen dem Triangul FLG; daß solche am Raum sich gleichen. Derowegen dann das gantze Triangul EIG sich mit den beyden EKF vnd FLG gleichet. Vnd so viel von dem rechtwincklichten Triangul/ folgen die mit den schlimmen Winckeln; vnd erstlich das Stumpffwincklichte oder Weiteckichte.

44. Ein stumpffwincklichtes Triangul/ triangulum obtusangulum, ist so da hat einen oder mehr stumpffe Winckel/ vnd keinen rechten. Wie aber in denen von geraden Seiten nur ein rechter seyn mag/ nach dem 37. El. dieses/ also auch in denselben nur ein Stumpffer. Also seyn die beyde Triangul/ so mit AEI gezeichnet/ Stumpffwincklichte/ weil jedes im I an der base AI einen stumpffen Winckel hat. Dahero





1. Felt in solchen die perpendicular vom Spitz zur basi ausserhalb. Dann da sie innerhalb oder in der Seiten eine fallen solte/ were nach diesem ein stumpffer oder scharffer Winckel zugleich ein rechter; vnd nach jenem in denen von geraden Seiten zugleich ein stumpffer vnd ein rechter Win- Consect.

Winckel; vnd in den Sphærischen die perpendicular zugleich grösser vñ kleiner als ein Quadrant nach dem Conf. des 39. Elem. dieses. Welches alles / weil es vngeschickt ding ist / muß der perpendicularische Fall ausserhalb des Triangulls geschehen. Vnd zwar hier in dem von geraden Seiten nur nach der rechten / in das Punct O / der continuirten basis AI; in dem Sphærischen aber / beyderseits / als in das O vnd V / nemlich vom E durch EO vnd EV; so zusammen eine halbe peripheri thun / nach dem 4. Conf. des 14. El. des 2. dieses. Es wird aber bevorab auff EO als die kurtzere perpendicular gesehen; weil die perpendicularlini soll die nechste oder kurtzste Weite seyn. Dahero

2. In den Sphærischen Triangulen / da beyde Winckel an der base Stumpffe sind / felt eine perpendicular / als die lengere inner / vnd die ander als die kurtzere ausserhalb des Triangulls. Als allhier / da die Seite EI aus dem E biß in das Y der continuirten basis AI fortgeführet / bekömpt das Triangul AEY an der base AY stumpffe Winckel. Dann der im Y ist gleich dem im I des Triangulls AEI / vnd der im A / des scharffen im selben residuo oder complement von zweyen rechten. Vnd weil das Triangel AEY mit AEI ist zu einem gemeinen Spitz vnd gemeiner basi gestellet / hat es mit demselben auch gemeine perpendicularen; Welche / weil sie ausserhalb des Triangulls AEI fallen / wie erwiesen / muß deren eine / als die lengere EV in das Triangul AEY / vnd die ander EO ausser dasselbe kommen.

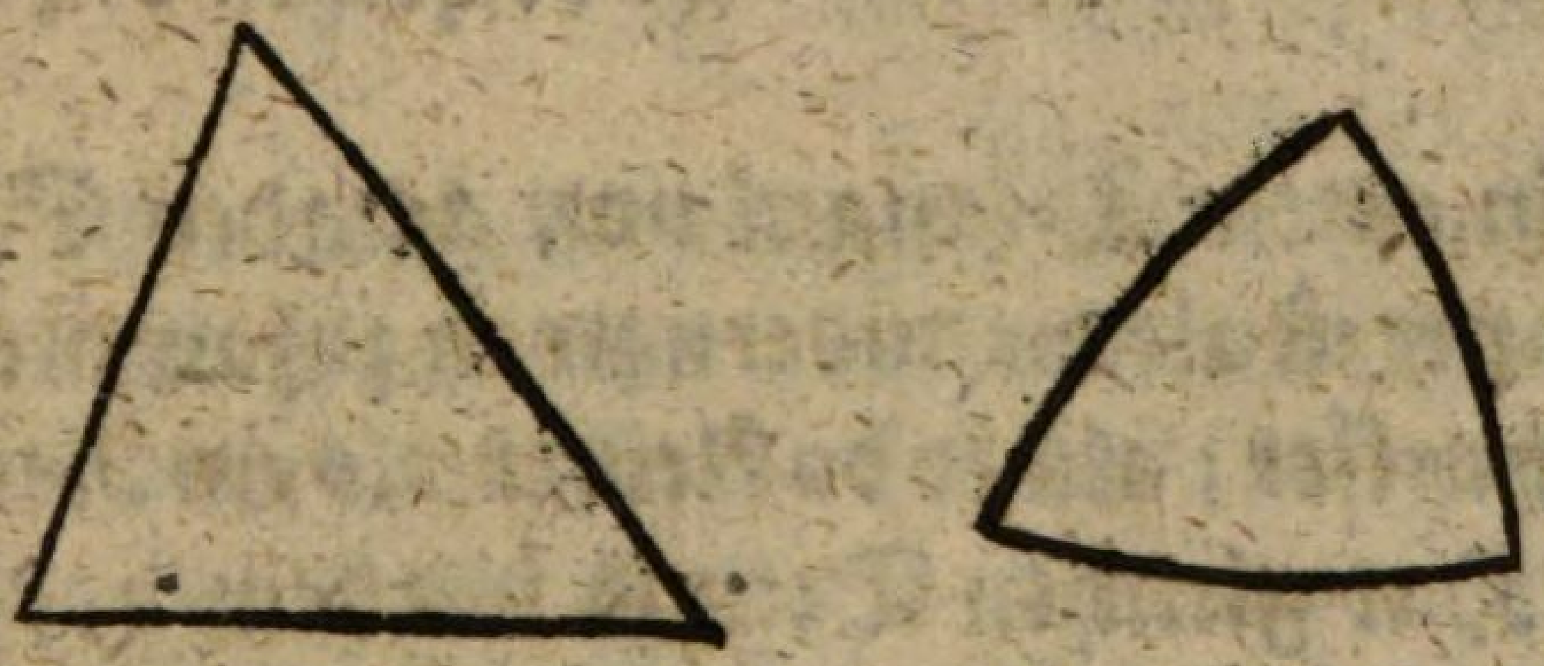
45. Wann in einem Triangel von geraden Seiten ein Winckel grösser ist dann die andern zwen zusammen / so ist derselbe ein Stumpffer; vnd hergegen. Dann so er sich mit den andern beyden zusammen gleichte / so wer er ein rechter nach dem 40. Elem. dieses. Nun er aber grösser als dieselben so ist er auch grösser als ein rechter / vnd also ein stumpffer nach dem 11. El. des 3. dieses.

46. Wann

46. Wann in einem Triangul von geraden Seiten aus dem Spitz zur Mitten der basis eine gerade Lini geführet/ und solche kleiner als die halbe basis/ so ist im selben Spitz der Winckel ein stumpffer/ und hergegen. Dann also ist jeder Stückwinckel im Spitz/ als so nach der Rechten/ grösser denn der an der base nach der rechten/ und das andere Stück nach der Lincken grösser als der an der base daselbst/ nach dem 15 Elem. dieses. Dahero der gantze Winckel im Spitz grösser ist als die beyde an der base zusammen; Und folgends nach dem vorgehenden 45. El. ein stumpffer seyn muß.

47. Ein Scharffwincklichtes Triangul/ triangulum acutangulum/ ist dessen Winckel alle scharff sind; das ist/ da jeder derselben kleiner als ein rechter ist. Also sind die hier folgende Triangul Scharffwincklichte. Dahero

1. Muß in solchen jede perpendicular aus jedem Winckel zu der entgegenstehēden Seiten als basi/ innerhalb fallen. Consect.



Sonsten da sie in eine Seite fallen köndte/ so wer der scharffe Winckel zugleich ein Rechter; oder ausserhalb/ so wer in dem von geraden Seiten zugleich ein stumpffer und rechter Winckel/ und in dem mit den Sphærischen die perpendicular zugleich kleiner und grösser als ein Quadrant/ nach dem Cons. des 39. El. dieses. Doch mit solchen Unterscheid/ wann die eussere perpendicular/ da sie gebürlichē fortgeführet/ nicht auch innerhalb des Triangels felt. Dañ in den Sphærischē Schlimwinck-

winckelichten / wie im vorgehenden 44. Elem. gemeldet/ zwo perpendicularen sind/ vnd entweder beyde eussere/ oder eine jnnere vnd eine eussere. Weil aber keine eussere/ so nicht zugleich nach gebührender continuation mit in das Sphærische Triangul kömpt / wegen angezogenen Vnmüglichkeit/zuzulassen/so bleibt der gemachte Schluß war/ daß in den Scharffwincklichten Triangulen die perpendicularen jnnerhalb fallen. Dahero aus dem 25. El. des 2. dieses

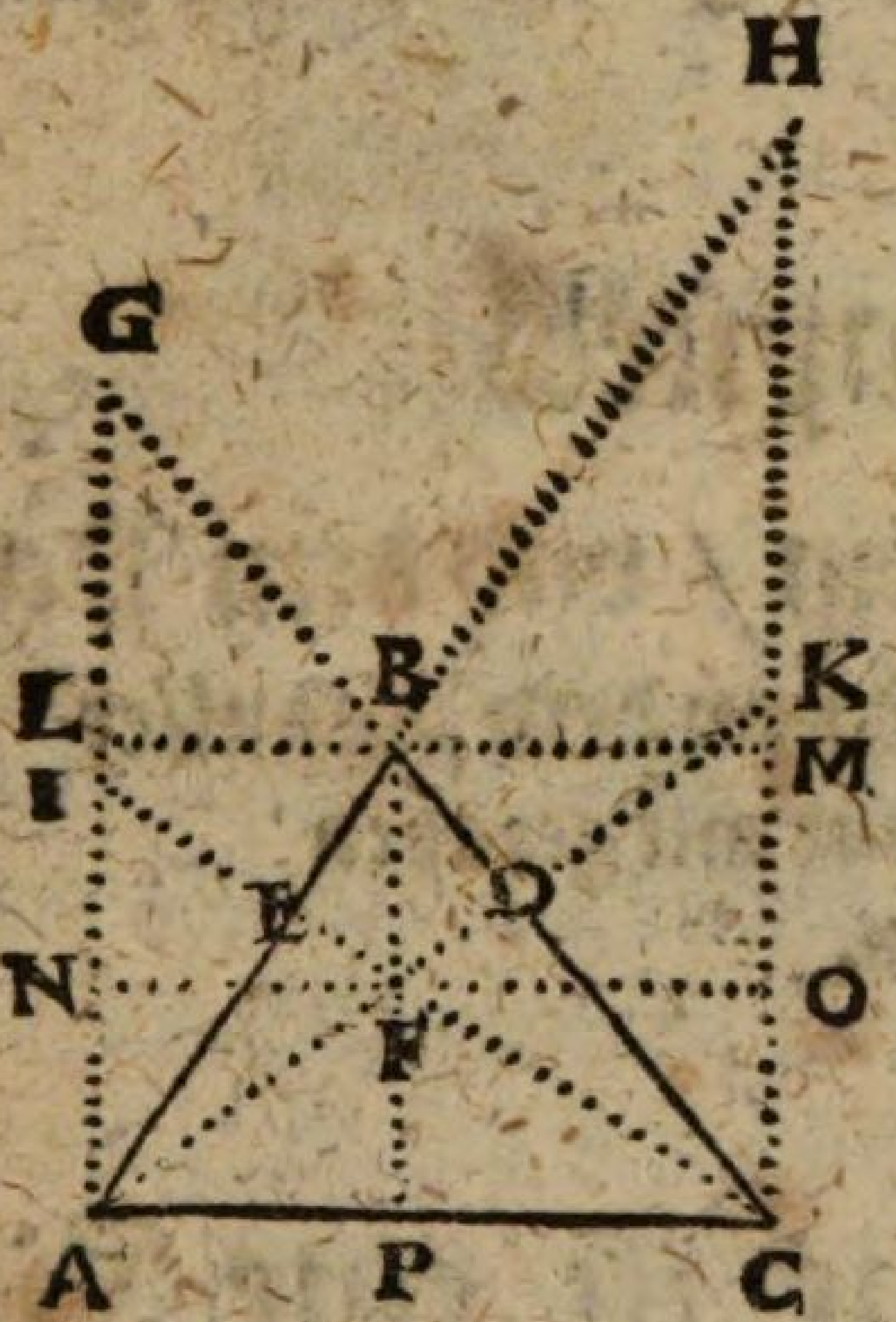
2. In den gleichseitigen Triangulen felt jede perpendicular aus jedem Winckel in die Mitte der entgegenstehender Seiten als basis; vnd hergegen. In den gleichfüssigen aber nur die/so aus dem Winckel dergleichen Füssen oder Schenckeln gehet Doch hiervon werden außgenommen die Sphærische rechtwincklichte / als deren gleiche Seiten Quadranten seyn. Dann in solchen jedes Punct eine perpendicular gibt / daß also derselben vnzehlich seyn können.

48. Wann in einem Triangul von geraden Seiten/ ein Winckel kleiner ist als die andern zwen zusammen/ so ist derselbe ein Scharffer; als so da kleiner als ein Rechter/ vnd hergegen. Hat gleichen Beweis mit dem vorgehenden 45. El.

49. Wann in einem Triangul von geraden Seiten die Gerade vom Spitz in die Mitte der basis grösser ist als die halbe basis/ so ist der Winckel im selben Spitz ein Scharffer; vnd hergegen. Dann also seyn die andern zwen Winckel an der base zusammen/als so gedachter Geraden zu entgegen stehen / grösser dann derselbe im Spitz; wie das Gegentheil das vorgehende 46. El. dargibt.

50. In jedem Schlimwincklichten Triangul von

geraden Seiten/durchschneiden sich die perpendicularen in einem Punct; Vnd zwar in den Stumpffwincklichten ausserhalb des Triangulss/ in den Scharffwincklichten aber innerhalb desselben. Als in dem Scharffwincklichten Triangul ABC thun die perpendicularen aus dem A vnd C auff die entgegenstehende Seiten BC, AB/ als AD vnd CE sich im Punct F durchschneiden. Dahero die dritte aus dem Spitz B auch dadurch streichen muß. Dann aus dem A vnd C perpendicularen auffgericht/ biß an die continuirte Seiten AB, BC als AG, CH; vnd dann AD vnd CE biß an dieselbe in das K vnd I fortgeführet/ vnd durch B vnd F der basi AC auch Parallelen gezogen LM, NO, so sind die Triangul AIC vnd ACH, wie auch ACK vnd ACG von gleichen Winckeln vnd also von proportionirten Seiten. Dañ AG vnd CH seyn Parallelen/ nach dem 2. Consect des 28. Elem. des 2. C. dieses.



Vnd also die Winckel IAE vnd AHC, DCK vnd AGC/ einander gleich nach dem Consect. des 19. Elem. des 3. Cap. dieses. Vnd wegen der Rechten auch die vbrigen nach dem 1. Consect. des 6. dieses vnd 4. axiom. Dahero nach dem 26. Elem. dieses Wie AI zu AC/ also AC zu CH; vnd wie CK zu AC also AC zu AG. Nun nim AI vnd CH/ CK vnd AG/ vor Seiten gleicher Triangulen nach dem Raum mit dem gleichfüssigen von AC/ zu oder vmb einen gemeinen oder gleichen Winckel gestellet/nemlich daß deren jedes sich nach dem 22. Elem. dieses mit dem besagten gleichfüssigen Triangul von AC am Raum gleiche/vnd also auch nach dem 2. axiom. vntersich. Dahero dann nach demselben 22. Elem. ist AI zu CK/wie AG zu CH. Wie aber AI zu CK/ also FN zu FO/ vnd wie AG zu CH/ also BL zu BM. nach dem 26. El. dieses. Dahero BL zu BM wie FN zu FO; vnd durch addiren

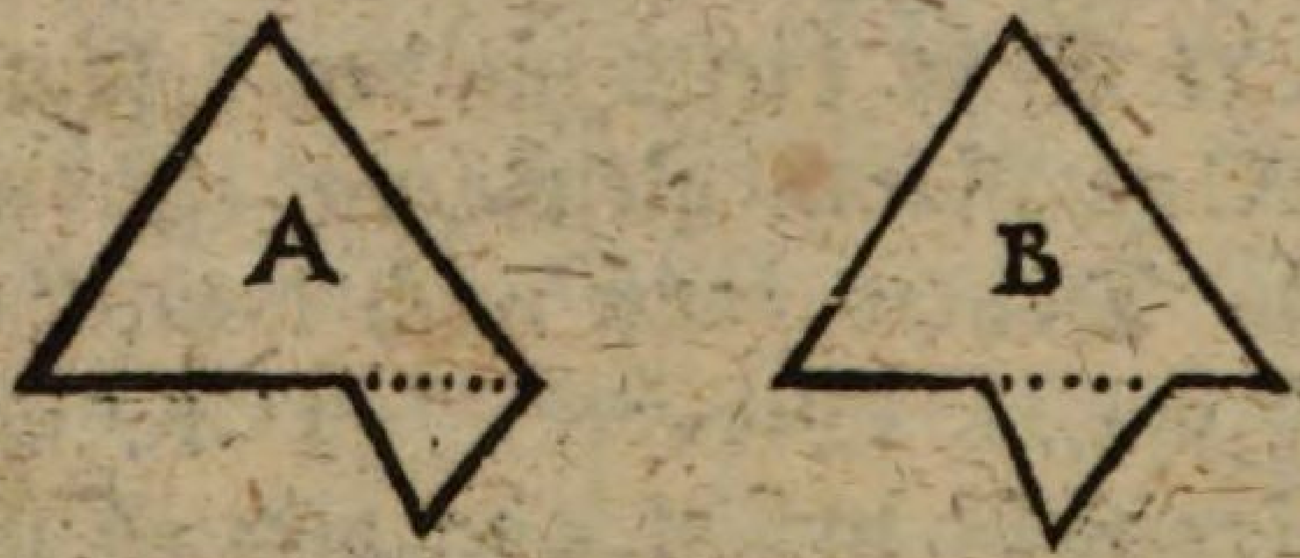
LM zu BL/ wie NO zu FN. Nun gleichen sich LM vnd NO, nach dem 28. El. des 2. C. dieses. Dahero BL vnd FN sich auch gleichen müssen/ nach dem 7. axiom. vñ ist also die Gerade BF der perpendicular AG oder CH Parallel/ vñ folgends da sie fortgeführet biß in das P auch auff AC perpendicular, nach dem 2. Cons. des 28. El. des 2. C. dieses. Gleichen Beweis hat es in dem Stumpffwincklichten Triangul. Gnug vom Triangul/ folget das Triangulat.

Das fünffte Capitel

Von dem Triangulat in gemein / vnd dem Parallelogram insonderheit/ wie auch von dem Regulier Fünff vnd Sechseck; doch so nur mit geraden Seiten vmbgeben.

I.

Ein Triangulat ist eine Figur/ so mehr dann drey Seiten hat/ von Triangulen gleichsam zusammen gesetzt in welche es auch wieder zerleget wird. Also ist ein Triangulat ein viereck oder vierseitige Figur/ von zwey Triangulen gleichsam zusammen gesetzt; ein fünffeck oder fünffseitige Figur von dreyen; ein sechseck oder sechsseitige Figur von vieren; vnd also fort an / in welche auch jedes wieder zerleget wird.



Ob aber schon ein viereck nur mag in zwey Triangul zum wenigsten zerleget werden / folget darumb nicht das jede zwey Triangul an einander gesetzet/ alsobald eine solche Figur dargeben/ weil ein fünff oder sechseck

sechseck daraus mag werden/ wie A vnd B vorstelt. Also verstehe auch von andern. Sonst mache folgenden Schluß;

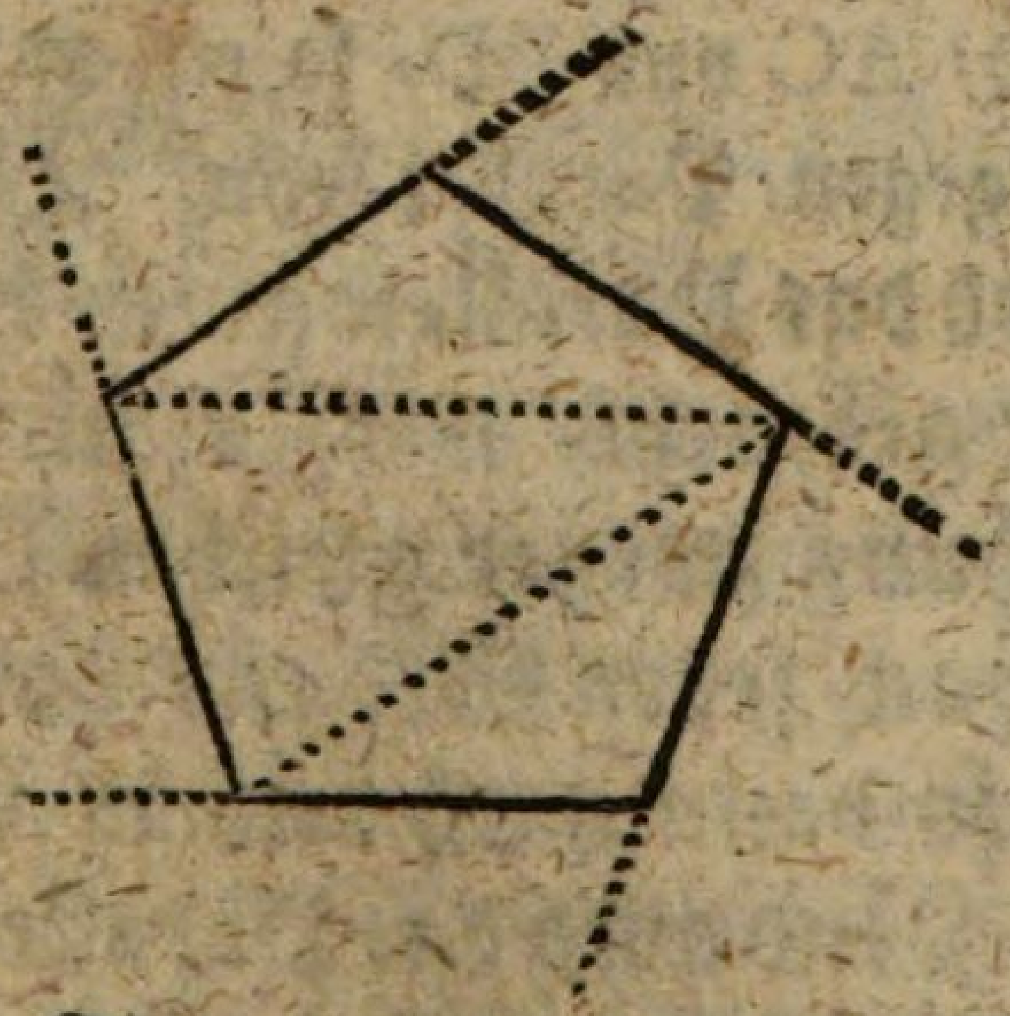
Ein jedes Triangulat hat zwo Seiten mehr als Triangul/ wie die natürliche Ordnung der Zahlen solches dargibt. Consect.

Seiten 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12.

Triangul 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. rc.

2. In einem jeden Triangulat gleichen sich die innern Winckel zusammen mit noch so viel rechten Winckeln/ als es Triangul in sich hat; die eussern aber zusammen thun nur vier rechte. Dann weil die innern Winckel des Triangulats gemein seyn mit den Winckeln der Triangulen im selben/ als daraus sie gleichsam entspringen; vnd die Winckel in jedem Triangul gleichen sich nach dem 16. El. des 4. dieses mit zweyen Rechten/ so müssen die sämptlichen innern Winckel des Triangulats sich mit noch so viel rechten Winckeln gleichen/ als Triangul darin seyn.

So macht auch jeder innere Winckel des Triangulats mit seinem eussern zwen Rechte/ nach dem 13. El. des 3. dieses. Vnd seyn so viel innere Winckel im Triangulat/ als Seiten/ aber doch zwo Seiten mehr als Triangul nach



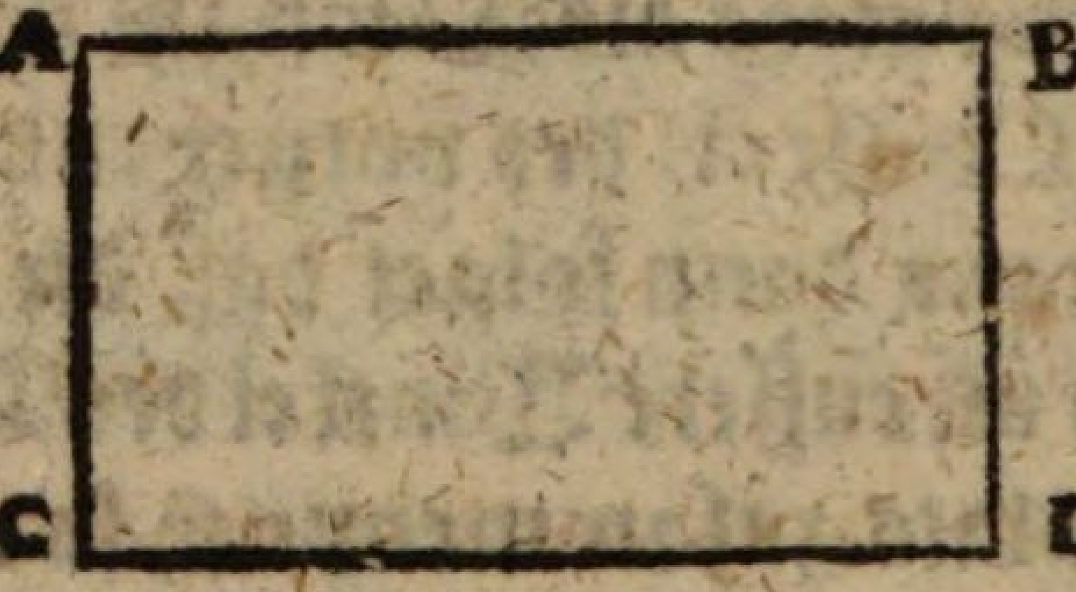
dem Consect. des vorgehenden. Daraus dann folget daß die innern vñ eussere Winckel des Triangulats zusammen noch so viel rechte Winckel machen/ als Seiten daran sind/ vnd also nach Abziehung der innern / so noch so viel Rechte thun als Triangul im Triangulat seyn / bleiben vor die eussern vier Rechte. Als zum Exempel im Fünffeck thun die innere Winckel zu-

sammen sechs Rechte. Weil solches nach dem vorgehenden Elem. in drey Triangul zum wenigsten zerleget wird; Die innere aber sampt den eussern thun zehen Rechte. Dahero nach Abziehung sechs Rechten/vor die innern von zehen Rechten bleiben vier Rechte vbrig/ vor die eussere. Vnd ist solches allein zuverstehen von solchen Triangulatẽ so die Spitzen oder Ecken alle von sich oder außwarts kehren. Sonsten kommen alle mal nach Anzahl der einwarts stehenden Spitzen oder Ecken zwen Rechte mehr. Als wann nur eine hinein sich wendet/ so thun die eussern zusammen sechs Rechte; da zwo so thun sie acht Rechte/ vnd so fort an. Dann in solchen thut der eussere mit dem innern vier Rechte/ wegen eines oder gleichen Raums/ so sie mit denselben haben/ nach dem 1. Conf. des 14. Elem. des 3. dieses/vnd also zwen Rechte mehr als sonsten.

3. Ein Triangulat ist Vier oder Vielseitig.

4. Ein Vierseitig ist/ so mit vier Seitẽ beschlossen ist/vnd solches ist ferner ein Parallelogram oder Trapezium.

5. Ein Parallelogram ist eine Vierseitige Figur oder Triangulat/ darin die Seiten einander Parallel stehen.



Also ist ein Parallelogram AB CD. Weil die Seiten AB vnd CD/ AC vnd BD/ so ein ander entgegen/ Parallel seyn. Vnd wird das Parallelogram herfür gebracht/ mit Zusam̃enziehung zweyer gleichen Parallelen/ an den Endpuncten nach jeder Seiten/ durch zwo andere gerade Linien/ als so dann nach dem 22. El. des 3. dieses auch Parallel sind. Vnd wird das Parallelogram gemeinlich nur mit zweyen Buchstaben/so gegen einan-

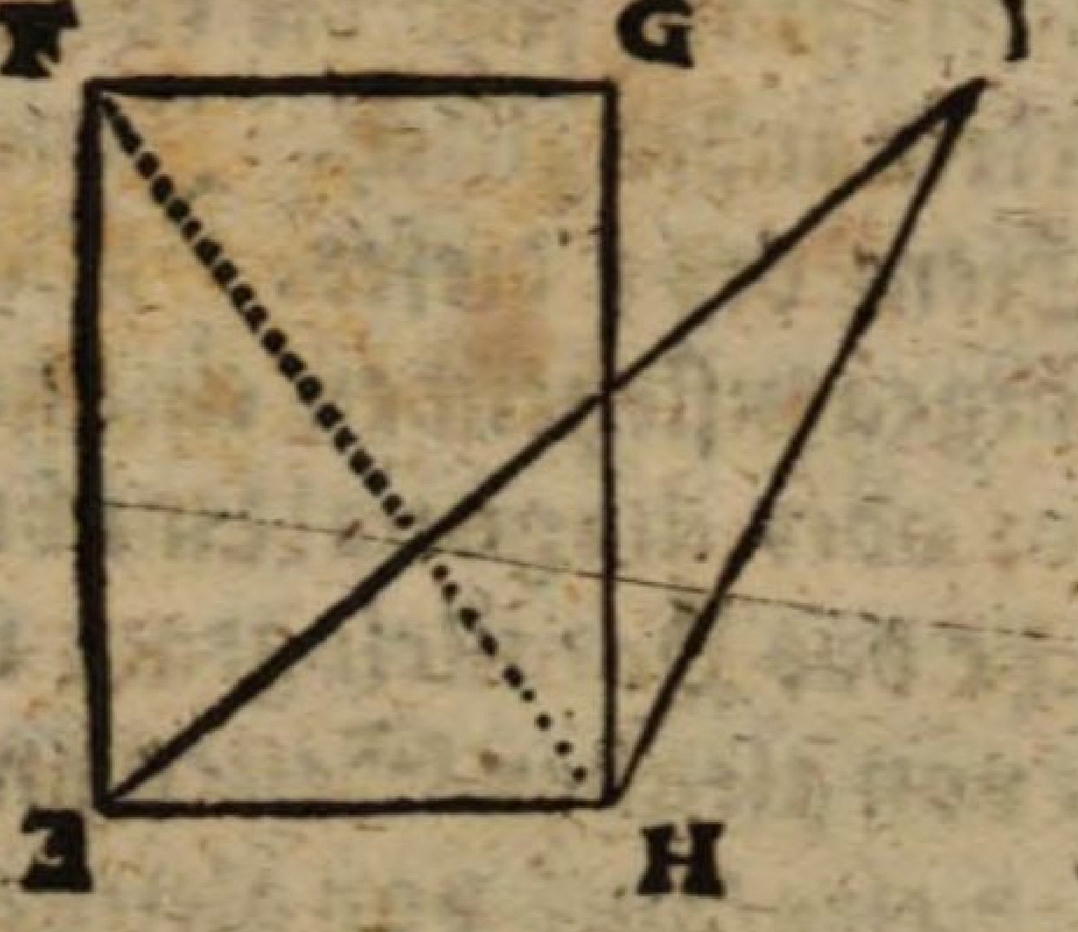
ander vber / angezeigt. Als das vorgesetzte durch AD oder BC.

6. In einem jeden Parallelogram sind die entgegenstehende Seiten vnd Winckel einander gleich. Jenes hat seinen Beweis aus dem 22. Elem. des 3. dieses. Dahero wann von einem Eck zum entgegenstehenden eine gerade Lini geführet / so diagonius oder diagonal Lini besonders genandt wird / thut solche das Parallelogram in zwey Triangul / so vntereinander von gleichen Seiten vnd also nach dem 19. Elem. des 4. C. dieses / auch von gleichen Winckeln zertheilen. Dahero dann dieses andere von den gleichen Winckeln auch offenbar. Vnd ist nach diesem Elem. leicht aus jeden zweyen vorgegebenen geraden Linien ein Parallelogram darzu geben. Dann solche nach Beliebung zu einem Winckel gestellet / als ABC vorzeigt / vnd dann aus den Endungen A vnd C / dort in der Lenge BC / hier in der Lenge AB blinde peripherien / so sich im D durchschneiden gezogen / thun d e Geraden vom D zu A vnd C mit AB / BC / das begehrte Parallelogram darlegen. Dann die entgegenstehende Seiten gleichen sich; derowegen sie dann Parallel seyn nach dem 22. El. des 3. dieses.

Fabrica parallelogrammi.

7. Ein jedes Parallelogram ist noch so gros als das Triangul / so mit jhme eine gleiche oder gemeine basin vnd gleiche Höhe oder perpendicular hat. Als allhier hat das Parallelogram E G mit dem Triangul EIH eine gemeine basin / EH / vnd eine gleiche perpendicular. Dahero solches noch so gros ist / als das Triangul EIH. Dann die Helffte des Parallelo-

lelograms/als das Triangul EFH gleichet sich mit dem Triangul EIH nach dem 21. Elem des 4. C. dieses. Dahero das gantze noch so gros seyn muß/ als dasselbe EIH.



8. Ein jedes Parallelogram gleichet sich mit dem Triangul/ so mit ihme eine gleiche oder gemeine perpendicular oder Höhe hat/ aber noch so eine grosse basin; oder eine gleiche oder gemeine basin und noch so eine grosse Höhe oder perpendicular. Der Beweis erscheinet aus dem vorgehenden 7. Elem. Dann weil das Triangul/ so mit dem Parallelogram/ neben gleicher Höhe oder perpendicular hat eine gleiche oder gemeine basin/ sich gleichet mit der Helffte desselben/ muß es sich mit dem gantzen gleichen/ wann es noch so eine grosse basin oder Höhe erlanget/ als so nach dem Consect. des 21. des 4. C. dieses noch so gros ist.

9. Parallelogrammen so da haben gleiche Höhen oder perpendicularen halten sich gegen einander wie die bases derselben; oder so da haben gleiche bases/ wie die perpendicularen. Dann also halten sich gegen einander die Triangul/ als halbe Theil der Parallelogrammen/ durch das Cons. des 21 Elem. des 4. C. dieses. Dahero solches von den Parallelogrammen als den gantzen auch folgen muß. Dahero seyn die bases gleich und die Höhen

Consect. oder perpendicularen auch/ so müssen die Parallelogrammen sich auch gleichen/ nach dem jetztgedachten 21. El.

10. Wann zwey Parallelogrammen seyn unter einander von gleichen Winckeln/ und stehen umb dieselben

die

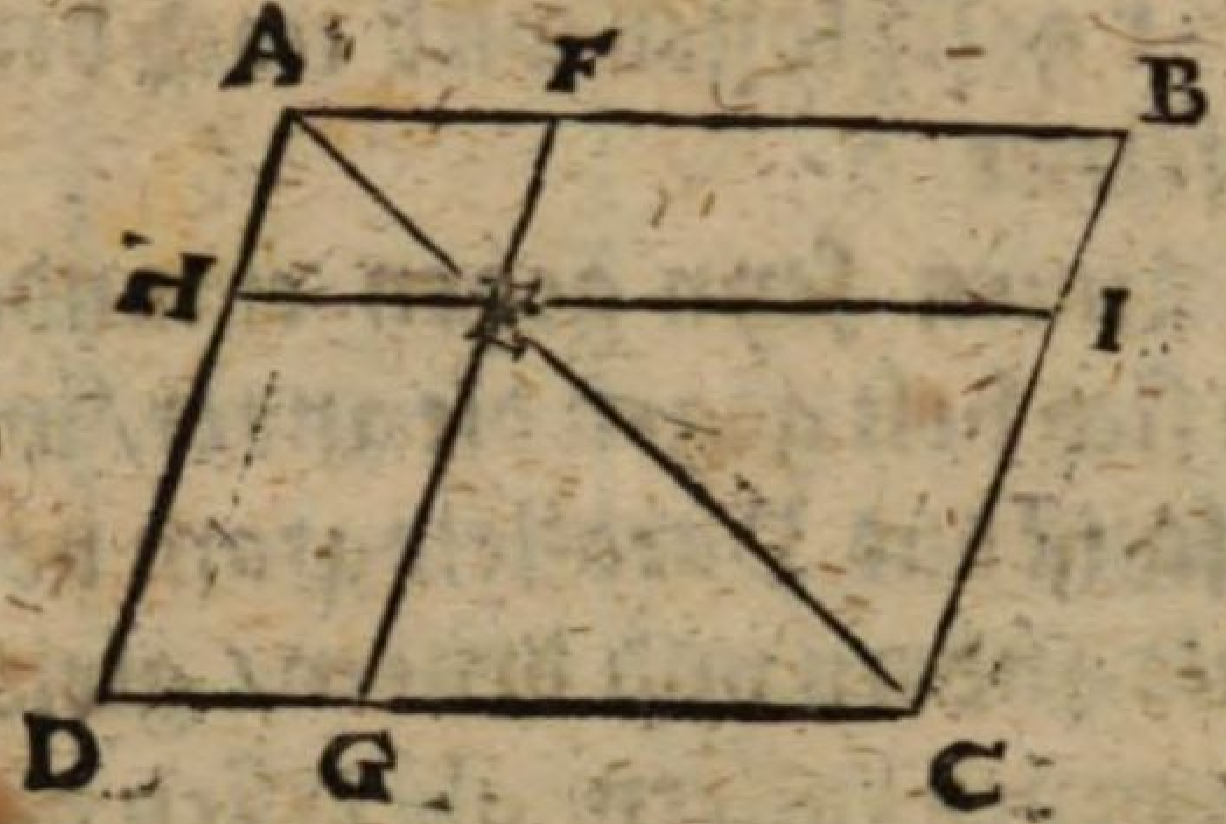
die Seiten verkehrt proportionirt/ so sind solche am Raum einander gleich/ vnd hergegen. Von den Triangulen als derselben halben theilen ist solches im 22. Elem. des 4. C. dieses dargethan. Dahero es auch von den Parallelogrammen als den gantzen recht geschlossen wird nach dem 7. axiom. vnd folget hieraus ferner.

1. Wann vier gerade Linien seyn gegen einander proportioniret/ als da die erste sich helt gegen die ander/ wie die dritte gegen die vierdte/ so ist das Parallelogram von den zweyen mitlern Linien/ als andern vnd dritten/ gleich dem Parallelogram von den zweyen eussern/ als ersten vnd vierdten; da solche seyn vntereinander von gleichen Winckeln. Dann also kommen in denselben die Seiten vmb die gleiche Winckel verkehrt proportionirt zu stehen. Dahero dann nach diesem 10. Elem. sich nach dem Raum gleichen. Consect.

2. Wann drey gerade Linien seyn vntereinander proportioniret/ daß die erste ist gegen die ander/ wie solche gegen die dritte/ so ist das Parallelogram von der andern Lini gleich dem Parallelogram von der ersten vnd dritten/ da solche auch vntereinander von gleichen Winckeln. Dann die andere oder mitler Lini wird gleichsam vor zwo geachtet/ das also vier Linien daraus werden. Dahero dann der Beweis aus dem vorgehenden. Gnug in gemein vom Parallelogram vor oder an sich selbst/ folget nun von denen/ als Stücken/ so in einem Parallelogram vmb ein Punct in der Diagonal Lini desselben/ zu stehen kommen/ vnd besonders Diagonalien/ Complementen vnd Gnomonen genennet werden.

11. Ein Diagonal ist ein Parallelogram als ein Stück eines andern Parallelograms/ so mit demselben einen

nen gemeinen Winckel vnd gemeine diagonal Lini hat. Also sind in dem Parallelogram AC/ die zwey Stück Parallelogrammen AE vnd CE Diagonalien. Dann jenes das kleinere hat den Winckel im A/ vnd dieses als das grössere den Winckel im C mit dem gantzen Parallelogram gemein; wie auch die diagonal Lini als Stücke der gantzen A C.



12. Ein Diagonal hat mit dem gantzen Parallelogram gleiche winckel/ gleichlichen Stand vnd proportionirte Seiten; vnd hergegen. Die Gleichheit der Winckeln vnd derselben gleichlichen Stand belangend/ hat solches seinen Beweis aus dem 6. Elem. dieses/ vnd dem Consect. des 9. Elem. im 3. C. dieses. Dann im kleinern Diagonal ist der Winckel im A gemein/ vnd also nach dem 6. dieses dem entgegenstehenden im C als dem im E gleich. Dahero dann durch das 2. axiom der Winckel im C sich gleichet mit dem im E. Nun ist der Winckel im H desselben Diagonals gleich dem im D/ vnd der im F dem im B/ nach dem Consect. des 19 Elem. im 3. dieses; Vnd dazu im gleichlichen Stand; daraus dann die Proportz der Seiten nach dem 26. Elem. des 4. dieses/ folget. Dann wie AH zu HE/ also hat sich AD zu CD. Nun gleichen sich HE vnd AF, CD vnd AB nach dem 6. Elem. dieses. Dahero AH ist zu AF/ wie AD zu AB. Vnd also ist der Beweis auch von den

Consect. grössern Diagonali CE oder GI. Derowegen dann die Diagonalien AE vnd CE seyn vntereinander auch gleichlich/ vnd also von gleichen Winckeln vnd Proportionirten Seiten nach dem 2. axiom.

13. Ein Complement ist ein Stück Parallelogram an den Diagonalien anstehend. Also sind im vorgesetzen Parallelogram AC/ BE vnd DE Complementen/ also

ge=

genennet / daß sie mit den beyden Diagonalien compliren oder außmachen das gantze Parallelogram.

14. Die Complementen sind einander am Raume gleich. Dann derselben Seiten / als so gemein mit den Diagonalien / stehen vmb die gleichen Winckel im E verkehrt proportioniret / nach dem Consect. des 12. Elem. dieses. Dann wie FE zu EG / also hat sich HE zu EI. Dahero nach dem 10. Elem. dieses die Gleichheit derselben folget. Vnd mag auch nach dem 4. axiom also erwiesen werden. Dann wie die gantzen Triangul ABC vnd ADC sich gleichen / also auch die Stück Triangul AFE vnd AHE / CEI vnd CEG / nach dem 19. El. des 4. C. dieses. Dahero beyderseits von den gantzen Triangul die Stück Triangul / als gleich von gleichen abgethan / bleibt nach angezogenen 4. axiom. gleich vbrig; als oben das Complement BE vnd vnten das ander DE.

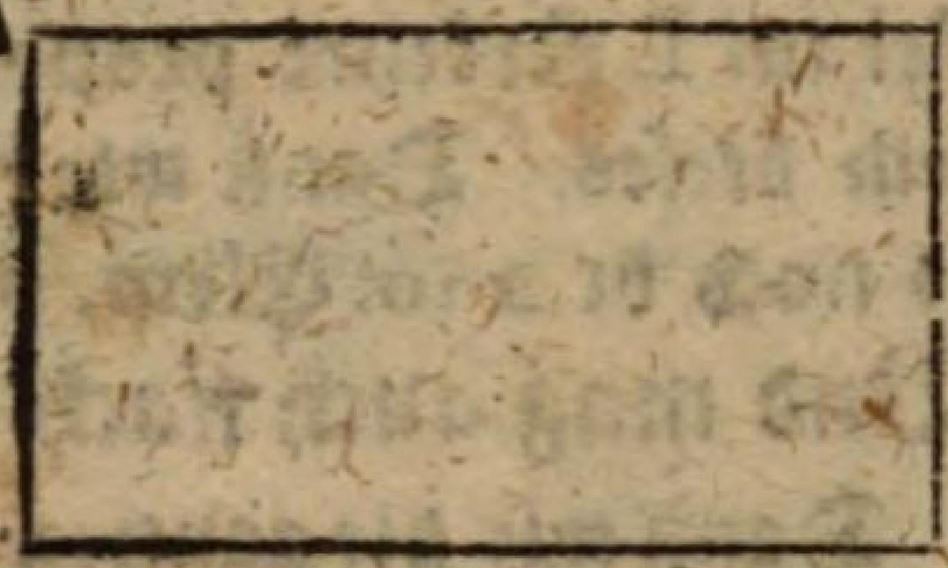
15. Jedes Complement ist zwischen den Diagonalien mitten in proportion. Dann wie HE zu EI / also hat sich das kleinere Diagonal AE zum Complement BE; vnd das ander Complement DE zum grössern Diagonal CE / nach dem 9. Elem. dieses. Dahero weil nach dem vorgehenden 14. Elem. die Complementen sich gleichen; so ist jedes zwischen den Diagonalien proportioniret. Consect.

16. Ein Gnomon ist ein Diagonal zu sampt den beyden Complementen; es sey gleich das kleinere oder grössere Diagonal. Hierauff folget die Abtheilung der Parallelogrammen insonderheit.

17. Ein jedes Parallelogrã ist Recht oder Schlimwincklicht.

18. Ein Rechtwincklichtes Parallelogram / parallelogrammum rectangulum, ist dessen Winckel alle Rechte seyn. Ein Schlimwincklichtes / parallelogrammũ obliquangulum, hergegen / dessen Winckel alle schlim.

Also ist allhier ein Rechtwincklichtes das Parallelogram AD; als darin alle Winckel sind rechte; Vnd mag auch anders nicht seyn/ daß/ wo ein rechter Winckel ist/ die andern auch rechte seyn müssen/ vnd hergegen. Dann nach



dem 6. Elem. dieses sind die entgegenstehende Winckel/ als im A vnd D/ B vnd C einander gleich; Vnd weil der im A ein rechter ist/ so muß der im D gleichfals ein rechter seyn / vnd folgends der im B vnd C weil nach dem 2. Elem. dieses die sämplich Winckel vier Rechte thun. Derowegen ist ein rechter Winckel vorgestelt/so kan leicht nach der fabrica so im 6. Elem. dieses zu finden ein Rechtwincklichtes Parallelogram gemacht werden. Also verstehe auch von dem Schlimwincklichten.

19. Wann vier gerade Linien seyn also proportioniret/daß die Erste sich hat zu der Andern/wie die Dritte zu der Vierdten / so ist das Rechtwincklichte Parallelogram von der ersten vnd letzten gleich dem Rechtwincklichten von der andern vnd dritten/nach dem 1. Consect. des 10. Elem. dieses.

20. Ein Rechtwincklichtes Parallelogram ist gantz gleich oder vberlengt; vnd wird jenes ein Quadrat/ vnd dieses ein Oblongum genennet.

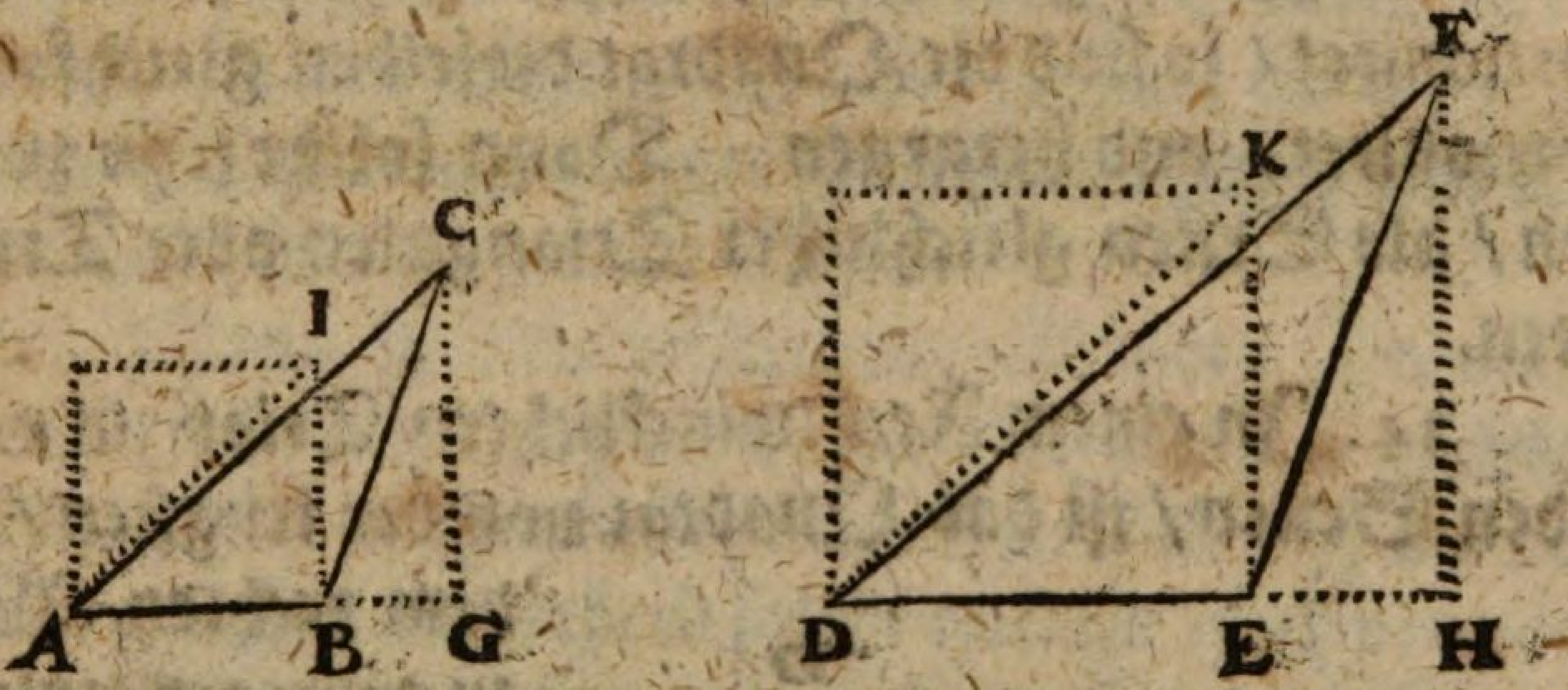
21. Ein Quadrat ist ein Rechtwincklichtes Parallelogram von gantz gleichen Seiten;

Wie AI vorzeigt. Dahero auch solches nach dem 4. Elem. des 4. dieses ist eine Regulierfigur/ vnd bedarff zur fabrica nur einen rechten Winckel von gleichen Schenckeln; so dann aus jeder vorgegebener geraden Lini seyn mag.

22. Wann

22. Wann drey gerade Linien sind proportionirt/ daß die erste sich hat zu der andern/wie solche zu der dritten/ so ist das Quadrat von der andern als mitlern/ gleich dem Rechtwincklichten Parallelogram von der ersten vnd dritten/als eussern/vnd hergegen; wie in gemein solches lehret das 2. Conf. des 10. El. dieses.

23. Triangul von proportionirten Seiten/ als so da haben vntereinander gleiche Winckel/ nach dem 26. Elem. des 4. C. dieses; sind gegen einander/ wegen des Raums/ wie die Quadrat der gleichlichen oder proportionirten Seiten. Als die Triangul ABC vnd DEF sind von proportionirten



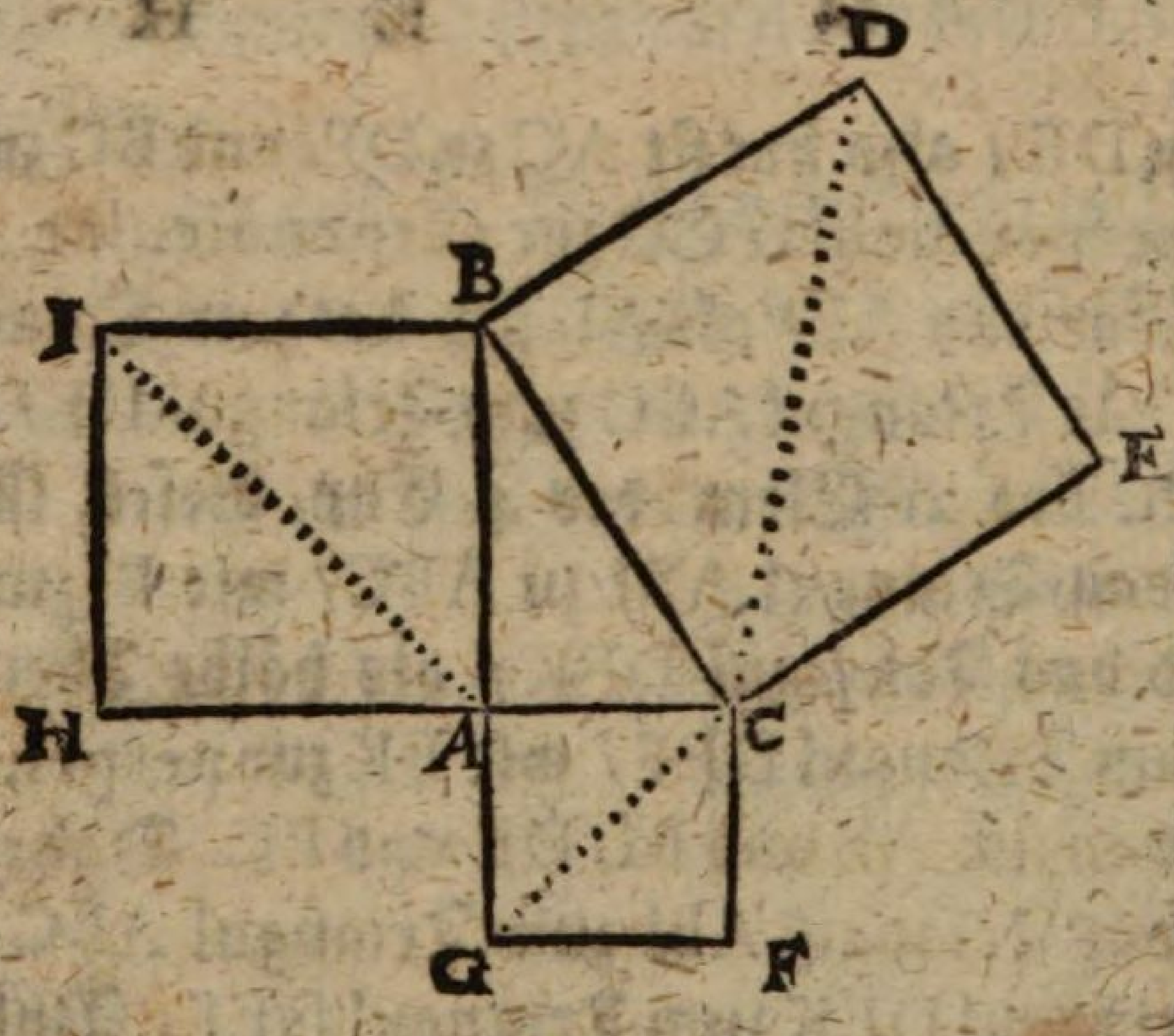
Seiten; Dann wie AB zu DE/ also hat sie AC zu DF/ vnd BC zu EF; Wie dann auch die perpendicular CG zur perpendicular FH. Dahero das Quadrat von AB/ als AI/ sich hat zum Quadrat von DE als DK/ wie das Triangul ABC zum Triangul DEF. Dann nach dem Confect. des 21 Elem. des 4 Cap. dieses. ist das halbe Quadrat/ als das Triangul ABI zu ABC/ wie BI zur perpendicular CG; vnd des Triangul DEK/ als halbe Theil des Quadrats von DE/ zum Triangul DEF/ wie EK zur perpendicular FH. Nun gleichen sich AB vnd BI/ DE vnd EK. Dahero dann AB zu CG/ wie das Triangul ABI zum Triangul ABC; vnd DE zu FH wie das Triangul DEK zum Triangul DEF; Vnd weil AB zu CG/ wie DE zu FH/ ist also das Triangul ABI zum Triangul ABC/ wie DEK zu DEF/ vnd durch vmbwechseln ist

das Triangul ABI/ als halb Theil vom Qaudrat der Seiten oder basis AB/ zum Triangul DEK als auch halben Quadrat von der Seiten oder base DE/ wie ABC zu DEF; vnd folgends das gantze Quadrat zum gantzen nach dem 8. axiom. Dahero dann in gemein ferner also zu schliessen.

Consect. 1. Triangulaten/ so da haben vntereinender gleiche Winckel/vnd vmb dieselben proportionirte Seiten / als so vntereinander gleichlich/ von gleichlichen Trianguln gleichsam zusammen gesetzt/ seyn auch nach dem Raum gegeneinander wie die Quadraten der proportionirten Seiten/ nach dem jetztangezogenen 8. axiom.

2. Wann gerade Linien seyn gegen einander proportioniret/ so sind die Quadrat derselben gleichfals proportioniret; vnd hergegen. Dann solche seyn zuverstehen/ als Seiten gleichlicher Triangulen oder Triangulaten.

24. In einem Recktwincklichten Triangul von geraden Seiten / ist das Quadrat von der lengsten / als so dem rechten Winckel zu entgegen/ insonderheit hypotenusa genant/gleich den Quadraten zusammen von den andern beyden Seiten/ so den rechten Winckel beschliessen. Als in dem Rechtwincklichten Triangul ABC seyn Quadraten der Seiten als CD/ der hypotenus BC/ AI der Seiten AB / an dem rechten Winckel im A/ vnd CG der andern Seiten an demselben AC. Dahero das Quadrat



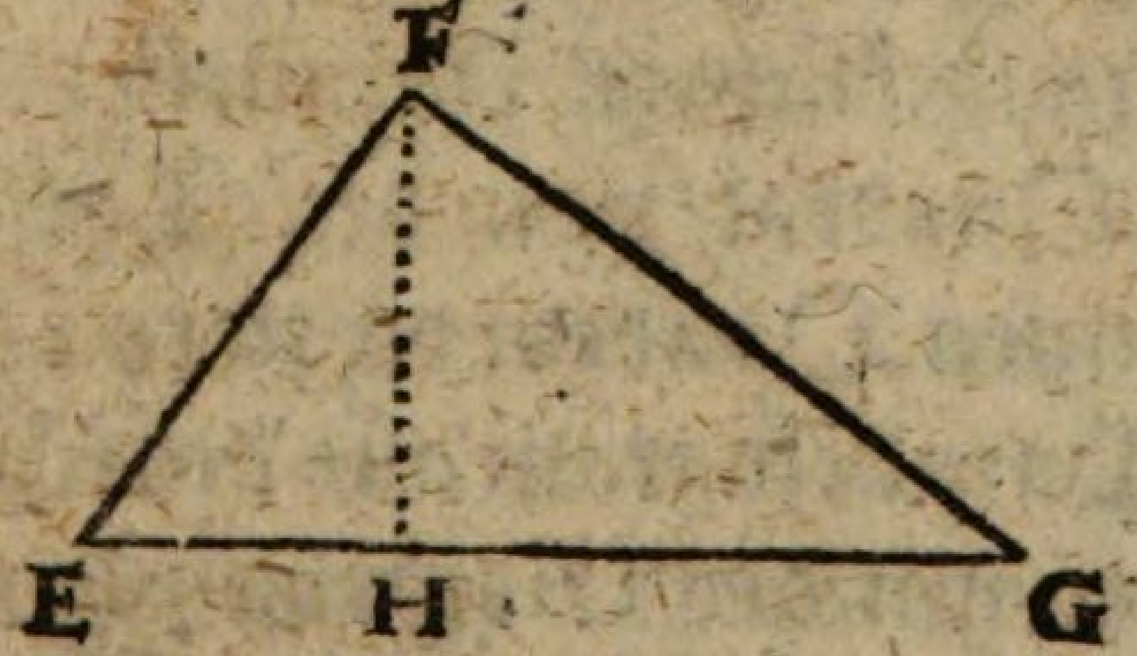
CD den

CD den andern beyden zusam̃en AI vnd CG gleich ist. Dann das 43. des 4. E. dieses beweiset solches von den Halbtheilen der Quadraten/ als den Triangulen BCD/ ABI vñ ACG/ daß nemlich das erste als das Triangul BCD sich mit den andern beyden ABI vnd ACG gleiche nach dem Raum. Dahero es von den Quadraten/ als den gantzen gleichsam folgen muß nach dem 7. axiom. vnd ferner also zu schliessen.

1. Ein jedes Quadrat ist die Helffte vom Quadrat seines diagonii oder diameters. Consect.

2. Wann in Zahlen zwo Seiten eines Rechtwincklichten Triangvls bekandt/ so kömpt durch addition derselben Quadraten das Quadrat der dritten Seiten/ so die bekandten vmb den rechten Winckel stehen; Sonst wird das kleinere Quadrat vom grössern subtrahiret/ vor das begehrte Quadrat der dritten Seiten.

25. Wann in einem Rechtwincklichten Triangul von geraden Seiten eine perpendicular aus dem rechten Winckel auff die entgegenstehende Seite/ als hypotenus oder basis gelassen wird/ theilt solche dieselbe nach proportion der Quadraten von den andern beyden Seiten. Als im Triangul EFG ist der Winckel im F ein rechter. Dahero aus demselben die perpendicular FH zertheilet die Seite EG als basin nach proportion der quadraten von den Seiten EF vnd FG; das ist/ EH hat sich zu GH/ wie das quadrat von EF zum quadrat von FG/ oder GH zu EH/ wie das quadrat von FG zum quadrat von EF; vnd hergegen. Dann nach dem 2. Consect. des 42. Elem. des 4. E. dieses ist jede Seite an dem rechten Winckel mitten in proportion zwischen der gantzen base vnd dem anstehenden Stück oder Segment/ als EF zwi-



schen

schen EG vnd EH/ FG zwischen EG vnd GH vnd also nach dem 22. El. dieses/ das quadrat von EF gleich dem Rechtwincklichten Parallelogram von EG vnd EH/ vnd das ander von FG/ gleich deme von EG vnd GH. Dahero/ weil solche Parallelogrammen seyn nach dem 9. El. dieses gegen einander wie die Stücke der basis nemlich wie EH zu GH/ oder hergegen wie GH zu EH/ so muß nach dem 7. axiom. solches von den quadraten auch folgen. Daraus dann ferner erscheinet.

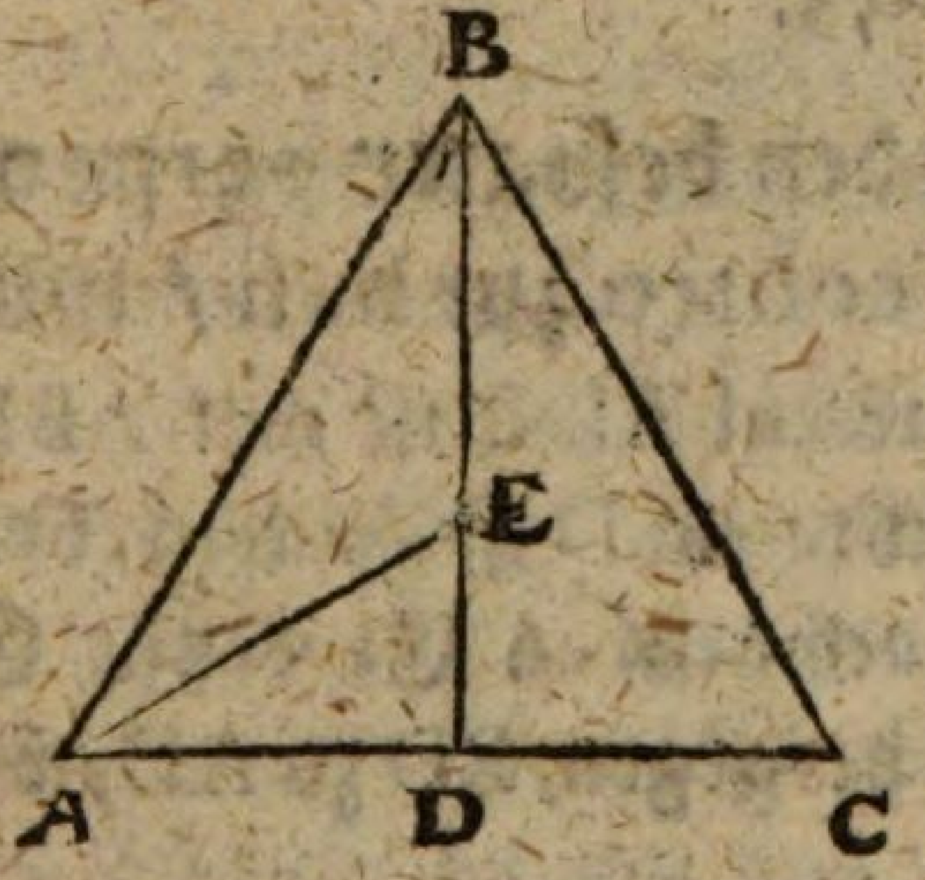
Consect. Wann drey gerade Linien seyn gegen einander proporportioniret/ daß die erste sich hat zur andern/ wie solche zur dritten/ so ist das Quadrat der ersten zum Quadrat der andern/ wie dieselbe erste zur dritten Lini; vnd hergegen. Als nach dem 1. Consect. des 42 Elem. des 4. C. dieses ist EH zu FH, wie FH zu GH. Dahero EH als die erste ist zu GH als der dritten/ wie das quadrat von EH zum quadrat von FH der andern. Dann wie EH zu FH also ist auch EF zu FG nach dem 26. vnd 42. Elem. des 4. C. dieses; vnd also nach dem 2. Consect. des 23. dieses/ das quadrat von EH zum quadrat von FH/ wie das quadrat von EF zum quadrat von FG; das ist/ nach diesem 25 El. wie EH zu GH.

26. Wann eine gerade Lini in einem Punct zertheilet wird/ so ist das Quadrat von der gantzen Lini/ gleich den zweyen Quadraten von den Segmenten oder Theilen zusampt dem Zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von denselben. Dann die Quadrat von den Theilen oder Segmenten gebē im gantzen Quadrat die zwey Diagonalien/ vñ das Zwiefache Parallelogram aus denselben die zwey Complementen/ so mit den Diagonalien das gantze Quadrat verfertigen; wie zu End des 13. Elem.

Consect. dieses zusehen. Dahero das Quadrat von jeder gantzen Lini ist viermal so gros/ als das Quadrat von derselben halben Theil/ Neunmal so gros/ als das Quadrat vom dritten

dritten Theil; Sechzehen mal/ als das Quadrat vom vierdten Theil/vnd so fort an in der Ordnung der Quadratzahlen.

27. In einem Gleichseitigen Triangul von geraden Seiten/ ist das Quadrat einer Seiten vmb $\frac{1}{4}$ grösser als das Quadrat der perpendicular vom Spitz zur basi/ das ist/ wie 4. gegen 3. vnd zwölff mal so gros als das Quadrat der perpendicular vom centro zur basi. Dann das quadrat einer Seiten als AB/ in dem Gleichseitigen Triangul ABC/ ist dem quadrat der perpendicular vom Spitz B zur basi AC/ als BD/ vnd dem quadrat der halben basis AD gleich nach dem vorgehendem 24. Elem. Dieses aber von AD/ als halben Theil einer Seiten ist $\frac{1}{4}$ vom quadrat der gantzen/ nach dem Consect. des vorgehenden 26. El. Dahero das quadrat der perpendicular BD vom Spitz zur basi ist $\frac{3}{4}$ vnd also vmb $\frac{1}{4}$ kleiner als das quadrat einer Seiten / als AB. Dann nach dem 2. Consect. des 24 dieses $\frac{1}{4}$ von 1. abgezogen lest $\frac{3}{4}$ vbrig vor das quadrat BD.



Daß aber das quadrat der Seiten AB vnd also von jeder andern im selben Triangul ABC zwölff mal so gros sey/ als das quadrat der perpendicular DE/ vom centro E zur basi AC/ wird also erfahren. Dann aus dem E zum Eck A den radium AE/ als der lengsten einen / geben lassen/ ist solcher nicht allein dem BE gleich wegen gleicher Weite/ so die Ecken vom centro/ als in einer Regülierfigur haben/ sondern zertheilet auch dahero den Winckel im A gleich in der Mitte/ wie auch thut BE mit dem Winckel im B. Derowegen dann nach dem 25. Elem. des 4. dieses BE ist zu DE/ wie AB zu AD/ das ist in ratione dupla; vnd also BD gegen DE in ratione tripla; oder dreymal

so hoch. Derohalben das quadrat von DE ist $\frac{1}{9}$ des quadrats von BD nach dem Consect. des vorgehenden 26. El. Vnd also weil das quadrat von BD $\frac{3}{4}$ ist des quadrats von AB / dasselbe quadrat von DE $\frac{1}{12}$ des quadrats von AB. Dann $\frac{3}{4}$ durch $\frac{1}{9}$ multiplicirt gibt $\frac{3}{36}$ das ist $\frac{1}{12}$. Hieraus ist zuvernehmen

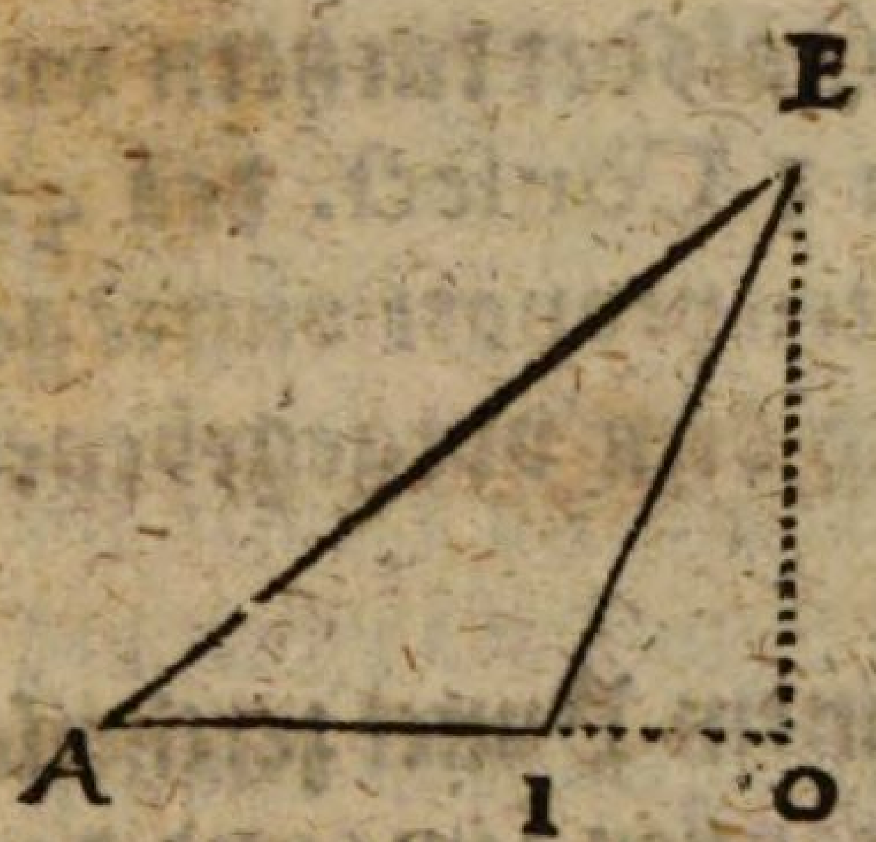
Consect. 1. Der lengsten Radien einer in einem Gleichseitigen Triangul ist noch so gros als der Kürtzten einer vnd also die perpendicular vom Spitz zur basi / so von dem lengsten vnd kürtzten radien gleichsam zusammen gesetzet / dreymal so hoch als die perpendicular vom centro zur basi / so den kürtzten radium darlegt.

2. Das Quadrat einer Seiten ist dreymal so gros / als das Quadrat von dem lengsten radio. Dann dieses des lengsten radii ist nach dem Consect. des vorgehenden 26. Elem. viermal so gros als das Quadrat der perpendicular vom centro zu einer Seiten; vnd jenes der Seiten zwölffmal als dasselbe nach diesem 27. Elem. Dahero 12. durch 4. dividirt gibt zum quoto 3.

3. Die halbe basis ist zwischen den besagten perpendicularen, als vom Spitz vnd vom centro zur basi / mitten in proportion. Dann das Triangul ADE ist mit ABD von gleichen Winckeln. Dann der Rechte im D ist gemein / vnd jenes im A gleich dieses im B. Dahero nach dem 26. El. des 4. E. dieses ist DE zu AD, wie AD zu BD; vnd hergegen / BD zu AD / wie AD zu DE.

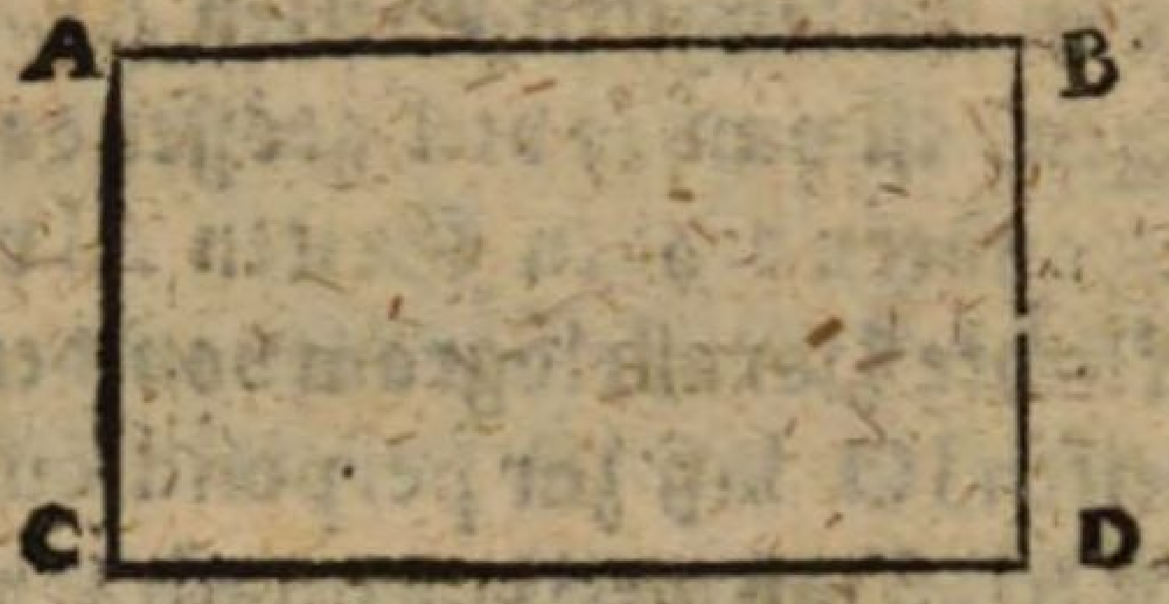
28. In einem Stumpffwincklichten Triangul von geraden Seiten / ist das Quadrat von der lengsten Seiten / als so dem stumpffen Winckel entgegen stehet / vmb so viel grösser weder die Quadraten zusammen von den andern beyden Seiten / als das zwiefachte Rechtwincklichte Parallelo-

lelogram / aus einer derselben Seiten / vnd der Weiten zur perpendicular auff dieselbe / vermag. Als es sey ein Stumpffwincklichtes Triangul AEI / dessen Winckel im I / stumpff. Dahero das quadrat von der lengsten Seiten AE / so dem stumpffen Winckel zu entgegen / ist vmb so viel grösser dann die quadraten zusammen von den andern beyden Seiten AI vnd EI / als das zwiefache Rechtwincklichte Parallelogram von deren Seiten einer als AI vnd der Weiten IO / biß zur perpendicular EO auff AI. Dañ weil das quadrat von AO ist den quadraten von den Stückē AI vnd IO zusampt dem zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von AI vnd IO nach dem vorgehenden 26. Elem. gleich / so werden / wann beyderseits das quadrat der perpendicular EO darzugethan / die zwey quadrat als von AO vnd EO gleich dreyen quadraten als von AI / IO vnd EO zusampt dem zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von AI vnd IO nach dem 3. axiom. Nun sind die zwey quadrat von AO vnd EO zusammen gleich dem quadrat von der lengsten Seiten AE / nach dem 24. Elem. dieses. Dahero dann die besagten drey quadraten von AI / IO vnd EO zusampt dem zwiefachen Parallelogram von AI vnd IO sich mit dem quadrat von AE gleichen; nach dem 1. axio. Vnd folgends / weil die zwey quadrat zusammen als von EO vnd IO so viel thun als das quadrat der Seiten EI nach demselben 24. El. die zwey quadrat von AI vnd EI zusampt dem zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von AI vnd IO / mit dem quadrat von AE. Vbertrifft dahero solches die zwey quadrat von den Seiten AI vnd EI vmb das besagte zwiefache Rechtwincklichte Parallelogram von AI vnd IO.



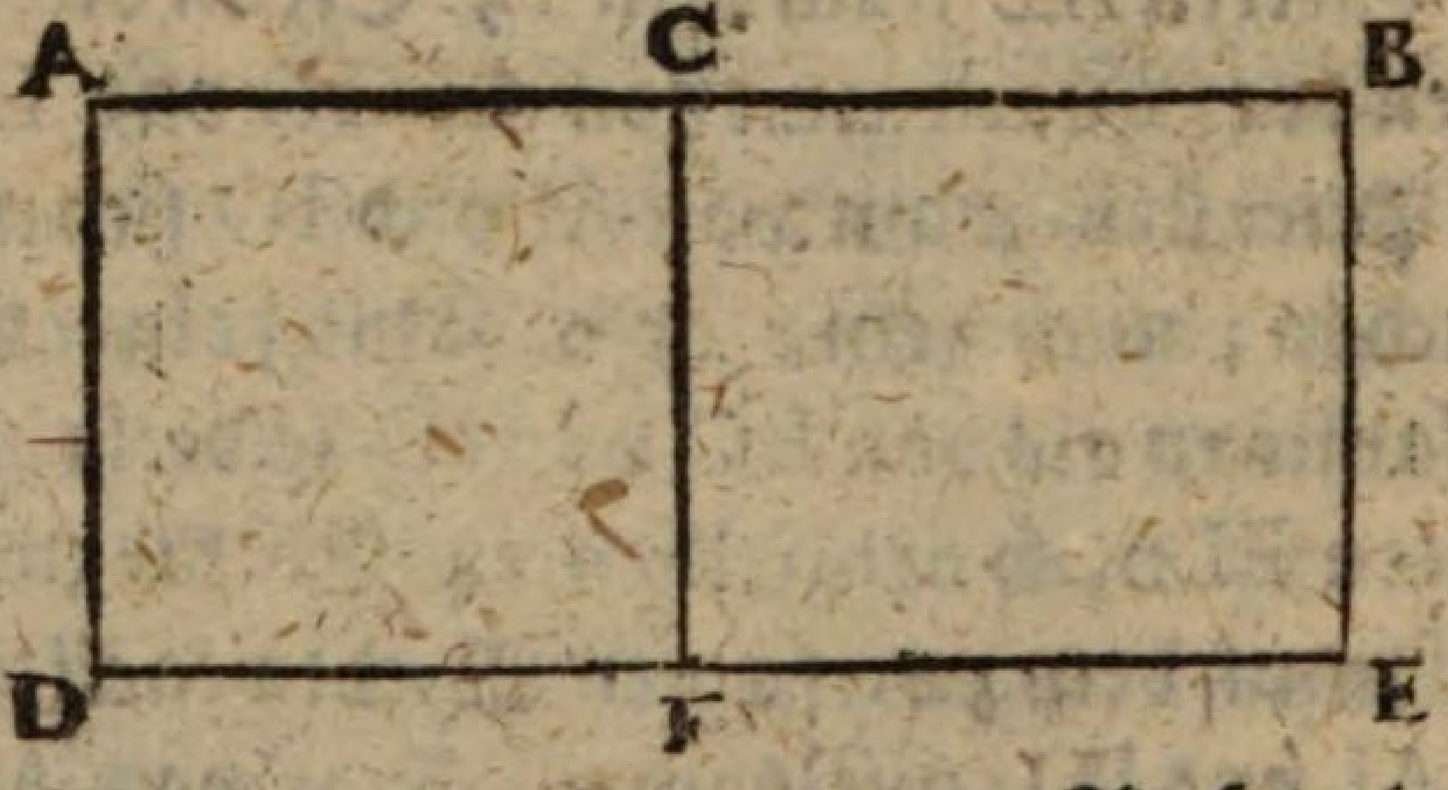
29. Ein vberlengtes Rechtwincklichtes Parallelogram / Oblongum, ist dessen Seiten vntereinander vn-

gleich/ als da die eine vmb jeden rechten Winckel lenger oder kürtzer dann die ander. Dahero da ein Oblongum vorzustellen gehöret ein rechter Winckel von vngleichen Schenckeln dazu. Also ist ein Oblongum oder vberlengte Vierung allhier AD.



30. Wañ zwischen den Seiten/ als der kürtzern vnd lengern des Oblongi wird nach dem 3. Consect. des 42. Elem des vorgehenden 4. C. die mitten proportionirte gesucht/ so ist derselben Quadrat gleich dem vorgegebenen Oblongo nach dem 22. El. dieses.

31. Wann eine gerade Lini in einem Punct zertheilet wird/ so ist das Oblongum von der gantzen Lini/ vnd dem einen Stück oder Theil derselben/ gleich dem Rechtwincklichten Parallelogram von derselben beyden Stücken/ zusampt dem Quadrat des angenommenen Stückes.



Als die gerade AB sey im Punct C ohngefehr in zwey Stück zertheilet. Dahero das Oblongum von der gantzen Lini AB vnd derselben einem Stück als AC/ gleichet sich mit dem Rechtwincklichten Parallelogram von den Stücken AC vnd BC/ als da ist CE zusampt dem quadrat von AC das ist AF. Dann von diesen beyden ist das gantze Oblongum AE zusammen gesetzt. Dahero es sich auch mit denselben gleichen muß.

32. Wann vier gerade Linien seyn proportioniret/ so

so ist das Oblongum von den eussern gleich dem Oblongo von den mitlern nach dem 19. El. dieses/ vnd hergegen.

33. Wann vier gerade Linien seyn proportioniret / so sind die ordentliche Oblonga von denselben in continua proportione. Als aus den vier proportionirten Linien A / B / C vnd D hat sich das Oblongum von A vnd B/

A B C D

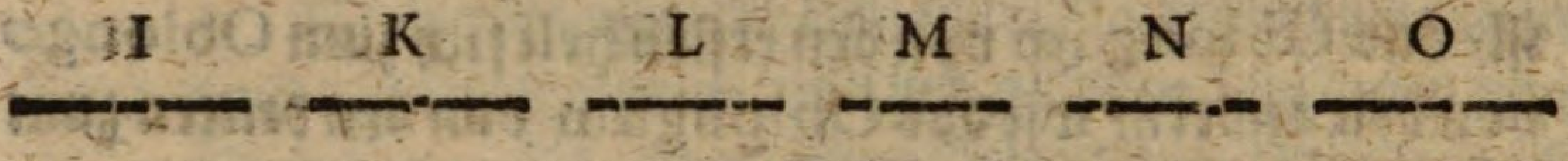
zum Oblongo von B vnd C / wie solches zum Oblongo von C vnd D. Dann dort ist es wie A zu C / vnd hier wie B zu D nach dem 9. Elem. dieses

34. Wann vier gerade Linien seyn proportioniret/ vñ andere vier haben auch jhre proportion/ so sind die ordentliche Oblonga von denselben auch proportioniret/ das ist/ das Oblongum von den ersten helt sich zum Oblongo von den andern/ wie das Oblongum von den dritten zum Oblongo von den vierdten vnd letzten; auch durch vmbwechseln. Vnd hergegen/ wann der proportionirten Oblongen vier Seiten seyn proportioniret/ so haben die vbrigen viere auch jhre proportion. So dann auch zu verstehen von den darunter gemischten Quadraten. Dann von lautern Quadraten/ als da beyderseits die Linien sich gleichen/ die erste mit der ersten/ die ander mit der andern/ vnd so fort an/ ist es aus dem 2. Cons. des 23. Elem. dieses klar zuvernehmen. Als es seyn die vier Geraden A / B / C vnnd D gegen einander proportioniret / wie ingleichen E/ F/ G vnd H. Dahero derselben ordentliche Oblonga als von

A B C D

E F G H

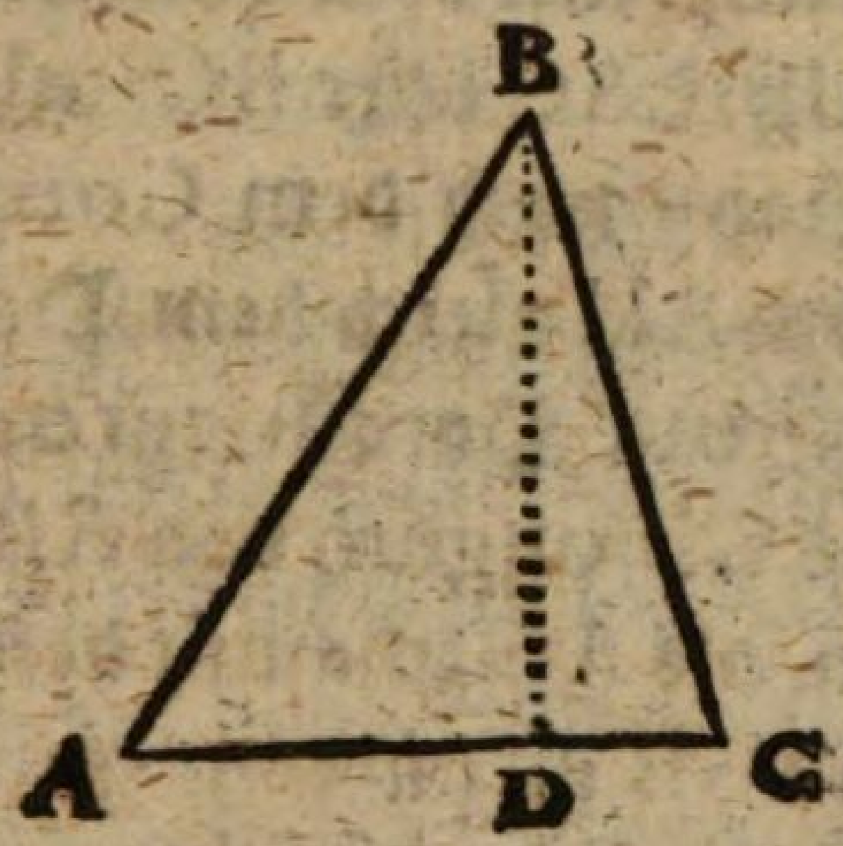
A vnd E/ B vnd F/ C vnd G/ D vnd H seyn auch gegen einander proportioniret; daß sich das erste helt zu dem andern/ wie das dritte zu dem vierdten. Dann das erste als das Oblongum von A vnd E hat sich zum Oblongo von A vnd D, wie das Oblongum von E vnd H zum Oblongo von D vnd H. Dañ beyderseits ist es nach dem 9. El. dieses wie E zu D. Nun gleichet sich das Oblongũ von BC mit dem Oblongo von AD; wie auch das von FG mit dem Oblongo von EH; nach dem 32. El. dieses. Dahero das Oblongum von AE ist zum Oblongo von BC/ wie das Oblongum von FG zum Oblongo von DH. Vnd weil das Oblongum von BF sich hat zum Oblongo von BC/ wie das Oblongum von FG zum Oblongo von CG/ als so beyderseits nach dem 9 Ele. dieses ist wie F zu C; werde nach dem vorgehenden 30. Elem. den Oblongis als AE, BC, FG vnd DH, wie auch BF vnd CG gleiche quadrat od' nur die Lenge jeder Seiten derselben gesucht oder da-



vor außgegeben; als I/K/L/M/N vñ O; daß also das quadrat von I sich gleiche mit dē Oblongo AE/ das quadrat von K mit dem Oblongo BC vñ so in der Ordnung fort an; so seyn die quadrat gegen einand' wie die Oblonga, vnd folgends nach dem 2. Conf. des 13. El. dieses auch die Seiten derselben proportioniret/ als I zu K/ wie L zu M/ vnd N zu K/ wie L zu O. Dahero das Oblongum von I vnd M sich gleichet nach dem 2. axiom. mit dem Oblongo von N vnd O; als da iedes sich gleichet mit dem Oblongo von KL nach dem vorgehenden 32. Elem. vnd ist also nach demselben I zu N wie O zu M. Darumb dann auch das quadrat vom I zum quadrat vom N/ wie das quadrat vom O zum quadrat vom M/ vnd wie gesagt/ das Oblongum vom AE zum Oblongo vom BF/ wie das Oblongum von CG zum Oblongo von DH ꝛc. vnd hergegen. Weil neben den Oblongis sich auch proportioniren die Seiten A/ B/ C vnd D/ so sind die vbrigen E/ F/ G vnd H auch in einer Proportz.

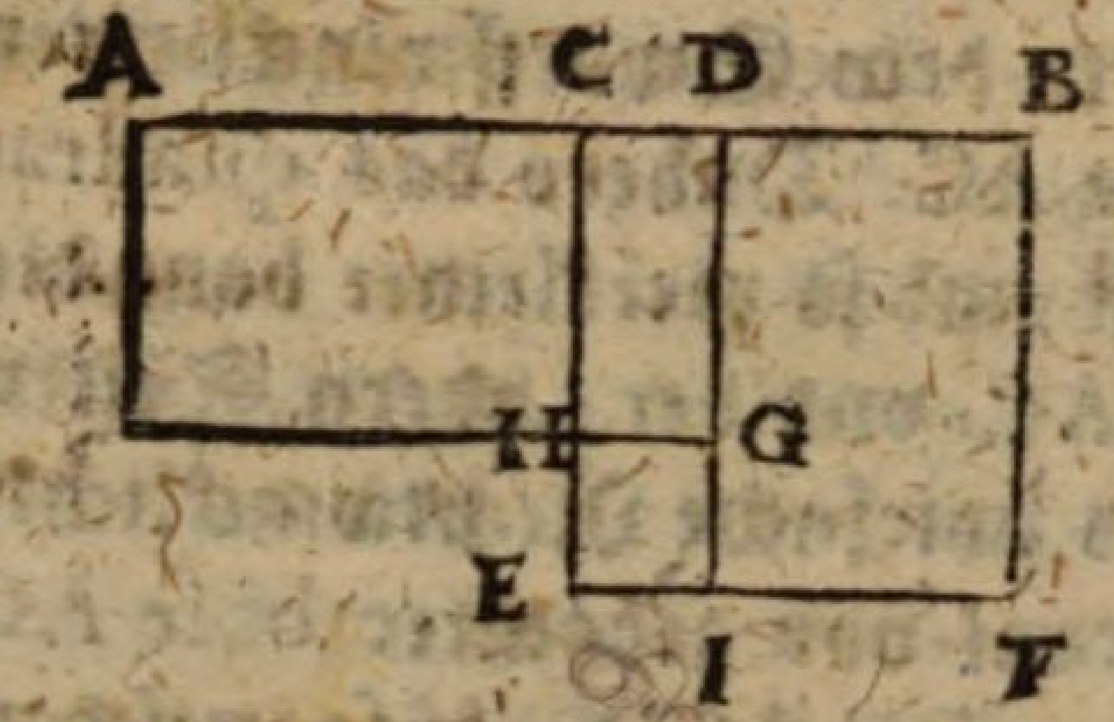
35. In

35. In einem Scharffwincklichten Triangul ist das Quadrat einer Seiten vmb so viel kleiner/ dann die Quadrat zusammen der andern zweyen Seiten/ als das zwiefache Rechtwincklichte Parallelogram so von der Seiten/ in welche die perpendicular felt/ als der base/ vnd derselben Stück oder Segment zwischen solcher perpendicular vnd der andern Seiten/ thut. Als in dem Scharffwincklichten Triangul ABC sey zur basi die Seite AC. Dahero das quadrat von der andern einer als von AB ist vmb so viel kleiner dann die quadraten zusammen von der base AC/ vnd der andern Seiten BC/ als das zwiefache Rechtwincklichte Parallelogram von gedachter base AC vnd derselben Stück CD/ als so zwischen der perpendicular BD/ vnd der andern Seiten BC inligt/ thut. Dann das quadrat von AB ist gleich den zweyen quadraten zusamen von der perpendicular BD vnd dem Stück der basis AD nach dem 24. Elem. dieses. Vnd das quadrat der basis AC gleichet sich mit den quadraten zusamen von den Stücken derselben AD vnd CD zusampt den zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von AD vnd CD. Dahero/ wann die beyde quadrat von AD vnd BD/ vor das quadrat AB abgezogen werden/ von den beyden quadraten der basis AC/ vnd der andern Seiten BC/ bleibt vbrig das quadrat von CD zweymal neben den zwiefachen Rechtwincklichten Parallelogram von den Stücken der basis AD vnd CD/ das ist/ nach dem vorgehenden 31. Elem. das Oblongum von der base AC vñ derselben Stück CD zweymal oder zwiefach. Ist derowegen das quadrat von der Seiten AB vmb so viel kleiner dann die quadraten zusamen von der base AC vnd der andern Seiten BC/ als das zwiefache Rechtwincklichte Parallelogram von AC vnd derselben Stück CD vermag.

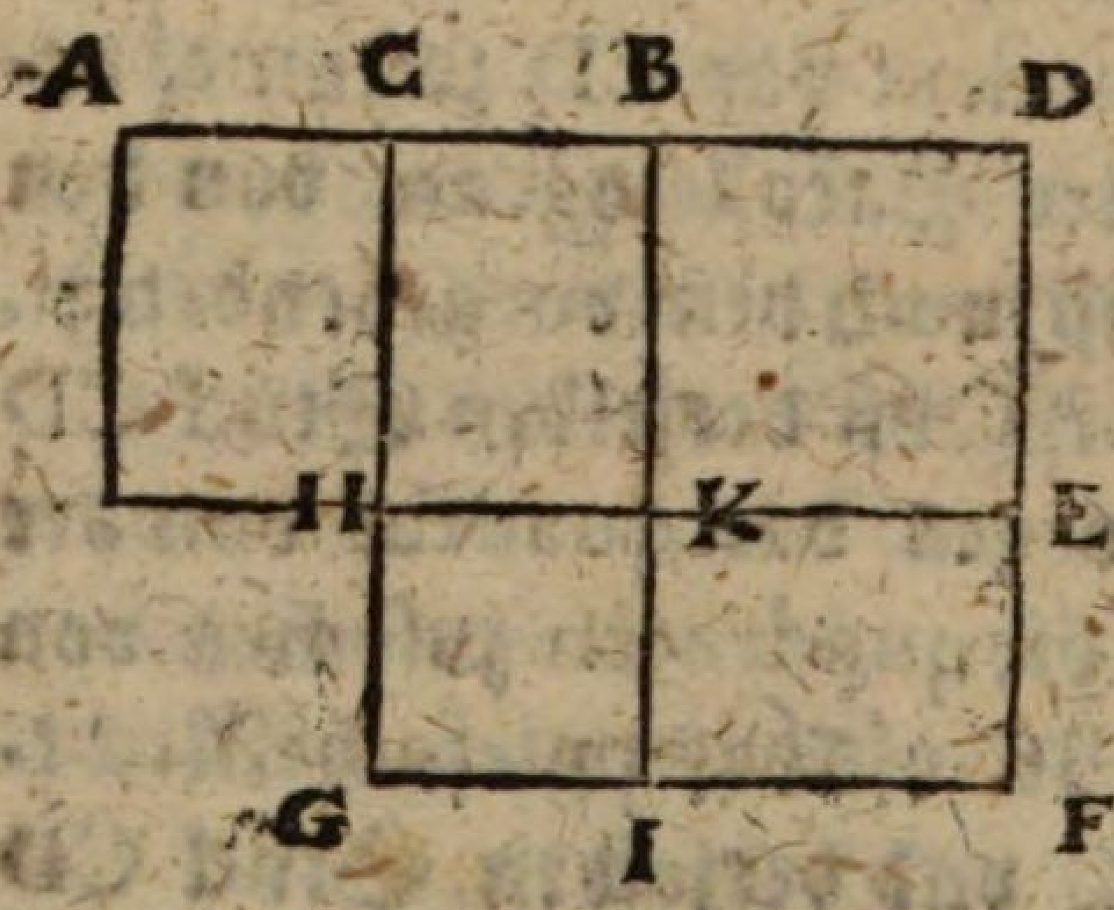


36. Wann

36. Wann eine gerade Lini gleich in der Mitte vnd auch sonsten zertheilet wird/ so ist das Oblongum von den vngleichen Stücken zusampt dem Quadrat von deme so zwischen die Theilpuncten felt/ gleich dem Quadrat von dem halben Theil. Als die Gerade AB sey in der Mitte im C vnd ausser im D zertheilet. Dahero dann das Oblongum von den vngleichen Stücken od Theilen AD/ BD als da ist AG/ zusampt dem quadrat von CD/ als GE sich gleichet mit dem quadrat von der Helffte AC oder BC/ als mit BE. Dann nach dem Conf. des 9. El. dieses ist das Stück Parallelogram AH gleich dem Parallelogram DF/ vnd also weil das ander Stück Parallelogram CG/ vnd das quadrat GE gemein/ so ist das Oblongum von AB/ BD den vngleichen Stücken oder Theilen als AG zusampt dem quadrat von dem zwischen Theil CD/ als GE gleich dem quadrat vom halben Theil BC/ so da ist BE oder CF.



37. Wann eine gerade Lini in der Mitten zertheilet/ vnd dann nach einer Seiten nach Gefallen erlengert wird/ so ist das Oblongum von solcher gantzen erlengerten Lini vnd darzu gesetzter Lenge/ zusampt dem Quadrat vom halben Theil gleich dem Quadrat von dem halben Theil vnd der zugethaner Lenge zusammen. Als die Gerade AB sey in der Mitte durch das Punct C zertheilet/ vnd aus dem B biß in das D erlengert. Dahero das Oblongum von AD/ BD als AE zusampt dem quadrat von dem halben Theil als von BC sich gleichet mit dem quadrat von CD/ als



als da ist CF oder DG. Dann aus dem B der Seiten DF eine Parallel gezogē biß zu GF als BI/so ist das Parallelogram AH gleich dem Parallelogram FK nach dem Consect. des 9. Elem. dieses; Vnd also das Parallagrā AE gleich dem Gnomoni CDFK. Dahero wan dazu gethan wird das quadrat HI als das ander Diagonal/so kömpt das quadrat CF daraus/ Hieher füget sich die sonderbahre Theilung jeder geraden Lini in einem Punct also/daß das Quadrat vom grössern Stück oder Theil sich gleiche mit dem Oblongo von dem Kleinern vnd der gantzen Lini; oder das solche grössere Stück oder Theil zwischen dem Kleinern vnd der gantzen Lini mitten in proportion stehe. Vnd wird dermassen verrichtet.

38. Mache aus der vorgegebenen Geraden ein Quadrat/vnd nim vom Mittel einer Seiten zu der entgegenstehenden Ecken einem die Weite/ so thut solcher Weiten vbermas vber die halbe Seite das begehrte grössere Stück in der vorgegeben Geraden darlegen. Dahero dann nach Abziehung solches grössern Stücks von der gantzen Lini/ das Kleinere erlanget wird. Vnd sey zu solcher Theilung die Gerade AB vorgestelt. Dahero nach dem 21. El. dieses daraus

ein quadrat gemacht AD/ vnd nach dem 24. des 2. E. dieses/eine Seite als AC in der Mitte zertheilet im E/ vnd vom E zum B oder D eine blinde Gerade gehen lassen BE/ gibt derselben Lenge vber die halbe Seite AE als AF das begehrte grössere Stück AG; Dahero das Kleinere ist BG. Wie nun BG zu AG/ also hat sich AG zu AB; vnd hergegen. Dann aus AG ein quadrat gemacht FG/ wird in demselben die Seite HG aus dem G erlen-

M gert

gert biß an CD in das Punct I / so ist das Oblongum von CF vnd AF oder AG als CH zusampt dem quadrat von AE gleich dem quadrat von EF / das ist von BE / nach dem vorgehenden 37. El. Nun sind dem quadrat von BE auch gleich die zwey quadrat zusamen als das quadrat von AB vnd das quadrat von AE nach dem 24. El. dieses. Derowegen / wann beyderseits das quadrat von AE weggethan / bleibt nach dem 4. axiom das Oblongum CH gleich dem quadrat von AB als AD; vnd also wegen des gemeinen Stücks AI / das quadrat von AG dem grössern Theil / so da ist FG, gleich dem Oblongo von dem kleinern BG vnd der gantzen Lini AB oder BD / das ist BI. Dahero nach dem 22. El. dieses hat sich BG zu AG, wie AG zu AB; vnd hergegen. Hieraus folget

Consect. 1. Das kleinere Stück ist zum grössern / oder das grössere zur gantzen irrational / nemlich wie radix quadrata aus $1\frac{1}{4}$ minder $\frac{1}{2}$ zu 1. vnd solcher quadrat wie $1\frac{1}{2}$ minder dem radice quadrata aus $1\frac{1}{4}$ zu 1. oder wie 1 zu $1\frac{1}{2}$ zusampt dem radice quadrata aus $1\frac{1}{4}$. Wie die Lehr von den Irrational Zahlen mit sich bringet / vnd zum Theil aus dem 15. Elem. vnd Cons. des 26 El. dieses beyzubringen. Es werden aber solche Zahlen gemeinlich also gezeichnet $1\frac{1}{2} - \sqrt{1\frac{1}{4}}$. $1\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

2. Wann eine Lini nach solcher Maß oder Proportz zertheilet / vnd vmb das grössere Stück erlengert wird / so ist die gantze erlengerte Lini gleicher Gestalt zertheilet. Als alhier AC / so mit AB sich gleichet / ist erlengert vmb das grössere Stück AG biß in das F. Dahero die gantze Lini CF im Punct A nach besagter Proportz zertheilet ist; das ist AF hat sich zu AC / wie AC zu CF; vnd hergegen. Dann wie dargethan / so ist das quadrat von AB oder AC gleich dem Oblongo von CF vnd AF oder AG / vnd also nach dem vorangezogenen 22. Elem. dieses AF zu AC / wie AC zu CF; vnd hergegen.

3. Das Quadrat vom grössern Stück / so vmb den halben Theil der gantzen Lini erlengert / ist fünfftmal so gros

als

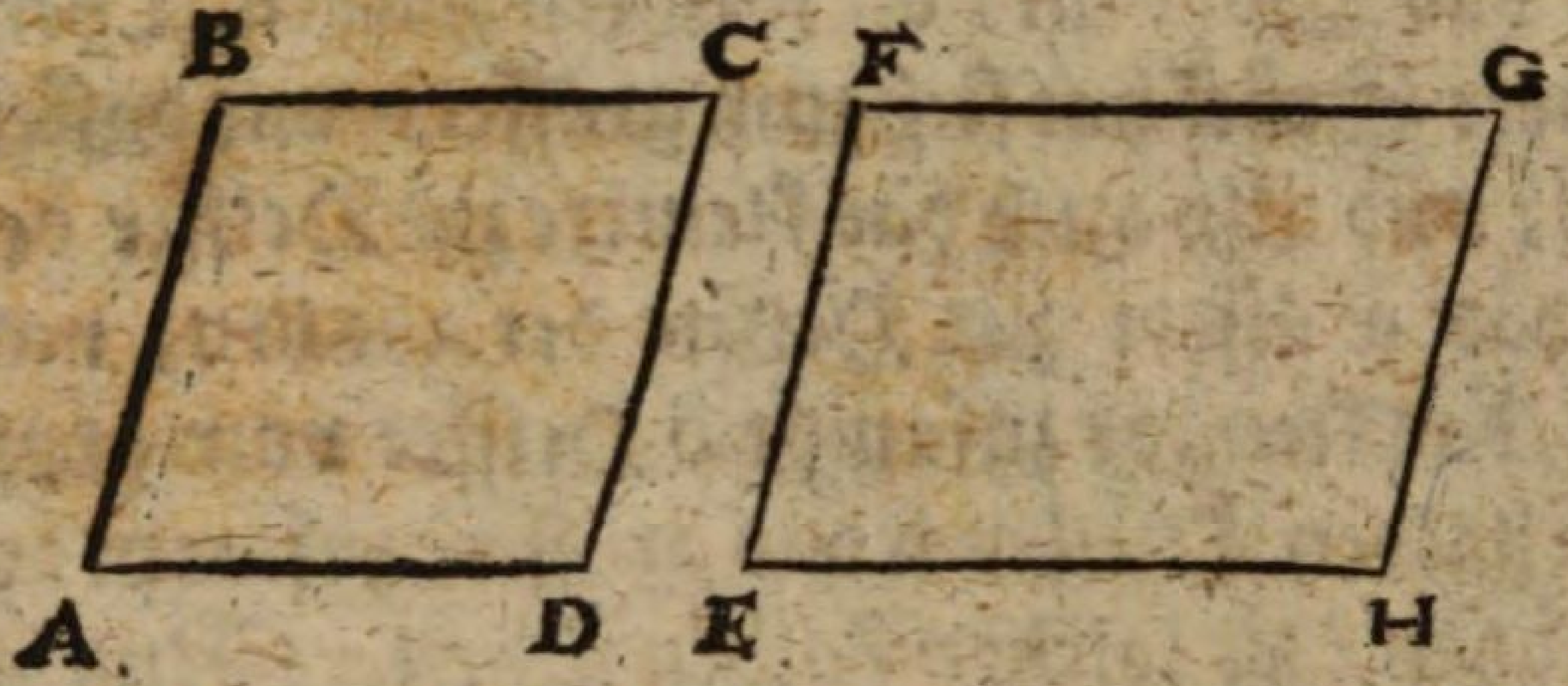
als das Quadrat von solchem halben Theil. Als in vorgesetzter Figur das quadrat von EF/ so aus AF dem grössern Stück vnd AE dem halben Theil von der gantzen zusamen gesetzet/ ist fünffmal so gros als das quadrat von AE. Dann EF ist gleich BE/ vnd das quadrat von BE gleich den beyden quadraten von der gantzen AB vnd derselben halben Theil/ als da ist AE/ nach dem 24. El. dieses. Dahero weil jenes von AB viermal so gros ist als dieses von AE/ muß das quadrat von BE/ vñ also auch das von EF fünffmal so gros seyn als dasselbe von AE.

4. Das Quadrat vom kleinern Stück wann es vmb die Helffte des grössern erlengert wird/ ist auch fünffmal so gros als das Quadrat von solchem halben Theil. Dann das kleinere Stück hat sich zum grössern/ wie dasselbe zur gantzen Lini; vnd also auch das kleinere zur Helffte des grössern/ wie das grössere zur Helffte der gantzen; vnd durch addition/ das kleinere zusampt d' Helffte vom grössern/ zum selben halben Theil/ wie das grössere zusampt der Helffte vom gantzen/ zu solchen halben Theil. Nun ist das Quadrat vom grössern Stück vnd der Helffte der gantzen Lini fünffmal so gros als das Quadrat von solchem halben Theil/ nach dem vorgehenden 3. Conf. Dahero es von dem kleinern/ wie angezeigt/ auch folgen muß/ nach dem 8 axiom. vnd 2. Conf. des 23. El. dieses.

5. Das Quadrat von der gantzen Lini vnd das von dem kleinern Stück zusammen seyn dreymal so gros als das Quadrat von dem grössern. Dann das Quadrat vom grössern ist gleich dem Quadrat vom kleinern vnd einem Complemento/ als dem Oblongo BI nach diesem 38. Elem. Dahero das gantze Quadrat AD in sich fasset das Quadrat vom grössern Stück zweymal/ eins vor sich/ als das grössere Diagonal/ vnd dann noch einmal vor das eine Complement zusampt dem kleinern Diagonal/

vnd bleibet also vom gantzen vbrig das ander Complement/ zu welchen dann das quadrat vom kleinern Stück hinzu gethan kömpt das quadrat vom grössern Stück drey mal vor voll. Vnd so viel vom Rechtwincklichten Parallelogram/ folget mit wenigen von dem Schlimwincklichten/ vnd andern Vier vnd Vielseitigen Figuren.

39. Das Schlimwincklichte Parallelogram ist auch von gleichen oder vngleichen Seiten. Jenes wird ein geschregtes Quadrat oder Rhombus/ dieses ein geschregte vberlengte Vierung oder Rhomboides genant. Vnd wie zum Rhombo gehöret ein schlimmer Winckel von gleichen Schenckeln/ also zum Rhomboidi



ein schlimmer Winckel von vngleichen Schenckeln; vnd wie der Rhombus entgegen gesetzet wird dem Quadrat/ also der Rhomboides dem Oblongo. Vnd ist ein Rhombus allhier AC/ ein Rhomboides EG.

40. Ein Trapezium ist eine Vierseitige Figur/ dessen Seiten nur zwo oder gantz nicht Parallel sind/ wie nachfolgende vorzeigen.

41. Eine Vielseitige Figur oder Triangulat ist so

mehr

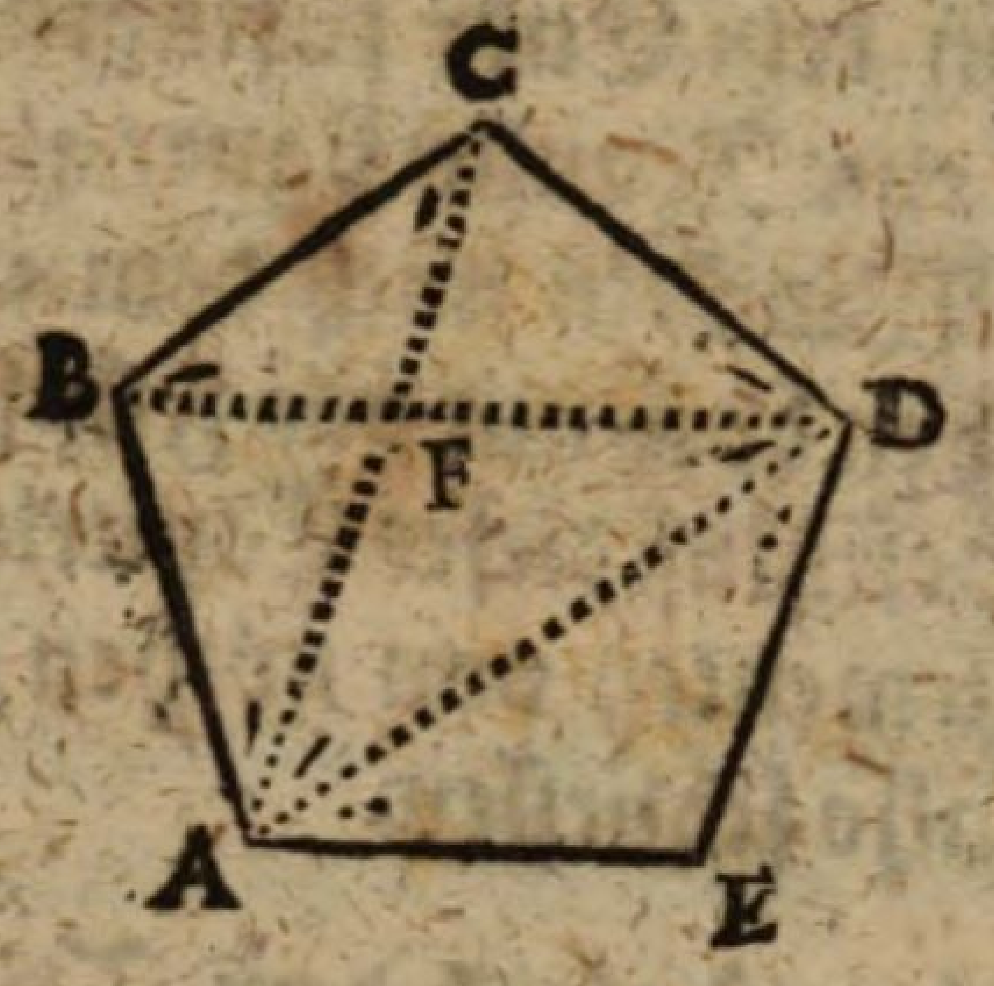
mehr dann vier Seiten hat. Darunter dann zuverstehen die andern geschlechter alle von geraden Seiten/als Fünffeck/ Sechseck/Siebeneck/Achteck vnd so fort an nach Anzahl der Ecken oder Seiten/ deren dann kein Ende zu finden. Es hat aber jedes geschlechte auch eine Reguliersigur/ als so von gantz gleichen Seiten vnd Winckeln nach dem 4. Elem. des 4. C. dieses. Von solchen doch nur von Fünff vnd Sechsecken wollen wir zum Beschluß dieses Capitels in etwas handln/ so viel zu den Elementen von nöthen/ vnd zu förderst in gemein von allen also schliessen.

1. Jedes Regulier Triangulat ist gleich dem Triangul/ dessen basis sich gleichet mit dem perimetro oder Vmbfang des Triangulats/ vnd die Höhe mit der perpendicular vom centro zur basi/ oder zu jeder andern Seiten im selben. Dann so viel Seiten an solchen Triangulat so viel werden vntersich gleiche Triangul im selben verstanden/ so mit den Spitzen im centro gleichsam zusammen stossen/vnd also wegen einer Höhe vnd Gleichheit der basen sich gleichen mit dem besagten Triangul nach dem 21. El. des 4 C. dieses. Consect.

2. Wann zwey oder mehr gleichliche Regulier Triangulaten/als so einerley geschlechts/werden gegen einander gehalten/ so sind solche nach dem Raum/ wie die quadrat der Seiten oder andern gleichlichen Linien in denselben nach dem 1. Conf. des 23. El. dieses.

42. Wann in einem gleichseitigen Fünffeck drey Ecken oder Winckel sich vntereinander gleichen/ so ist solches ein Regulier/ das ist/ wie an Seiten also auch an Winckeln gantz gleich/ nach dem 4. El. des 4. C. dieses.

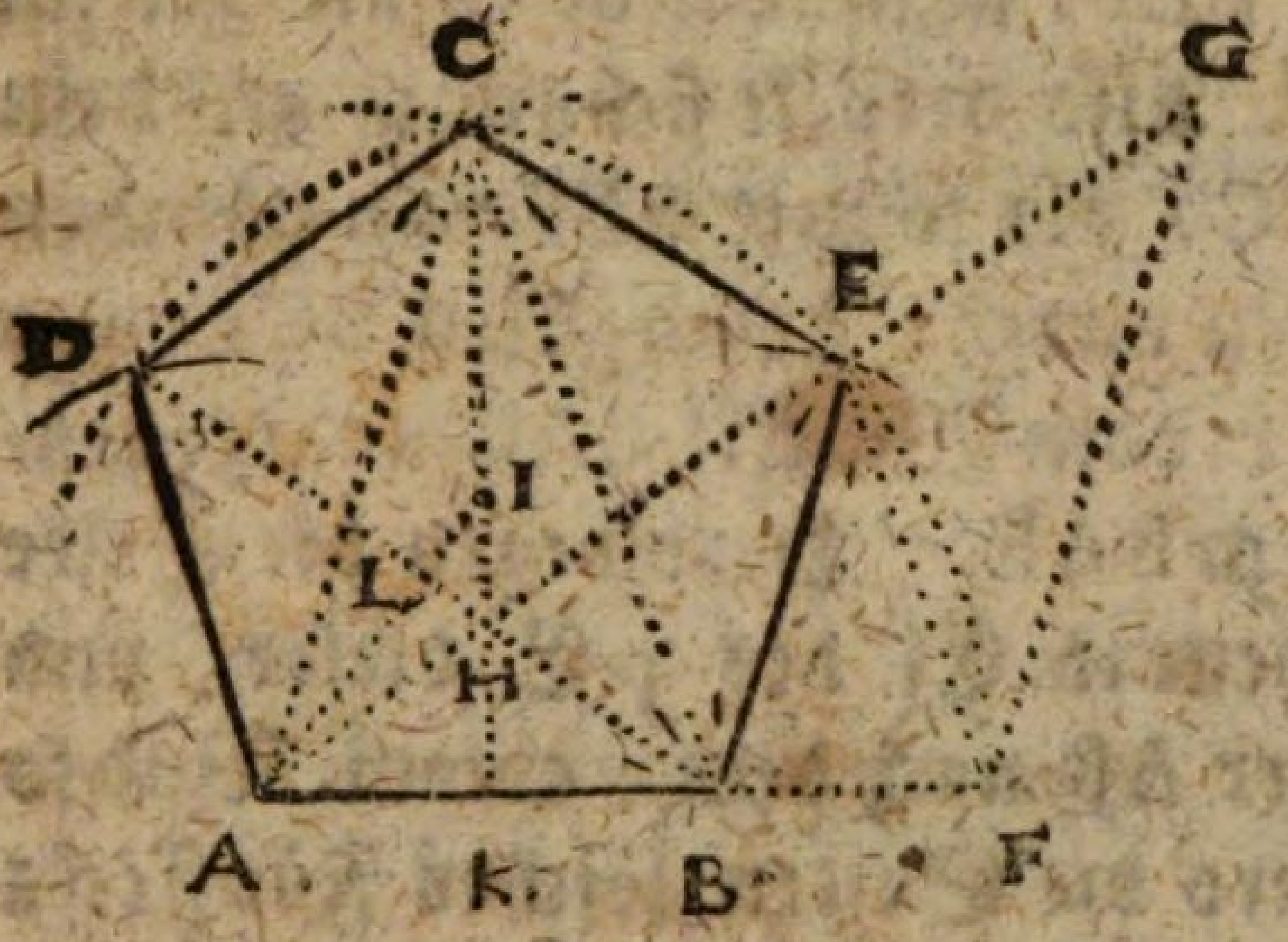
Als in dem folgenden Fünffeck ABCDE seyn alle Seiten vnd die drey Winckel im A/B vnd C einander gleich. Dahero die andern im D vnd E sich mit denselben auch gleichen müssen. Dann vom A zum C/ vnd vom B zum D gerade Linien/ so im F sich vnterschneiden/ gezogen AC vnd BD/ seyn solche als bases gleicher Winckeln von gleichen Schenckeln einander gleich/ nach dem 16. El. des 3. C. dieses/ vnd also auch wegen Gleichheit der Schenckeln die winckel an denselbē nach dē 34. El. des 4. C. dieses. Ist derowegen der Winckel ACB dem Winckel CBD gleich/ vnd folgends nach dē angezogenen 34 El. BF vnd CF. Nun gleichen sich auch AC vnd BD. Dahero nach dem 4. axi. AF vnd DF sich auch gleichen müssen; Vnd also auch/ weñ vom A zum D eine gerade Lini geführet/ als AD/ die Winckel beyderseits an derselben/ nach dem 34. El. des 4. dieses/ als DAF vnd ADF, DAE vnd ADE. Vnd weil das Stückwinckel BAC sich auch gleichet mit BDC/ so ist also der gantze Winckel im D gleich dem gantzen im A. Gleichen Beweis hat es auch mit dem Winckel im E. Dahero im vorgestelten Fünffeck sind die Winckel wie die Seiten alle einander gleich. Vnd wird ein solch Regulier Fünffeck am fügligsten nach vorgegebener Lenge einer Seiten also verfertiget.



43. Zertheile die vorgegebene Gerade in einem Punct nach dem 38. Elem. dieses/ vnd dann aus derselben Endungen in der Weite/ so solche Gerade sampt jhrem grössern Stück thut/ blinde peripherien/ so sich oben durchschneiden/ gezogen/ vnd in denselben aus den Endungen der vorgegebenen Geraden in derselben Weite zwene Puncten gezeichnet/ geben solche mit dem obern Durchschnidt vñ denselben Endungen die Ecken des begerten Fünffecks.

Als

Als auff die Gerade AB soll ein Regulier Fünffeck gestellet werden. Derowegen dieselbe nach dem 38. Elem. dieses zertheilet/ vnd in der Weite so AB thut mit jhrem grössern Stück aus A vnd B zwo blinde peripherien geführet so sich oben im C durchschneiden/ vnd dann in denselben aus A vnd B in der Weite AB zween Puncten notirt/ als D nach der Lincken/vnd E nach der Rechten/ so thun die Geraden von A vnd C zum D/ vnd vom B vnd C zum E mit der Geraden AB das begehrte Regulier Fünffeck dargeben. Dann der blinden peripherien eine CD oder CE biß zur basi AB erlengert als CE biß in das F/ thut die Gerade EF sich mit BE gleichen. Dañ die Gerade vom A zum E fortgeführet biß zur Parallel aus dem F der Seiten BE/

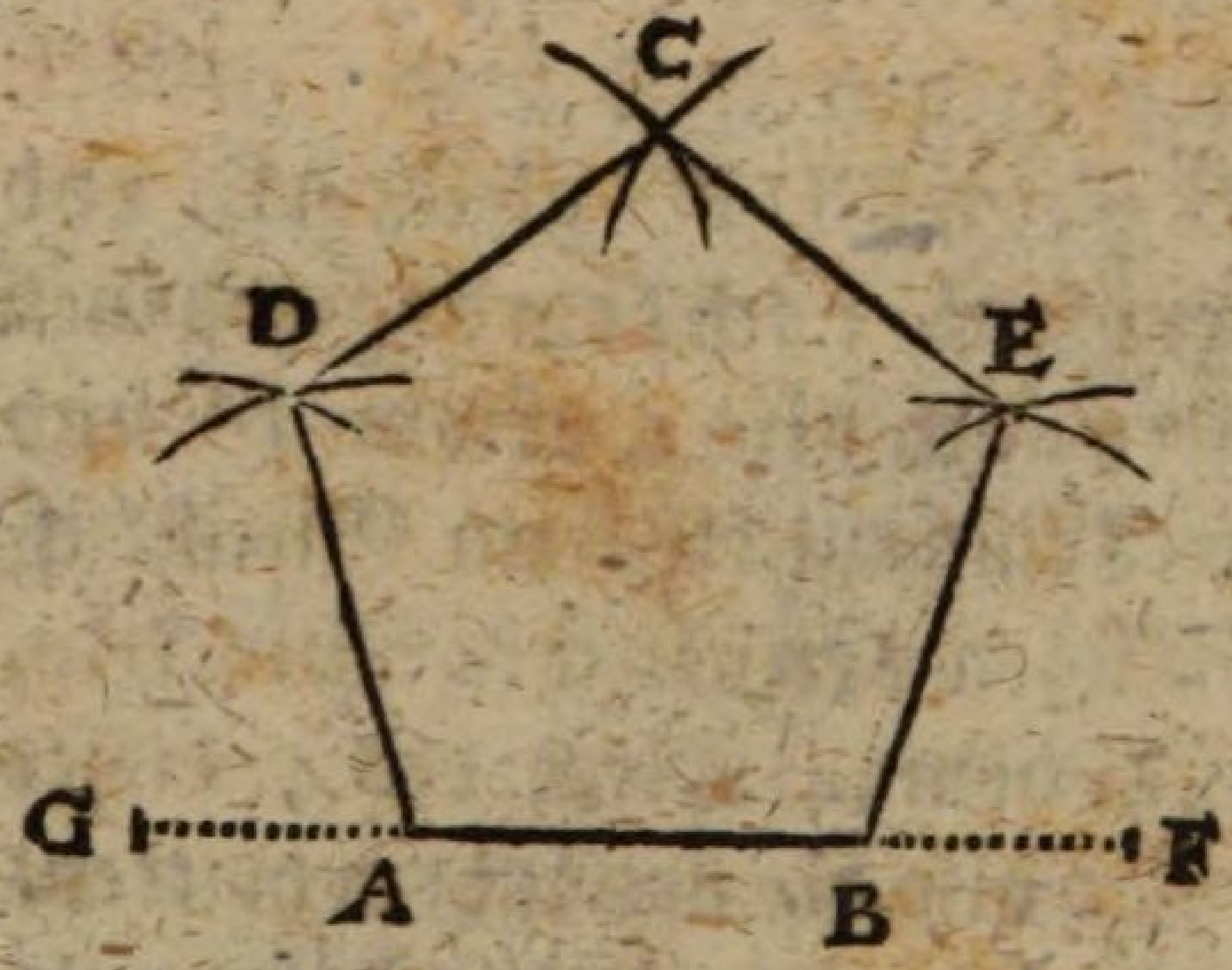


nemlich biß zum G/ so wird FG gleich AF. Dann wie AB zu BE/ also ist AF zu FG/ nach dem 26. El. des 4. C. dieses/ vnd wie BF zu AB/ also ist EG zu AE nach dem 23. Elem. desselben. Nun weil AE vnd AF sich gleichen/ ist AB auch zu AE/ wie BF zu AB/ nach dem 38. Elem. dieses. Dahero EG vnd AB sich gleichen nach dem 7. axiom. Vnd also auch EF vnd AB/ als bases gleicher Winckel von gleichen Schenckeln/ nach dem 16. El. des 3. dieses. Dann der Winckel im E/ als der basi AB zu entgegen/ ist gleich dem Winckel im G/ als der basi EF zu entgegen/ nach dem Consect. des 19 Elem. des 3. dieses/ vnd EG gleich BE/ FG gleich AE/ vnd also EF vnd AB auch vntereinander gleich/ nach dem angezogenen 16. Elem. des 3 C. dieses. Dahero nach dem 2. axiom. BE vnd EF sich auch gleichen; vnd also das Triangul BEF ein Gleichfüssiges/ vnd mit AEF auch Gleichfüssigen von gleichen Winckeln. Dann der im F ist gemein/ vnd nach dem 34. Elem. des 4. dieses jedem andern an derselben basen/ vnd also der dritte dem dritten/ als der im E/ des Triangus BEF/ gleich dem im A/ des Trianguls

AEF

AEF/ nach dem 1. Consect. des 16. El. des 4. C. dieses. Welches auch aus dem 27. Elem. desselben 4. C. erscheinet. Dann wie BF zu EF/ also hat sich EF zu AF. Nun sind im Triangul ABE als einem Gleichfüssigen die Winckel im A vnd E auch einand' gleich/ vnd also der gantze AEF durch BE in der Mitte zertheilet. Dahin dann auch das 25. El. des 4. C. dieses weiset. Dann AB ist zu BF/ wie AE zu EF. Dahero jeder Winckel an den basen in den gleichfüssigen Triangulen AEF vnd BEF/ noch so gros ist als der im Spitz A jenes/ vnd im E dieses. Also verhelt sichs auch mit dem eingeschriebenen Triangul ABC/ als so mit AEF von gleichen Seiten/ vnnd folgends mit den andern Triangulen BCD vnd ACE. Dann der Winckel BAE vom Winckel BAC abgezogen/ lest den Winckel CAE gleich dem BAE. Derowegen die Seite CE sich gleichet mit EF nach dem 16. El. des 3. C. dieses; vnd also auch mit der Seiten BE oder AB/ nach dem 1. axiom. Vnd so verstehe auch von CD. Dahero die Seiten solches Fünffecks sich alle vntereinander gleichen/ vnd also auch desselben Winckel nach dem 16. Elem. des 3. C. dieses. Dann die gleichen Seiten geben gleiche Schenckel/ vnd die eingeschriebene AC, AE, BC, BD vnd DE/ so nach dem 22. El. des 3. C. dieses sich auch mit AF gleichet/ gleiche bases. Aus diesen erscheinet

Consect. 1. Die sonst gebreuchliche Fabrica des Regulier Fünffecks/ als daß man nach Erlengerung der vorgegebenen Seiten oder basis AB beyderseits vmb das grösfere Stück/ als nach der Rechten in das F/ vnd nach der Lincken in das G/ aus dem A vnd G/ B vnd F in der Weite AB zwo blinde peripherien zeichnet/ so sich im D vnnd E durchschneiden/ vnd dann aus denselben in gleicher Weite



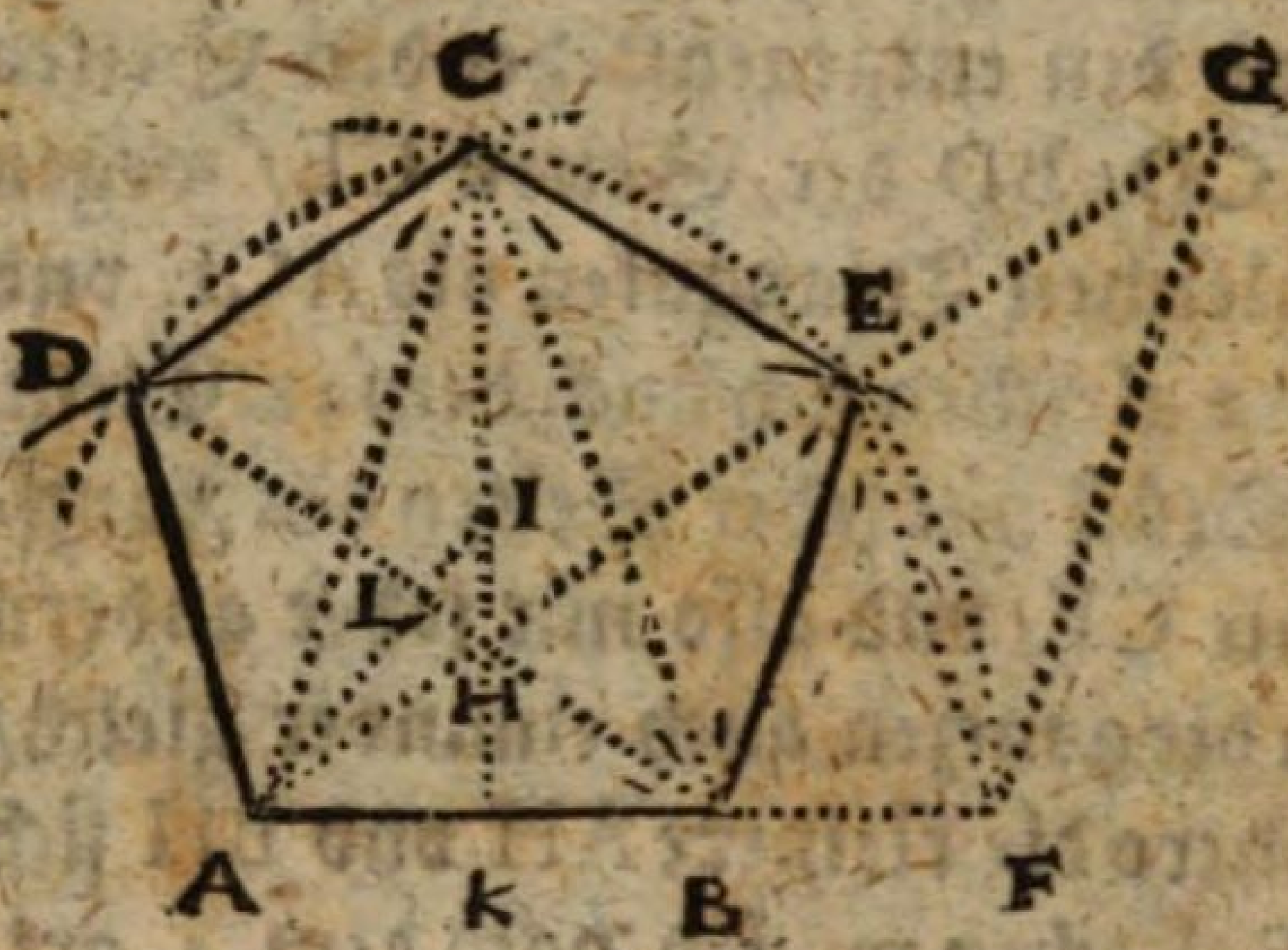
so

so sich oben im Conterschneiden/ wie hiernechst ohn fernern Bericht zu sehen.

2. Wann zwo eingeschriebene Geraden im Regulier Fünffeck sich durchschneiden / geschicht solches nach der Weise des 38. Elem. dieses / daß nemlich das kleinere Stück sich hat zum grössern / wie solches zur gantzen Lini. Dann die eingeschriebenen sind den entgegenstehenden Seiten Parallel/ als AE der Seiten CD/ BD der Seiten CE/ wegen gleicher Höhen der untersichgleichen Triangulen als ACE und ADE; BCD und BDE. Dahero gleichen sich nach dem 22. Elem. des 3. C. dieses/ jedes grössere Stück mit jeder Seiten des Fünffecks; als EH mit CD/ DH mit CE/ und also mit jeder andern nach dem 1. axiom. Nun seyn die gantzen auch einander gleich/ als so sich gleichen mit AF. Dahero die kleinere AH und BH sich auch untereinander und mit BF gleichen müssen/ nach dem 4. axi. Jenes ist auch aus den entgegenstehenden Winckeln A und B des Triangulს ABH zuverstehen nach dem 34 El. des 4 C. dieses. Dahero wie BF zu AB/ also AH zu HE/ und BH zu HD.

3. Wann der lengste radius in einem Regulier Fünffeck gegen dem kürtzesten gehalten wird/ so sind solche untereinander/ wie das kleinere proportionirte Stück zu der Helffte vom grössern / und folgends das Quadrat von der perpendicular aus dem Spitz zur basi/ als so von dem kleinern Stück und dem halben Theil vom grössern gleichsam zusammen gesetzt/ fünffmal so gros als das Quadrat der perpendicular aus dem centro / so die Helffte vom grössern ist nach dem 4. Consect. des 38. Elem. dieses. Als aus dem Spitz C sey auff die basin AB eine perpendicular nidergelassen CK/ so durch das centrum I und den Intersectionpunct H streichet/ auch die basin in der Mitte zertheilet/ und also aus dem gedachten lengsten und kürtzsten radiis als CI und IK gleichsam zusammen gesetzt/ so dann untereinander seyn/ wie das

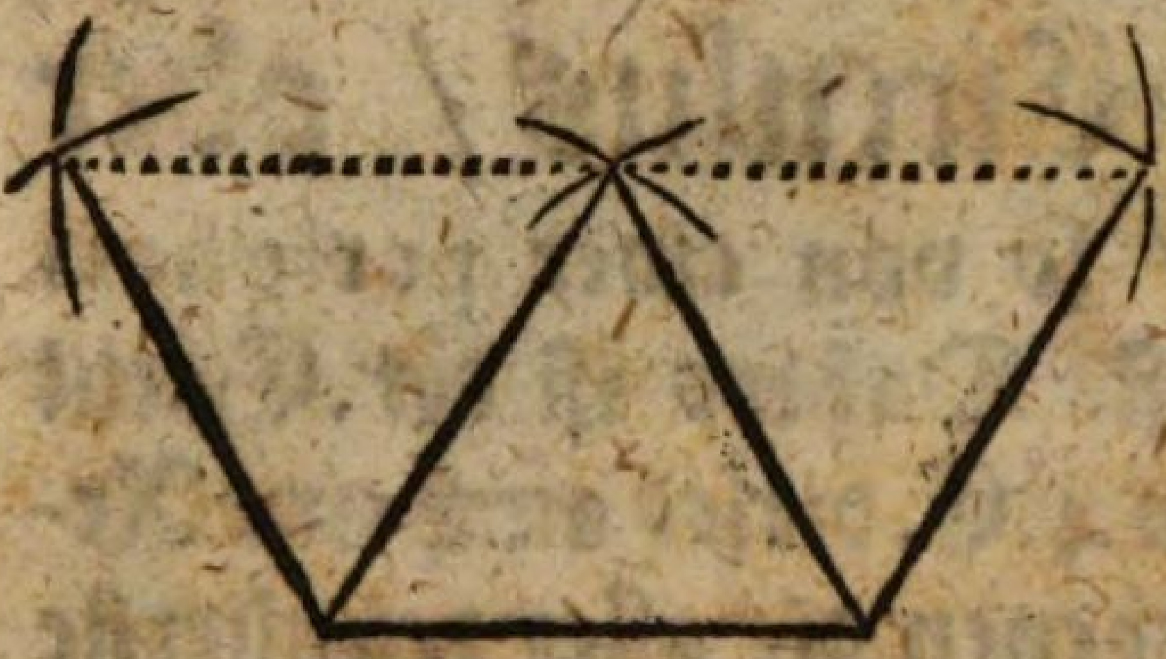
kleiner Stück einer nach dem 38. El. dieses zertheileten Geraden zum halben Theil des grössern Stücks in derselben. Dann aus dem Eck A oder B zum centro I auch einen radium gehen lassen/ als AI/ so die eingeschriebene Gerade BD im L in der Mitte zertheilet/ wegen gleicher Weite des Ecks A als des centri I vom B vnd D/ ist alsdann das Triangul AIK mit dem Triangul ABL wegen des gemeinen Winckels im A, vnd der rechten Winckel im K vnnd L von gleichen Winckeln/ vñ also nach dem 16. El. des 4. C. dieses. AI oder CI zu IK wie AB/ als das kleinere proportionirte Stück zu BL der Helffte vom grössern nach dem vorgehenden 43. Elem. Dahero dann nach dem angezogenen 4. Conſ. des 38. El. dieses das quadrat von der perpendicular aus dem Spitz CK fünffmal so gros ist als das quadrat von der andern perpendicular aus dem centro I/ nemlich von IK.



4. Wann 1 genommen wird vor das Quadrat einer Seiten/ als der basis AB/ so kömpt nach Operation der Irrationalzahlen vor das Quadrat der perpendicular aus dem Spitz CK $1\frac{1}{4} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ vnd vor das Quadrat der perpendicular aus dem centro IK $\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{20}}$. Dañ das quadrat jener perpendicular wird herfür gebracht/ durch Abziehung des quadrats AK/ so nach dem Conſect. des 26. Elem. dieses $\frac{1}{4}$ ist/ von dem quadrat der eingeschriebenen AC/ so nach dem 1. Conſ. des 38. Elem. dieses $1\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ ist/ vnd das quadrat dieser aus dem centro folgends durch diviſion des ersten mit fünff/ nach dem vorgehenden Conſect. Gnug von dem Regulier Fünffeck/ folget mit wenigen vom Sechseck/ als so seinen Grund hat aus dem Regulier Dreyeck oder dem gleichseitigen Trian-

angul/ vnd kan dahero nach vorgegebener Lenge einer Seiten also verfertiget werden.

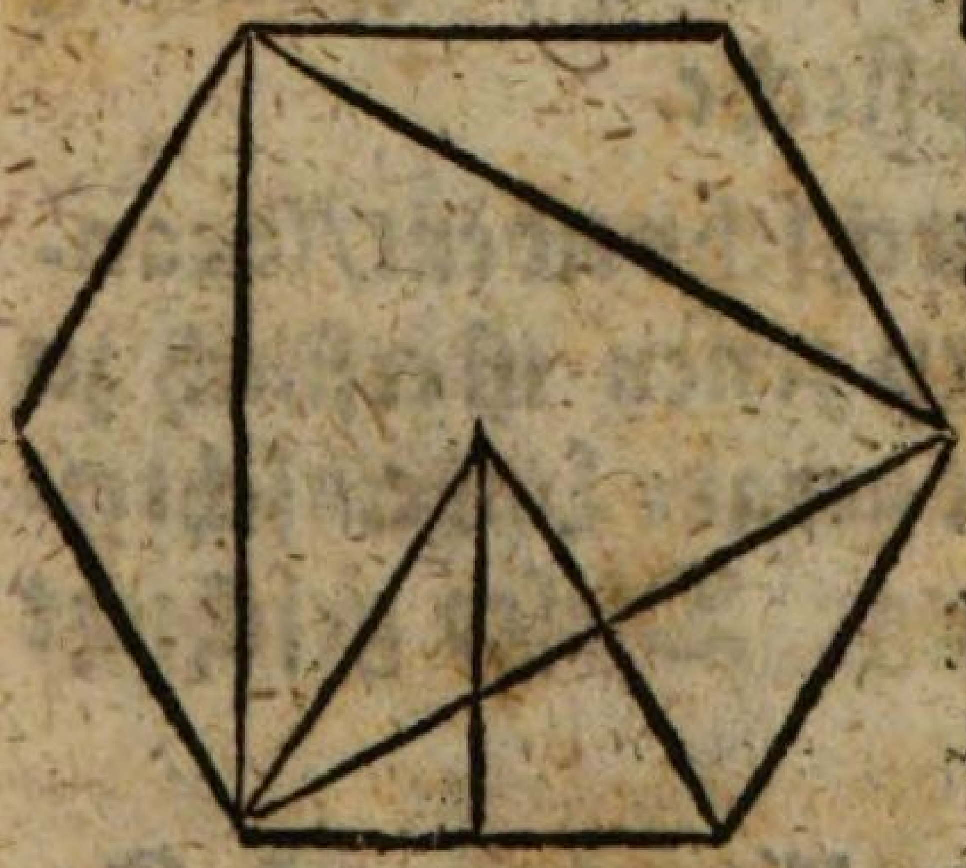
44. Mache aus vorgegebener Geraden als der base ein gleichseitig Triangul nach dem 31. Elem. des 4. Cap. dieses/ vnd setze nach demselben auff jede Seite an dem Spitz gleichfals eins/ so hastu das Regulier Sechseck halb.



Dann nach dem 32. El. des 4. C. dieses ist jeder Winckel in dem gleichseitigen Triangul $\frac{2}{3}$ von einem rechten; vnd also $\frac{2}{6}$ das ist $\frac{1}{3}$ von zweyen rechten. Dahero müssen die drey Winckel im gemeinen Spitz zwene rechte machen; vnd also die obere zwo Seiten eine gerade Lini/ nach dem Consect. des 13. Elem. des 3. C. dieses. Welche als ein Diameter das begehrte Sechseck in der mitte zertheilet/ wie die beygesetzte Figur vor Augen stelt. Daraus dann erscheinet

1. Wann aus dem Spitz eines Gleichseitigen Triangulus/ als aus einem centro nach einer Seiten Lenge eine blinde peripheri gezeichnet/ das in derselben solche Lenge sechsmal herumb gehet/ vnd also darnach leicht ein Regulier Sechseck zuordnen. Consect.

2. Das Quadrat einer Seiten im Regulier Sechseck ist vmb $\frac{1}{4}$ grösser als das Quadrat der perpendicular aus dem centro zur basi/ nach dem 27. Elem. dieses/ vnd ist $\frac{1}{3}$ des Quadrats der perpendicular von der ober Seiten zur vntern als zu der basi nach dem 2. Cons. desselben. Vnd so viel vom Triangulat mit Geraden Seiten/ folget von dem Circulo oder der Circularfleche.



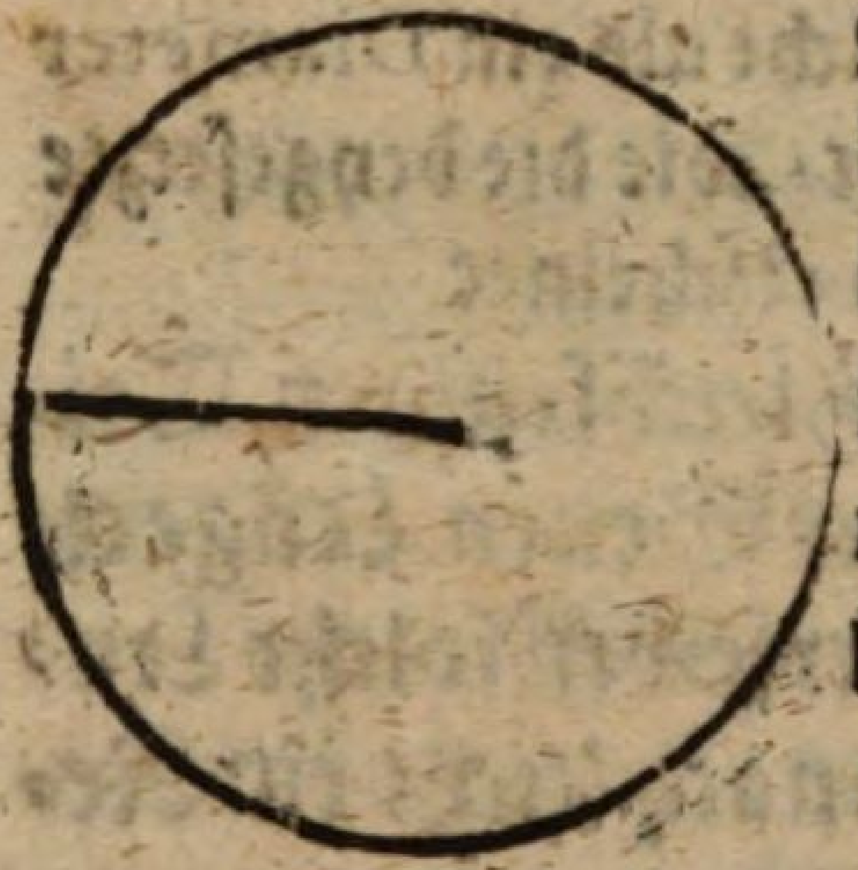
Das sechste Capitel

Von dem Circul/Circulo oder Circularfleche.

1.

Ein Circul/Circulus/oder Circularfleche ist/ so von einer peripheri gantz beschlossen ist. Dahero ist der Circul nach dem 4 El. des 4. C. dieses auch eine Regulierfigur/ ja vnter den Flachebenen die aller regulierste od perfecteste/ als so in allen Puncten der peripheri gantz gleich vnd gleichlich ist. Vnd hat mit der peripheri ein gemein Instrument den circinum od Circkel/doch wie dort im 9. El. der 2. Cap. ein Punct die peripheri zeichnet/ also allhier die Circularfleche eine Lini/bevorab eine gerade.

Consect.

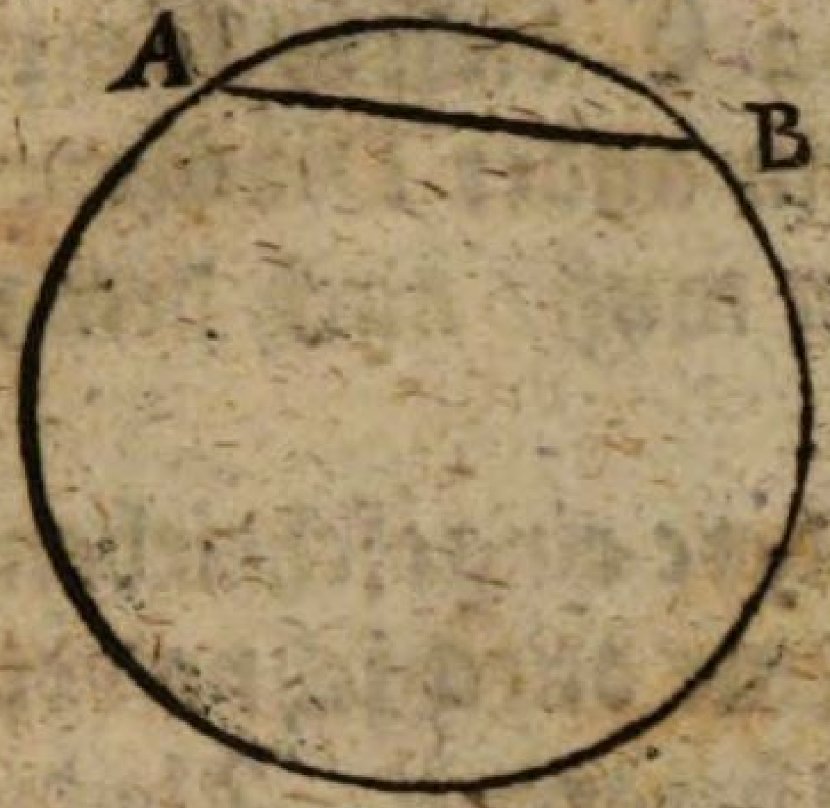


2. Der Circul oder die Circularfleche wird erstlich vor oder an sich selbst betrachtet; da dann vorkommen gerade Linien/ theile der peripheri/ vnd theile der Flechen; hernach in Haltung derselben gegen einer andern Circularfleche.

3. Die geraden Linien sind Durchschneident/secantes/oder Anrührent/tangentes. Bey jenen ist erstlich zu wissen/wie man einem Circul soll eine gerade Lini einschreiben/ vnd zwar mit oder ohn Beding. Dieses geschicht also.

4. Nim in der peripheri zwene Puncten nach Gefallen/

fallen/ als A vnd B/ vnd zeuch von einem zum andern eine gerade Lini/ als AB/ so ist geschehen was begehret. Vnd



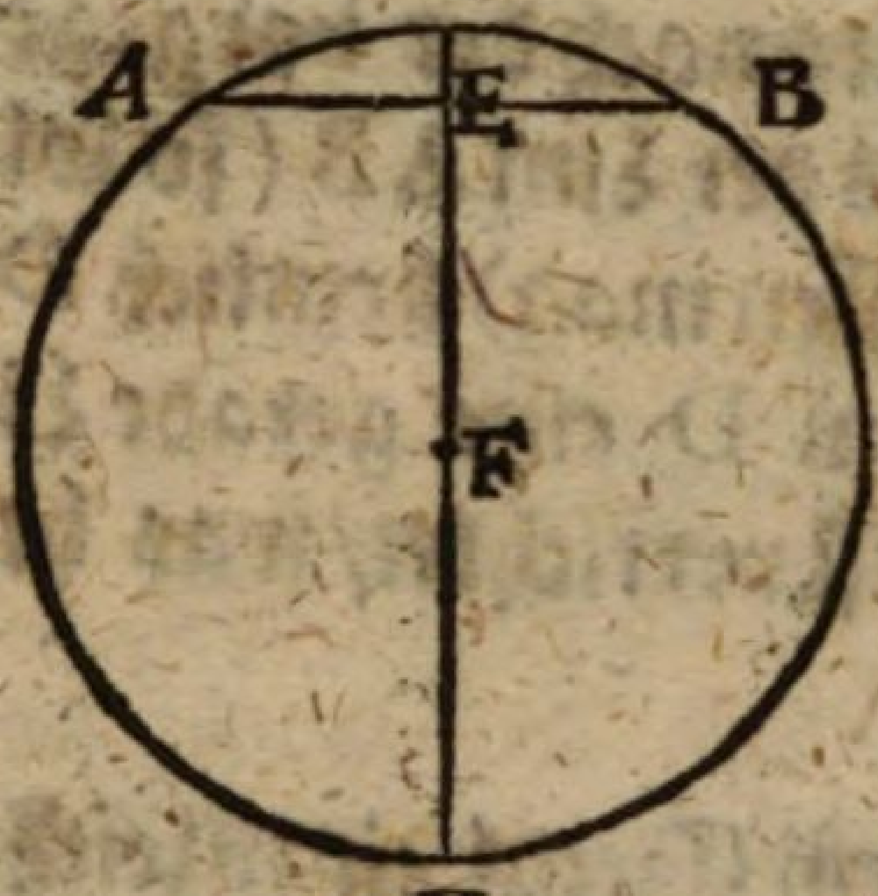
wird solch gerade genandt Inscripta, subtensa oder chorda. Mit Beding wird dem Circul eine Gerade eingeschrieben von gewisser Lenge; Oder das solche denselben gleich zertheile. Jenes wird also verrichtet.

5. Man nimmet in der peripheri ein Punct als C/ vnd zeichnet aus demselben in der peripheri ein anders nach der vorgegebenen Lenge/ als der Lini AB (so solche der Circul fassen mag) nemlich D, dann vom C zum D eine gerade Lini gezogen CD/ ist verrichtet/ was begehret worden.

6. Ein solche Gerade aber dem Circul einzuzeichnen/ so denselben gleich in der Mitten zertheilet/ erfordert fürnemlich das centrum oder Mittelpunct desselben. Dann jede dadurch streichende Gerade/ als der Diameter/ theilet nach dem. 2. Cons. des 9. Elem. im 2. C. dieses die peripheri gleich halb/ vnd also auch den Circul. Da aber das centrum nicht vor Augen/ wird auff die peripheri nach dem 23. Elem. desselben eine perpendicular gestellet/ so dann nach dem 4. Cons. des 21. Elem. desselben 2. C. durch das centrum streichen muß/ da sie der Gebühr nach fortgeführet wird/

vnd also den Circul gleich zertheilen. Vnd da nun solche eingeschriebene Gerade oder Diameter in der Mitten zertheilet wird nach dem 24. Elem. des 2. C. dieses / kömpt das centrum herfür; welches auch ein ander Diameter im Durchschnidt mit jenem dargeben muß / nach dem 3. Consect. des 2. El. des 4. C. dieses.

7. Wann ein Diameter eine andere eingeschriebene Gerade / so kein Diameter ist / in der Mitte durchschneidet / so geschicht solches Winckelrecht / vnd hergegen. Als die eingezeichnete Gerade AB wird vom Diameter CD gleich in der Mitte im E zertheilet. Dahero geschicht solches Winckelrecht.



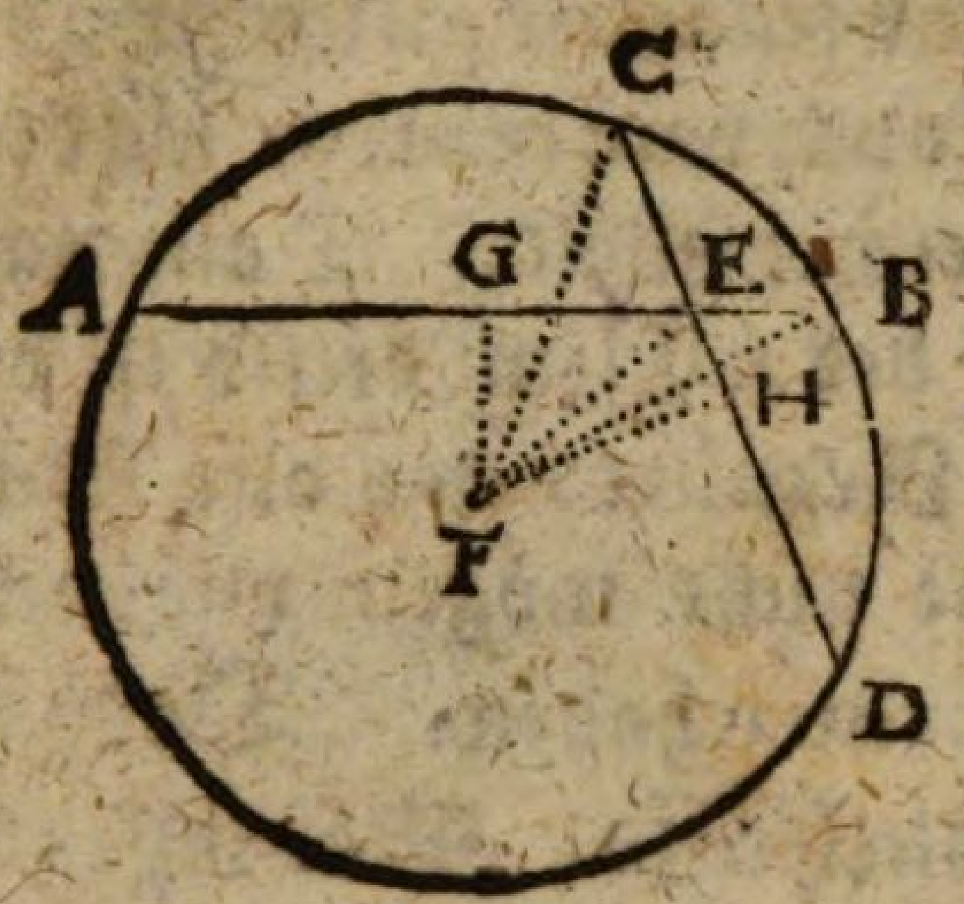
Dann weil der Diameter CD im Punct E als auch im centro F vnd folgends allen andern Puncten / von A vnd B gleiche Weit abstehet / so ist er nach dem 22. Elem. des 2. C. dieses / auff AB perpendicular / vnd verursachet also im E beyderseits rechte Winckel nach dem 8. El. des 3. C. dieses.

8. Wann zwo eingeschriebene gerade Linien sich ausser dem centro durchschneiden / so seyn die Stück derselben vntereinander vngleich / alldieweil solche im centro allein sich gleichen.

9. Wann zwo eingeschriebene gerade Linien sich durch oder vnterschneiden / so seyn die Rechtwincklichten Parallelogrammen / von den Stücken derselben einander gleich. Solcher Durchschnidt geschicht im centro oder ausser demselben. Im centro sind die Stück oder Theil alle gleich / vnd also auch die darnach gemachte Rechtwincklichte Parallelogrammen. Ausser dem centro aber

da

da der Durchschnidt geschicht/ wie die Geraden AB vnd CD vorstellen/ ist der Beweis damit also. Man lasse aus dem centro als dẽ Punct F zum B/C vnd E blinde Linien/ vnd dañ



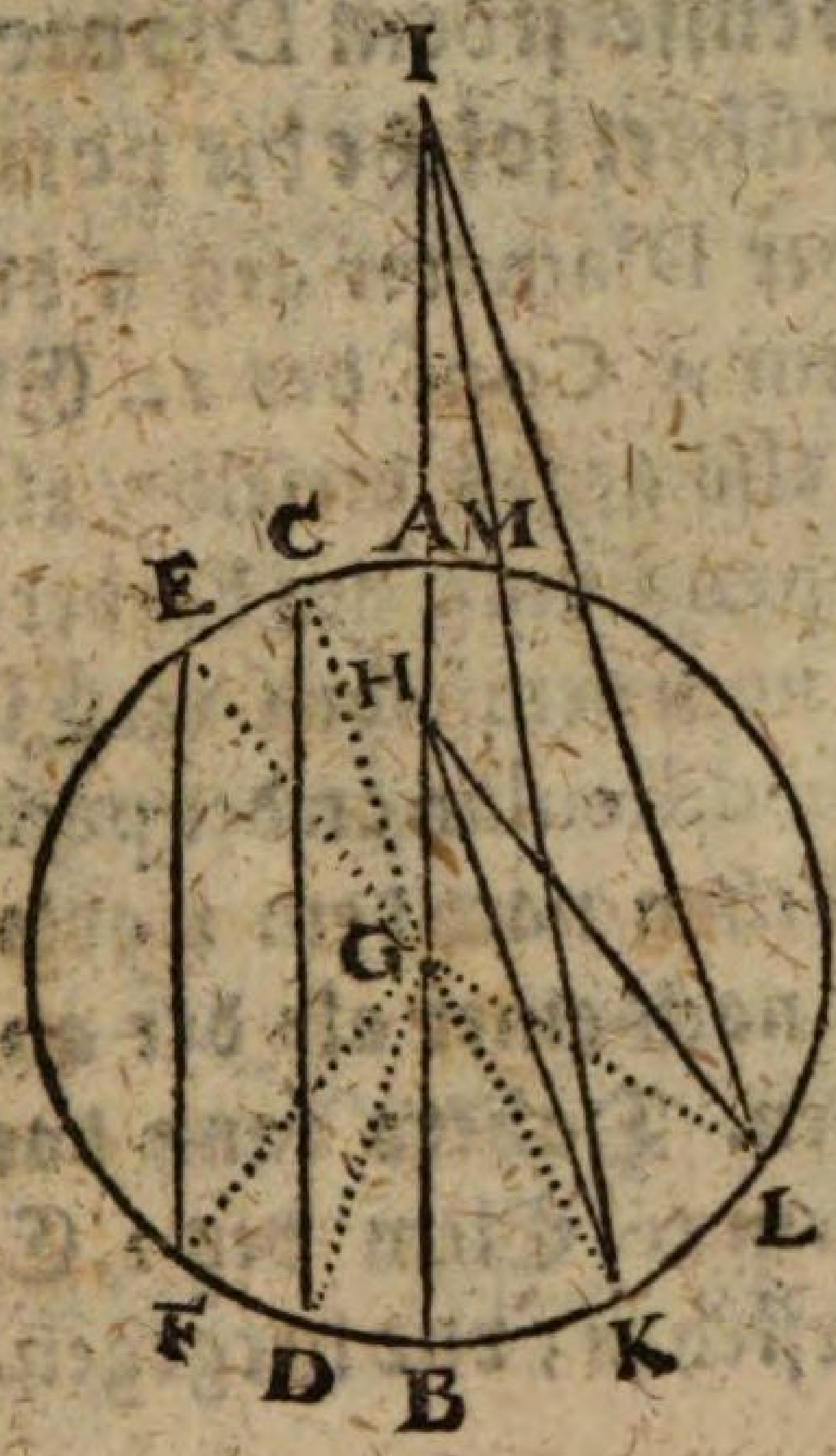
auff AB vnd CD perpendicularlinien FG/FH/ so dieselben nach dem 7. Elem. dieses in der Mitte zertheilen. Dahero weil also jede eingeschriebene in der Mitten vnd sonsten im Punct E zertheilet/ so ist das Oblongum von AE vnd BE zusampt dem quadrat von GE gleich dem quadrat von der Helffte AB, als AG oder BG nach dẽ 36. El. des 5. C. dieses/ vnd folgents da beyderseits das quadrat der perpendicular FG hinzu gethan wird/ solch Oblongum mit den quadraten von GE vnd FG/ das ist mit dem quadrat von FE, als so nach dem 24. Elem. des 5. Cap. dieses so viel thut als jene beyde/ gleich den quadraten von BG vnd FG/ das ist/ nach jetzgedachten 24. Elem. dem quadrat des radii BF. Gleichen Beweis hat es auch mit dem Oblongo von CE vnd DE/ das solches mit Zuthun des quadrats von FE sich gleiche mit dem quadrat des radii CF. Derowegen/ wañ das gemeine quadrat von FE beyderseits weggethan wird/ bleiben nach dem 4. axiom. gleich von gleichen vbrig/ als die Oblonga von den Stücken oder Theilen AE vnd BE, CE vnd DE der eingeschriebenen Geraden AB vnd CD. Dahero/ wann aus einem Punct der peripheri auff einem Diameter eine perpendicular nidergelassen wird/ so ist derselben/ als nach dem vorgehenden 7. Elem. gleich halben Theil der gantzen eingeschriebenen/ Quadrat gleich dem Oblongo von den Stücken des Diameters zwischen solcher perpendicular; vnd also auch dieselbe zwischen den Stücken des Diameters mitten in proportion/ vnd hergegen/ nach dem 22. Elem. des 5. C. dieses. Welches auch aus dem 3. Conf. des 42. El. des 4. C. dieses zuverstehen. Consect.

10. Wann

10. Wann zwo oder mehr eingeschriebene gerade Linien seyn einander gleich/ so stehen sie auch vom centro gleiche Weit ab/ vnd hergegen. Als die in dem Circul AEIO eingeschriebne Geraden AE vnd IO sind einander gleich. Dahero so stehen sie auch vom centro/ als dem Punct V in gleicher Weite. Dann nach dem Consect des 1. Elem. dieses ist der Circul gantz Regulier/ das also solche eingeschriebene nicht mögen vngleiche Weiten vom centro haben. Doch ist der Beweis auch also. Man lasse aus dem centro V zu den Puncten A, E, I vnd O, blinde radien / so werden daraus zwey vntereinander gleichseitige Triangul AEV vnd IOV/ welche dann nach dem 19. Elem. des 4. C. dieses einander in allen Stücken gleich seyn/ vnd also auch nach den perpendicularen vom centro V auff AE vnd IO als auff die bases fallend. Dann nach solchen wird die Weite des centri V von den eingeschriebenen Geraden AE vnd IO verstanden.

11. Vnter allen eingeschriebenen geraden Parallelen oder andern/ so zu einem Punct in oder ausser dem Circul zielen/ ist die am grösten so durch desselben centrum gehet/ vnd je näher eine derselben oder dem centro/ je grösser solche ist/ also daß vnter den zusammen kommenden die allerkürtzste sey die Differents zwischen dem Diameter vnd der Lengsten; vnd mag jeder derselben auff einer Seiten nicht mehr dann eine nach der ander Seiten in gleicher Lenge vnd gleichlichem Stande seyn. Ob schon hiervon das 2. Consect. des 9. Elem. im 2. Cap. dieses in etwas Beweis führet/ wollen wir doch kürtzlich mit dem gantzen Beweis durchgehen. Vnd was das erste anlanget/ daß die Gerade/ so durch das centrum gehet/ die gröste sey/ als der Dia-

Diameter AB vnter den eingeschriebenen Parallelen; BH vnter denen so zum Punct H führen/ vnd BI vnter denen/ so ausser zum I streichen/ erscheinet aus dem/ das jede andere mit deren Stücken Triangul dargeben; vnd also nach dem 12. El. des 4. C. dieses kleiner dann solche zusammen/ das ist kleiner als dz gantze. Also ist CD kleiner als CG vnd DG zusammen/ das ist als AB; vnd HK kleiner als HG vnd GK zusamen/ das ist als BH; vnd IK kleiner als IG vnd GK zusammen/ das ist als BI. Hergegen das vnter denen/ so zum Punct H gehen/ die kürtzste sey AH/ als die Differents zwischen dem Diameter AB vnnd der lengsten BH/ vnd vnter denen so auch nur vom I zur eussern peripheri gelangen/ die kürtzste sey AI als die Differents zwischen demselben Diameter AB vnd der lengsten BI hat gleichen Grund.

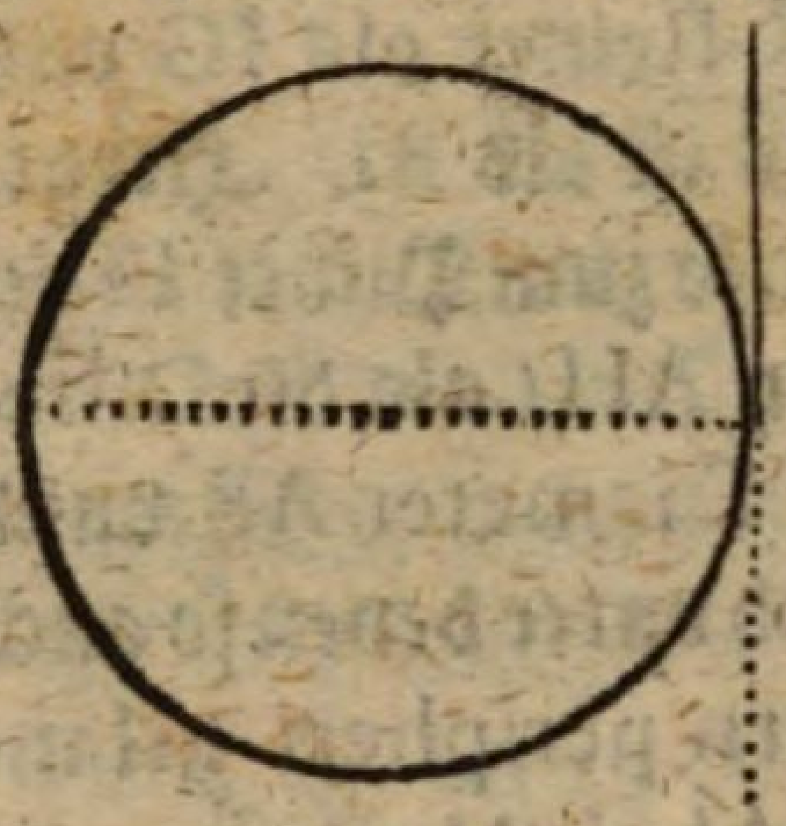


Dann auff keinem Theil eine kürtzere seyn mag. Dann weil GM/ vnd also auch AG kleiner ist dann GH vnd HM zusammen/ nach dem 12. Elem. des 4. C. dieses/ so muß nach Abziehung GH von beyden Theilen/ AH als der Rest von AG vngleich seyn denn HM/ nach dem 6. axiom. vnd also auch kleiner als HM/ weil AG kleiner als GH vnd HM zusammen. Eben also weil GI kleiner ist als GM vnd MI zusammen/ nach demselben 12. Elem. muß nach Abziehung beyderseits des Diameters/ AI kleiner seyn dann MI. Vnd so verstehe auch von jeder andern so dort zum H vnd hier zum I von der eussern peripheri gelangen. Das aber die nähere der grösten grösser sey dann die so weiter davon/ als das CD grösser sey denn EF, HK grösser dann HL/ vnd IK grösser dann IL/ ist aus dem 23. Elem. des 3. C. dieses am ehesten zuvernehmen. Dann CD gibt im centro G einen grössern Winckel als EF, HK einen grössern als HL/ vnd IK einen grössern als IL.

Letzlichen/ wie nach einer Seiten des Diameters nicht zwo

gleiche Linien im gleichlichen Stand/ als so entweder Parallel/ oder zu einem Punct gehen/ seyn können/ weil allzeit die nähere dem Diametro grösser dann die/ so weiter davon; also auch nach der ander Seiten.

12. Wann eine gerade Lini zu eusserst dem Diameter des Circuls perpendicular ist/ so rühret solche die peripheri; vnd hergegen. Dann weil der Diameter gegen die peripheri auch perpendicular ist/ nach dem 4. Cons. des 22. El. im 2. C. dieses/ vnd also gegen dieselbe/ als gegen die gerade perpendicularlini beyderseits gleich insteher/ nach demselben 22. El. muß die gerade perpendicular an der peripheri auch gleich anstehen/ nach dem 2. axio. vnd also nicht mehr nach einer als der ander Seiten sich nahen. Dahero dann das Anrühren/ so nach dem 20. Elem des 2. C. dieses nur in einem Punct geschicht/ zuverstehen; vnd hergegen.



Hieraus folget.

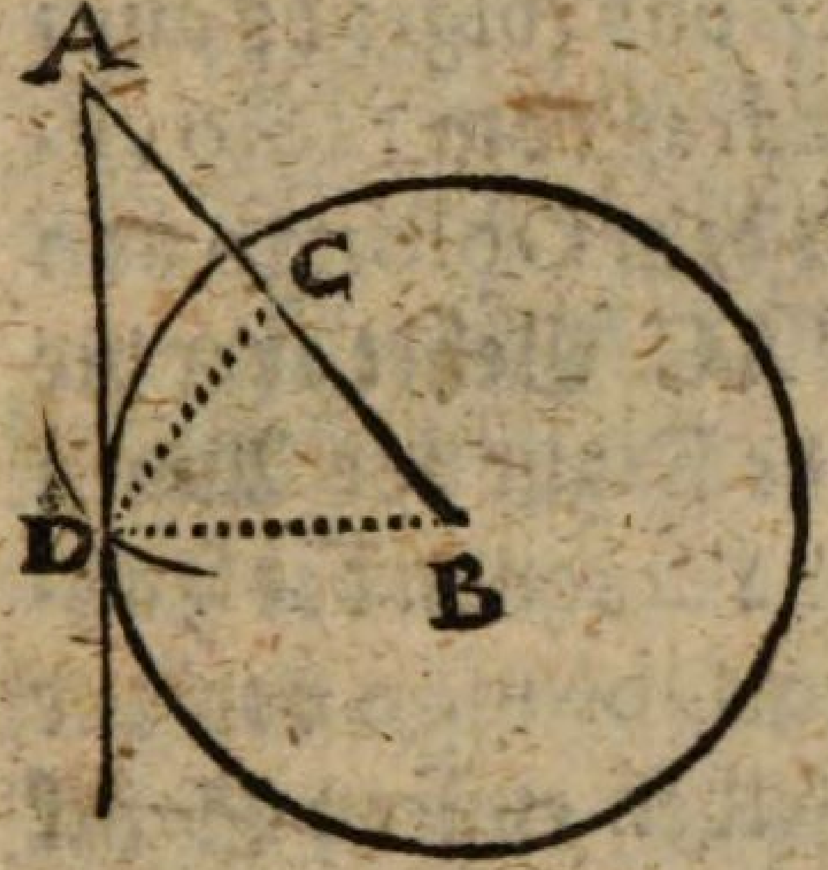
Consect. 1. Wann eine gerade Lini trifft das centrum vnd den Punct des Anrührens/ punctum contactus, so ist dieselbe auff die Tangentlini perpendicular/ vnnd hergegen.

2. Die Tangentlini ist in einem Punct eintzig vnd allein/ nach dem 1. Cons. des 22. El. des 2. C. dieses.

3. Der Winckel des Anrührens/ angulus contactus, als so die peripheri mit der Tangentlini machet/ ist kleiner als jeder scharffer. Sonst wer die Tangentlini nicht eintzig vnd allein nach dem vorgehenden 2. Cons.

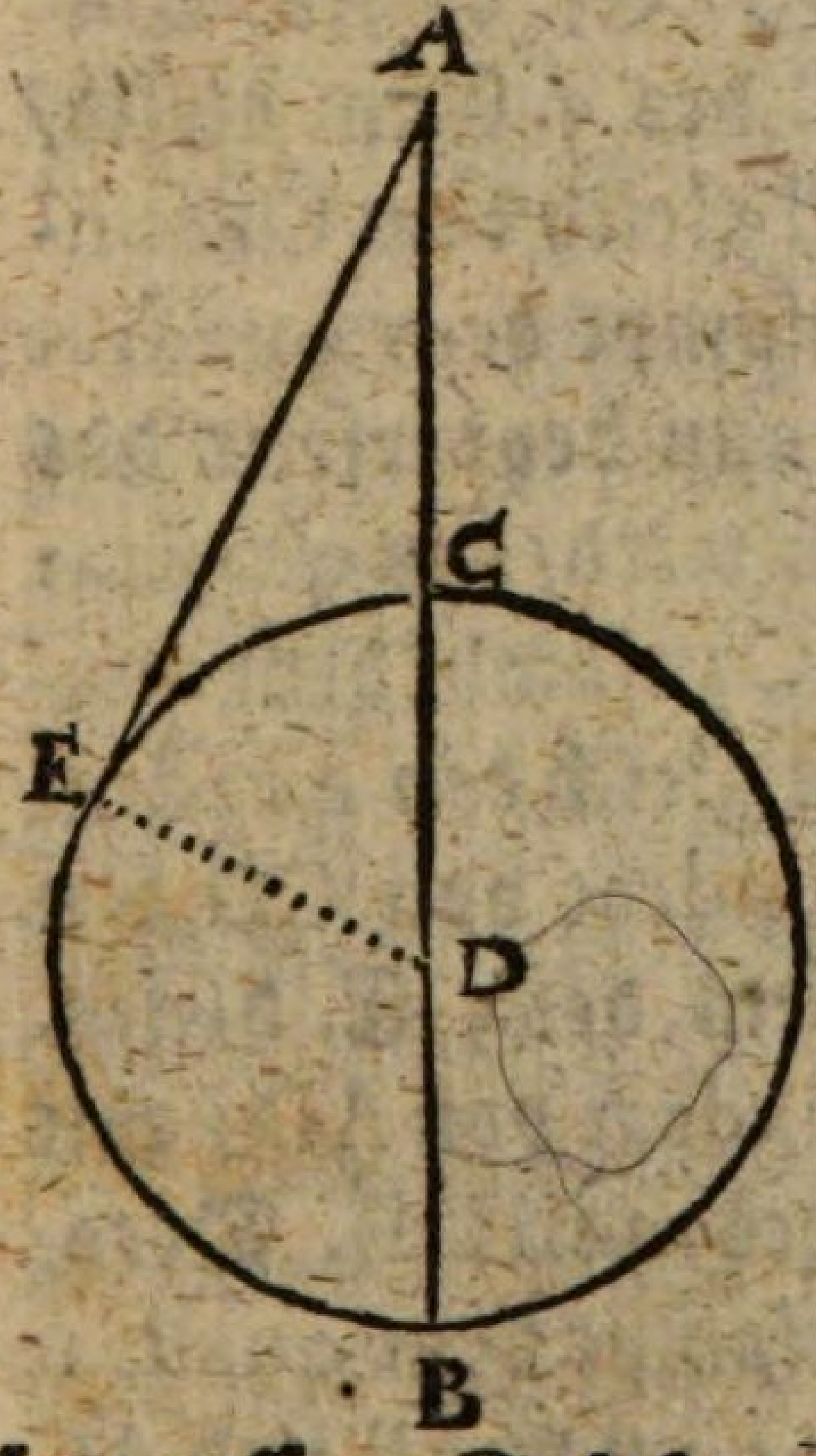
13. Wann die Gerade vom centro zum Punct ausser dem Circul vorgegeben in der Mitten zertheilet wird/ vnd dann daraus in der Weite des halben Theils ein Punct in der peripheri gezeichnet/ thut die Gerade vom vorgegebenen

benen Punct zu demselben den Circul rühren. Als aus dem Punct A soll an den Circul / dessen centrum das Punct B / eine gerade Tagentlini geführet werden. Derowegen die Gerade vom A zum B in der Mitte im C nach dem 24. El. des 2. C. dieses zertheilet / vnd dann aus dem C in der weite solches halben Theils / als AC oder BC / in der peripheri das Punct D gezeichnet / thut die Gerade vom A zum D verrichten / was begehret. Dann vom



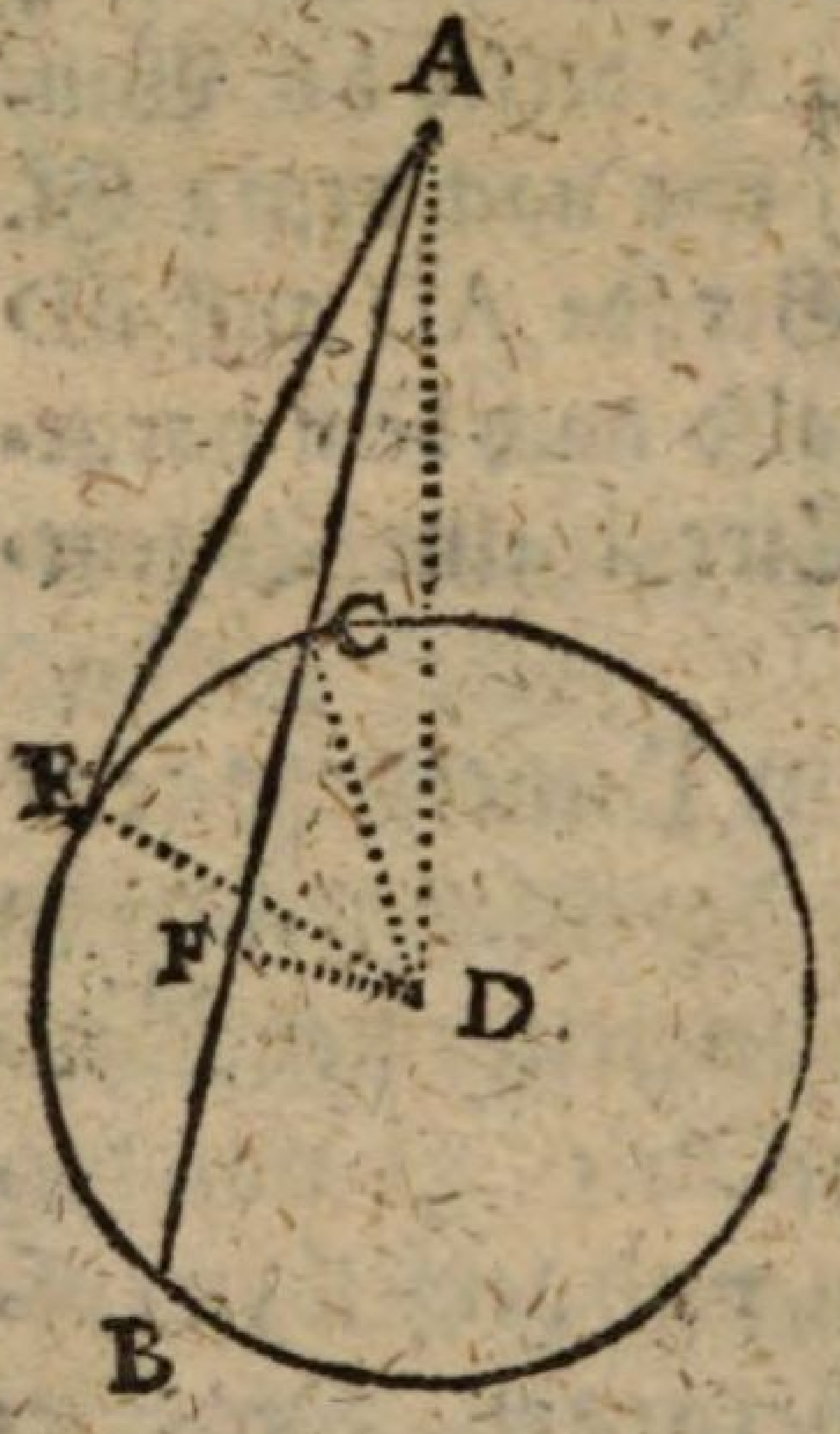
centro B zu dem D eine blinde Lini oder radium geführet BD / wird ein Triangul als ABD / darin vom Spitz D zum C die Gerade CD sich gleichet mit AC oder BC als halber base von AB. Dahero ist nach dem 41 Elem. des 4. C. dieses der Winckel im D ein rechter / vnd nach dem 8. El. des 3. C. dieses die Gerade AD auff BD perpendicular vnd also nach dem vorgehenden 11. Elem. an dem vorgestelten Circul eine Tagentlini.

14. Wann zwo gerade aus einem Punct gezogen / eine so den Circul rühret / die ander aber durchschneidet / so



ist das Quadrat von jener der Tangentlini gleich dem Oblongo von dieser der Secantlini / vnd derselben eussern Stück; vnd hergegen. Die Secantlini trifft entweder das centrum oder nicht. Trifft solche das centrum / als da erstlich thut die Gerade AB / so ist der Beweis in etwas leichter als wann dieselbe das centrum vorbey gehet. Dann nach dem 37. Elem. des 5. C. dieses ist das quadrat von AD gleich dem Oblongo aus AB der Secantlini / vnd AC derselben eussern Stück / zusampt dem quadrat vom radio oder halben

Diameter CD/ vnd nach dem 24. Elem. desselben ist das quadrat von AD auch gleich den zweyen quadraten zusammen von der Tangentlini AE vnd dem radio DE. Dann der Winckel im E ist ein rechter nach dem vorgehenden 12. Elem. vnd 8. El. des 3. C. dieses; vnnd also das Triangul ADE ein Rechtwincklichtes/ nach dem 37. El. des 4. C dieses. Dahero nach dem 2. axi. thun die quadraten von AE vñ DE sich gleichē mit dem Oblongo von AB vnd AC/ zusampt dem quadrat vom radio CD/ vnd folgends auch nach dem 4. axiom. wann beyderseits das quadrat vom radio abgezogen/ das quadrat der Tangentlini AE mit dem Oblongo von der Secantlini AB vñ derselbē eussern Stück AC. Gehet aber die Secantlini das centrum vorbey/ wie folgende Figur vor Augen



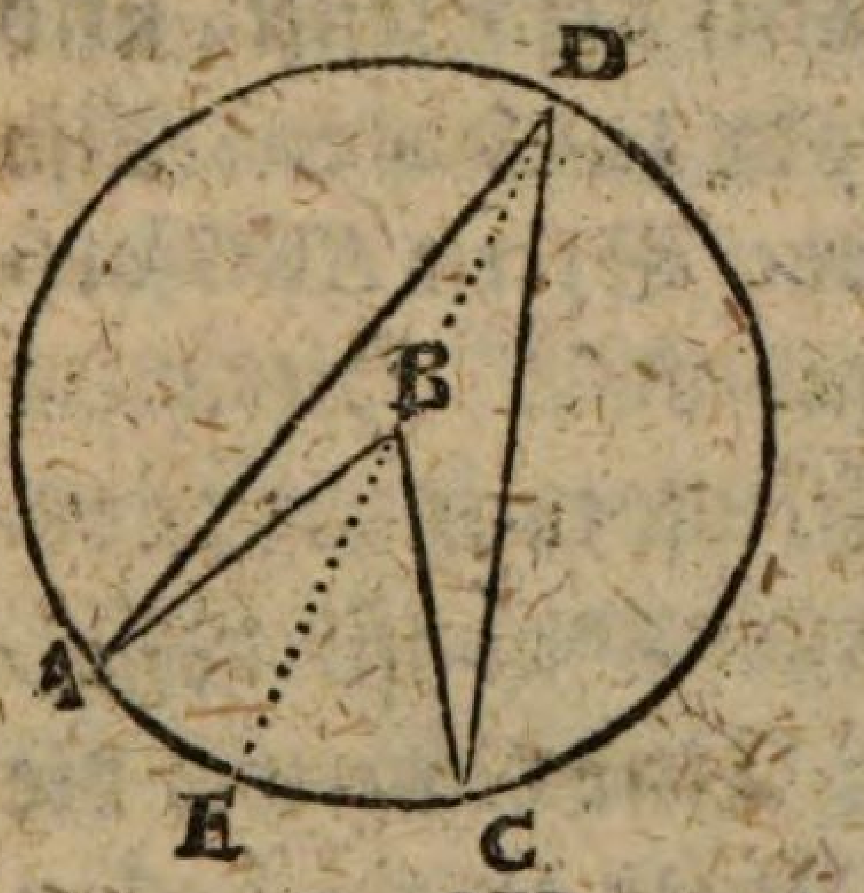
stelt/ so ist doch das quadrat von der Tangente als AE/ gleich dem Oblongo von der Secante AB vnd derselben eussern Stück AC. Dann aus dem centro D zum Punct A/ C vnd E blinde Linien geführet AD, CD vnd DE; vnd auff AB auch aus demselben eine perpendicular fallen lassen DF/ theilet solche das innere Theil oder Stück BC in der Mitte nach dem 7. El. dieses. Dahero nach dem 37. El. des 5. Cap. dieses/ das quadrat von AF ist gleich dem Oblongo von AB vnd AC zusampt dem quadrat von CF/ vnd also/ wann beyderseits das quadrat der perpendicular DF hinzugethan wird/ das quadrat von AD/ gleich dem Oblongo von AB vnd AC zusampt dem quadrat von CD. Dann das quadrat von AD ist gleich den quadraten von AF vnd DF zusammen/ vnd das quadrat von CD den quadraten von CF vnd DF/ nach dem 24. Elem. des 5. C. dieses. So gleichen sich auch nach demselben das quadrat von AD/ mit den quadraten als der Tangentlini AE vnd des radii DE. Derowegen das quadrat von der Tangente AE zusampt dem quadrat vom radio DE sich gleichet mit dem Oblongo von AB vnd AC

zusampt

zusampt dem quadrat vom radio CD/ vnd also da beyderseits das quadrat vom radio weggethan wird/ das quadrat von der Tangente AE mit dem Oblongo von der Secante AB vnd derselben eussern Stück AC. Hieraus folget:

Die Oblonga von jeder Secantlini aus eine Punct vnd derselben eussern Stück seyn einander gleich nach dem 2. axiom. Dann jedes gleichet sich mit dem Quadrat der Tangentlini aus demselben Punct. Hierauff folgen die Theiler vnd Abschnidt des Circuls. Consect.

15. Ein Theiler/ Sector/ ist ein Stück vom Circul/ so desselben peripheri mit zwey geraden Linien/ welche im centro oder in der peripheri einen Winckel machen/ in sich begreifft. Vnd wird solcher Winckel daher ein Winckel des Theilers im centro/ oder ein Winckel des Theilers in der peripheri genennet. Vnd hat der Theiler oder Sector zur base die peripheri. Also sind allhier Theiler oder Sectores ABC vnd ADC/ jener machet im centro/ dieser in der peripheri einen Winckel/ vnd haben zur gemeinen base die peripheri AC.



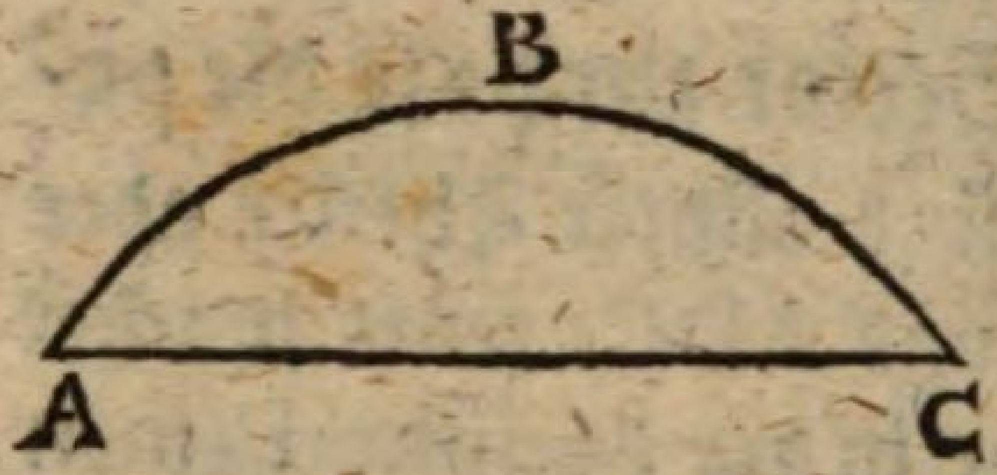
16. Wann der Theiler im centro hat mit dem andern in der peripheri eine gemeine oder gleiche basen, so ist jenes Winckel noch so gros als dieses/ vnd hergegen. Als in vorgesetzter Figur haben die Theiler oder Sectores ABC vnd ADC/ zur gemeinen base die peripheri AC. Dahero jenes Winckel noch so gros ist als dieses. Dann aus dem D einen blinden Diameter geführet/ DE/ so ist der Winckel ABE/ als der eussere gleich den zweyen innern/ im A vnd D des Trianguls ABD/ nach dem 18. Elem. des 4. Cap. diests. Solche innere aber gleichen sich wegen Gleichheit der entgegenstehenden Seiten/ als AB vnd BD nach dem 34. Elem. des 4. C. dieses: Dahero dann

gedachter eussere ABE noch so gros als derselben einer ist; vnd also noch so gros als der im D/ das ist/ als ADE ist. Also ist der Beweis auch vom Winckel CBE/ daß er noch so gros sey als CDE. Dahero dann solches vom gantzen Winckel ABC gegen dem gantzen ADC folget/ daß er noch so gros sey. Daraus erscheinet.

Consect. 1. Wie die Winckel im centro sich halten nach den basen/ wegen Gleichheit der Schenckeln/ also auch die in der peripheri. Weil auff jeder gemeiner oder gleicher base der Winckel im centro noch so gros ist als der Winckel in der peripheri nach diesem 16. Elem.

2. Wann der Winckel des Theilers in der peripheri sich gleichet mit dem Winckel im centro/ so hat er noch so eine grosse basin als dieser; vnd hergegen.

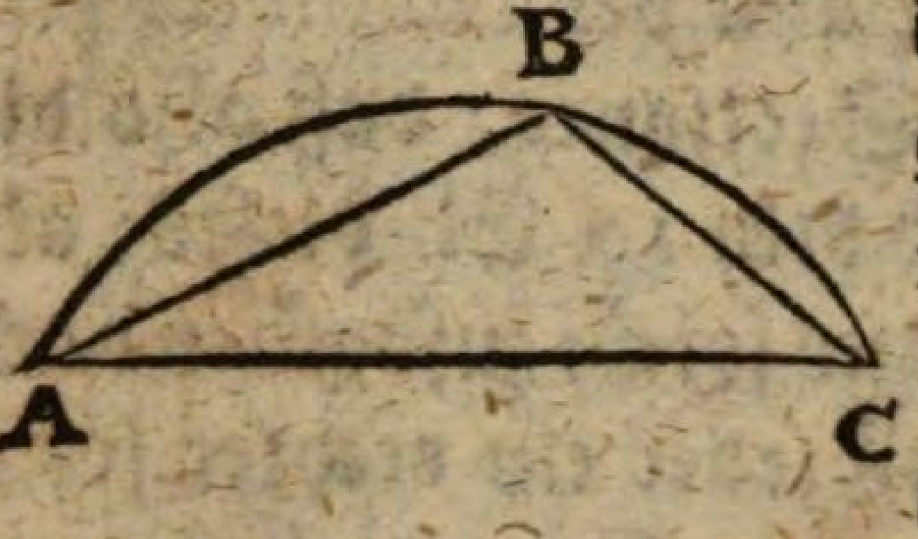
17. Ein Abschnit/ Sectio/ ist ein Stück vom Circul/ so die peripheri mit einer geraden Lini beschleust; vnd hat solche Gerade zur base. Also ist ein Abschnidt oder Sectio ABC/ dessen basis die Gerade AC. Hier wird



erfordert erstlich/ wie man jede vorgegebene Section oder Abschnidt ergentzen/ das ist/ desselben gantzen Circul herfür bringen soll; Vnd dann wie die peripheri der Section gleich in der Mitte zu zertheilen sey; Jenes ist leicht zuverrichten/ wann nach dem so im 6. Elem. dieses zu finden/ das centrum herfür gebracht wird. Dieses aber ist aus dem 24. Elem des 2. C. dieses zu nehmen. Hernach ist auff den Vnterscheid zwischen dem Winckel in einer Section/ vnd dem Winckel der Section zu sehen.

18. Der Winckel in einer Section ist/ so von zweyen geraden Linien aus den Endungen der basis in der peripheri beschlossen wird. Der Winckel aber der Section oder

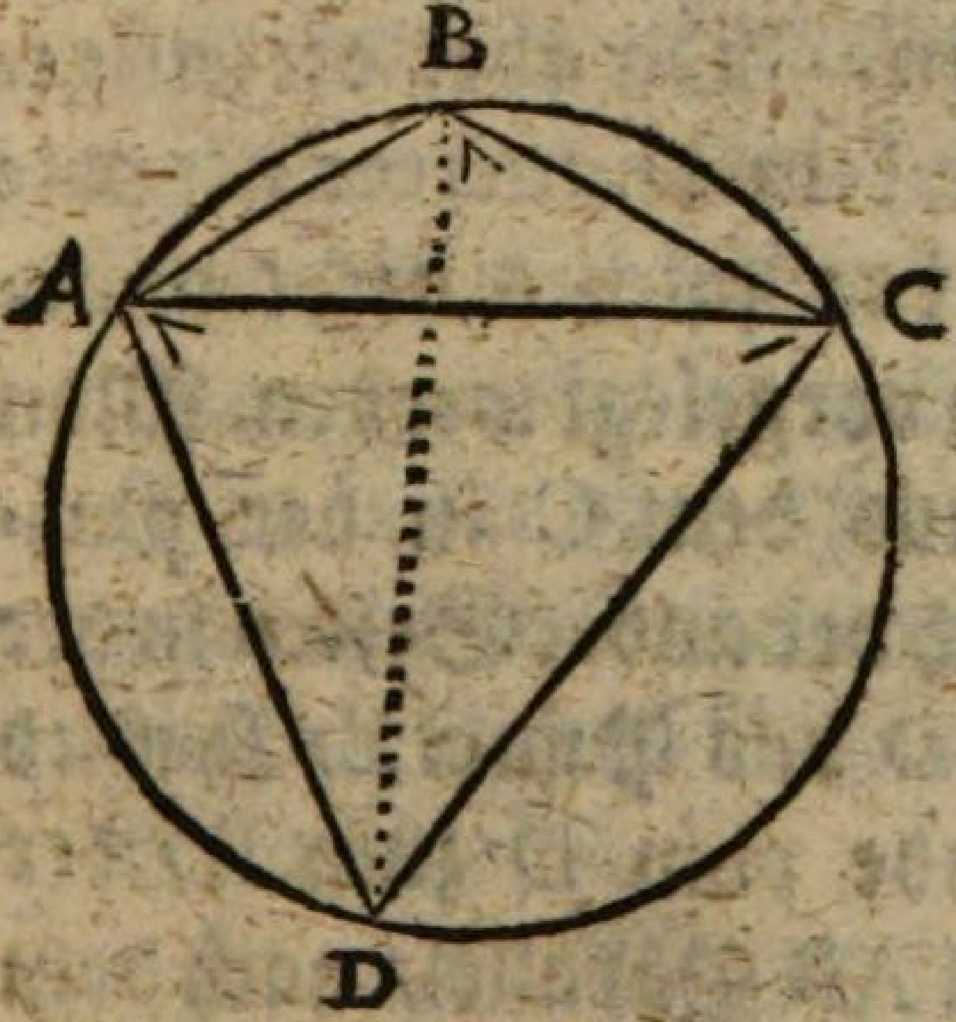
oder des Abschnidts ist/ so die basis mit der peripheri dargibt oder beschleust. Jener ist von einerley Artschenckeln/ als von Geraden/ dieser aber von zweyerley/ als einem Geraden vnd einem Circularen. Also wird der Winckel im B/ so



die Geraden AB vnd BC/ aus den Endungen der basis zum Punct B in der peripheri geführet/ beschliessen/ ein Winckel in der Section oder in dem Abschnidt genennet/ der Winckel aber im A oder C so die basis AC mit der peripheri machet/ ein Winckel der Section oder des Abschnidts.

19. **Die Winckel in einer Section sind einander gleich/ vnd hergegen.** Dann solche seyn gleichsam Winckel der Theiler oder Sectoren in der peripheri; deren jeder/ wegen gemeiner basis sich gleichet mit dem halben Winckel des Theilers nach dem 16. Elem. dieses Dahero dann nach dem 7. axiom. sich gleichen.

20. **Wann ein Circul von einer geraden Lini in zwey Stück oder Sectiones ohngefehr zerschnitten wird/ so sind die Winckel in denselben zusammen gleich zweyen rechten.** Als die eingeschriebene gerade AC machet zwo Sectiones oder Abschnidt ABC vnd ADC.



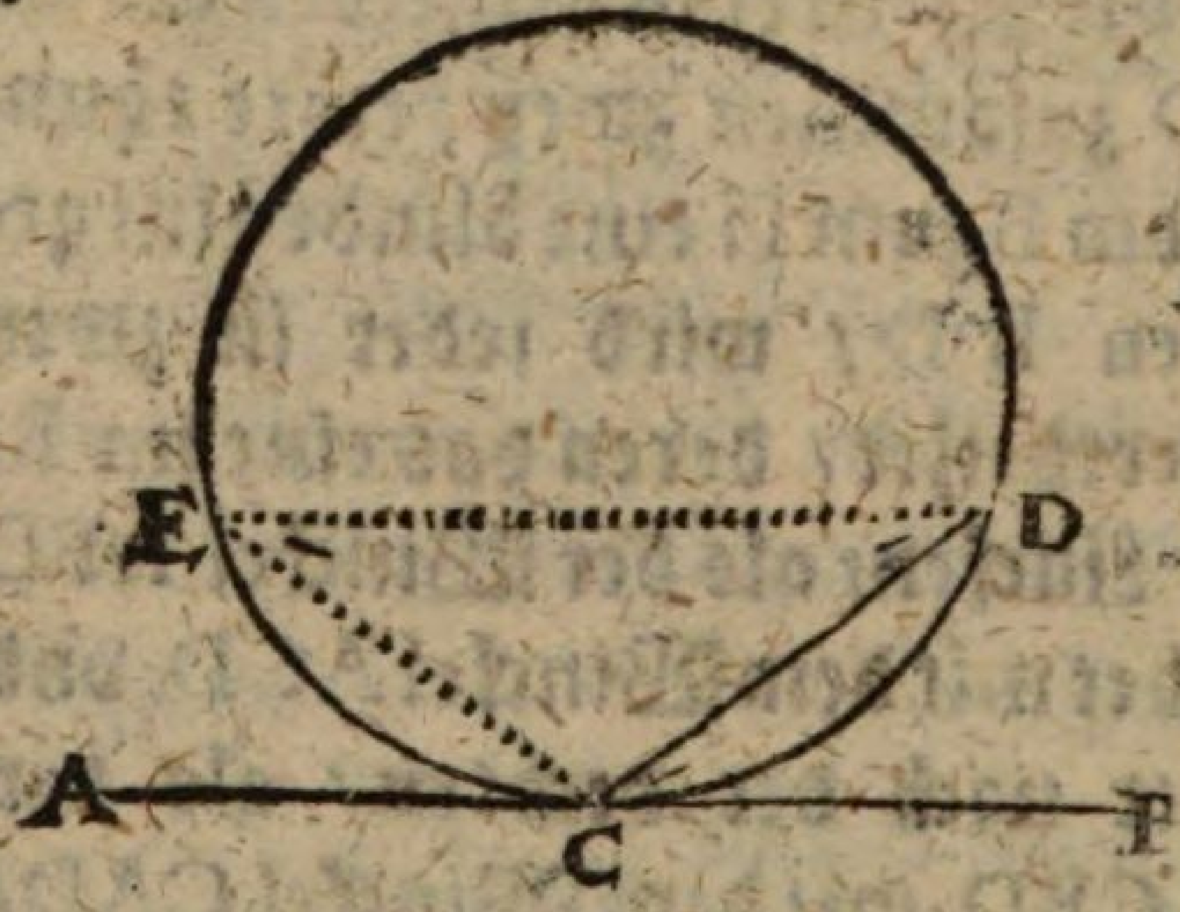
Dahero die Winckel in denselben als im B vnd D zusammen zwen rechte thun. Dann vom B zum D eine blinde Lini gehen lassen BD/ wird jeder in zwey Stück zertheilet/ deren das eine im B/ nach der Lincken/ als der Winckel ABD sich gleichet mit dem Winckel ACD/ vnd das ander nach der rechten/ als der Winckel CBD/ mit dem Winckel CAD/ nach dem vorgehenden 19. Elem. Vnd also der gantze Winckel im B mit den beyden Winckeln im A vnd C des Triangul ACD.

Nun

Nun thun solche mit dem dritten im D nach dem 16. El. des 4. C. dieses zwen rechte; Derowegen der Winckel im B mit dem im D auch zwen rechte thun muß/ nach dem 2. ax. Hieraus folget.

Consect. Wañ die eingeschriebene Gerade ein Diameter ist/ so ist beyderseits ein rechter Winckel. Dann der Diameter zertheilet den Circul in zwo gantz gleiche Sectiones; daß also die Winckel in denselben sich gleichen/ nach dem 19. El. dieses; als ob sie in einer Section weren; vnd weil nun solche zusammen nach diesem 20. Elem. zwen rechte thun/ muß jeder ein rechter seyn. Welches auch aus dem 41. Elem. des 4. Cap. dieses zuerweisen ist.

21. **Wann eine gerade Lini einen Circul rühret/ vnd wird aus dem Punct des Anrührens oder contactus demselben eine ander Gerade eingeschrieben/ so thut solche mit der Anrührende oder Tangente einen gleichen Winckel mit deme/ so in der entgegenstehender Section ist/ machen.** Ist die eingeschriebene ein Diameter/ so wird dadurch der Circul in zwo gleiche Sectiones zertheilet/ darin jeder Winckel ein rechter ist/ nach dem Consect. des vorgehenden 20. Elem. Nun thut der Diameter auch mit der Tangente beyderseits einen rechten machen/ nach dem vorgehenden 12. Elem. vnd 8. Elem. des 3. Cap. dieses. Dahero die Gleichheit allerseits in den besagten Winckeln zu spüren. Da aber die eingeschriebene kein Diameter ist/ wie



CD/ so kan solches nicht vnbequem also vorgelegt werden. Man zeichne aus dem C in der peripheri nach der ander Seiten in der Weite CD das Punct E/ so wird die Gerade vom D zum E/ der Tangenti AB Parallel/ nach dem 28. El. des 2. Cap. dieses. Dann die peripheri stehet im C beyderseits auff der Tangente AB gleichlich/ vnd also auch in gleicher Weite vom C/ als im D vnd E von derselben in gleicher Höhe.

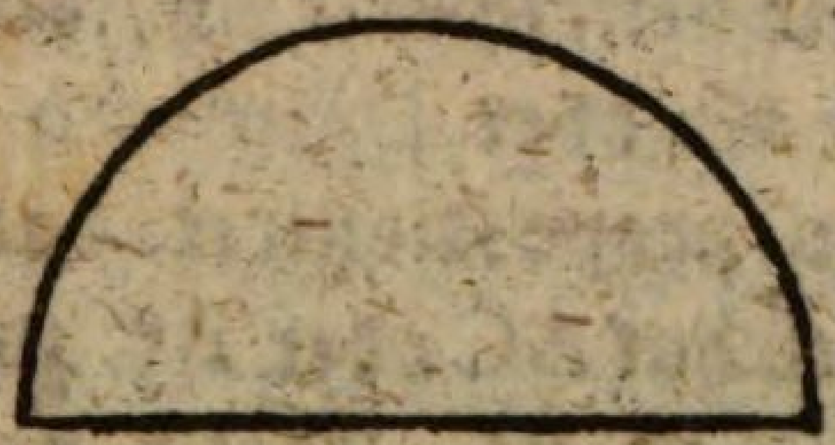
Da-

Dahero nach dem Conſ. des 19. Elem. des 3. C. dieſes gleichen ſich die Winckel CDE vnd BCD/ vnd nach dem 34. El. des 4. C. die Winckel an DE als CDE vnd CED/ vnd alſo auch BCD vnd CED nach dem 2. axiom. Vnd weil nach dem 19. Elem. dieſes die Winckel in einer Section ſich gleichen/ ſo iſt der Winckel BCD jedem andern in derſelben Section CED gleich/nach dem 2. axio. Derowegen dann auch der Winckel ACD ſich gleichet mit jedem in der Section CDF; Weil ACD mit BCD nach dem 13. Elem. des 3. C. dieſes zwen rechte thut; Vnd nach dem 20. El. dieſes die Winckel der entgegenſtehenden Sectionen auch ſo viel. Hieraus erſcheinet.

Je kleiner die Sectio/ je gröſſer der Winckel in derſelben. Vnd ſo viel von der Section in gemein/ folget mit wenigen davon inſonderheit. Conſect.

22. Eine jede Sectio oder Abſchnidt iſt gleich oder vngleich.

23. Eine gleiche Sectio iſt deſſen baſis ein Diameter iſt. Als da iſt ein halber Circul. So daher von der halben peripheri vnd dem Diametro beſchloſſen iſt.

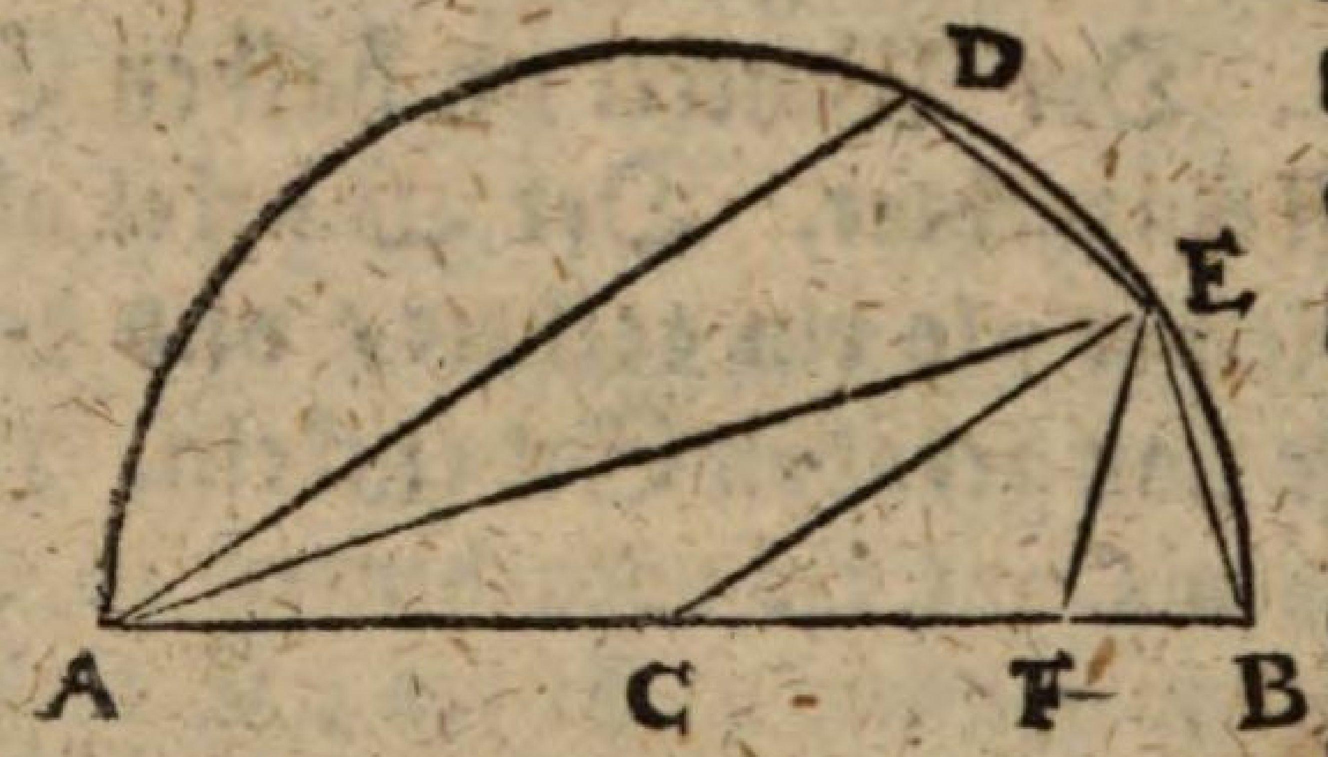


24. Der Winckel im halben Circul iſt ein rechter. Der Winckel aber des halben Circuls iſt kleiner als ein rechter/ vnd doch gröſſer als jeder ſcharffer von geraden Schenckeln. Das erſte hat ſeinen Grund aus dem Conſ. des vorgehenden 20. El. Sonſten wird es auch dargethan aus dem 41 El des 4 C dieſes. Das ander aber erſcheinet daher/das der Winckel des halben Circuls iſt ein Stück vom rechten; vnd das vbrige als der Winckel des Anrührens kleiner als jeder ſcharffer nach dem 3. Conſ. des 12. Elem. dieſes.

25. Wann im halben Circul aus der peripheri auff die baſin/ als einen Diameter eine perpendicular nidergelaſſen wird/ iſt ſolche zwiſchen den Stücken der baſis an der-

derselben mitten in proportion. Dann weil nach dem vorgehenden 24. Elem. der Winckel im halben Circulo ist ein rechter/vnd also im selben nach dem 37. Elem. des 4. C. dieses ein Rechtwincklichtes Triangul/ so schleust das 1. Conſ. des 42. El. desselben recht/was gesagt ist. Wie es auch das Conſ. des 1. Elem. dieses klar mit bringet.

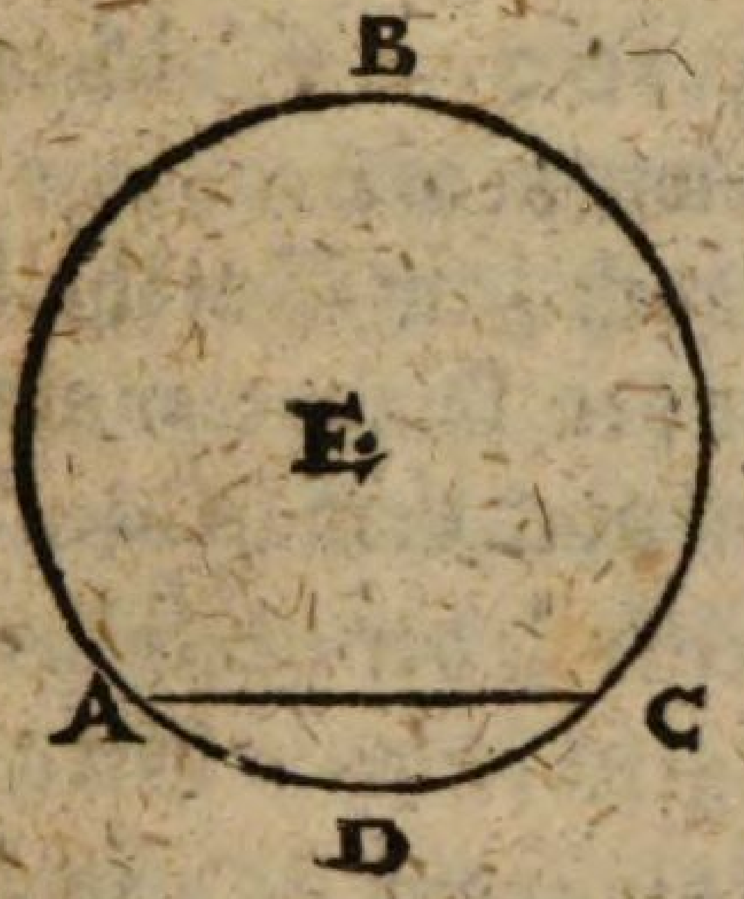
26. Wann im halben Circul aus einem Endpunct der baſis oder des Diameters eine gerade Lini der peripheri eingezeichnet wird / vnd dann aus dem andern Endpunct desselben biß an die Mitte der vbrigen peripheri auch eine/ so ist solche andere zwischen dem radio oder halben Diameter vnd der Differents der ersten vom Diameter mitten proportioniret. Als es sey aus dem Endpunct A des Diameters oder baſis AB dem halben Circul eingezeichnet die Gerade AD/ vnd aus dem andern Endpunct B die Gerade BE biß zum Mittel der peripheri BD. Dahero die Gerade BE zwischen dem radio oder halben baſe AC oder BC vnd dem Stück BF/ als der Differents der Geraden AD von der baſe oder Diametro AB/ mitten proportioniret/ das ist/ wie sich hat AC oder BC zu BE/ also BE zu BF. Dann vom E zum A/ C/ D vnd F gerade Linien blind geführet/ so thut die erste AE den Winckel im A in der Mitte zertheilen / nach dem 1. Conſ. des 16. Elem. dieses.



Vnd werden also die beyde letzten DE vnd EF einander gleich/ nach dem 16. Elem. des 3. C. oder 20. El. des 4. C. dieses. Dahero dann wegen Gleichheit BE vnd DE/ thun BE vnd EF sich auch gleichen/ nach dem 2. axiom. vnd mit BF ein gleichfüssiges Triangul machen/ so wegen des gemeinen Winckels im B mit BCE auch gleichfüssigen Triangul von gleichen Winckeln/ vnd also nach dem 26. Elem. des 4. Cap. dieses von proportionirten Seiten ist.

ist. Derowegen wie BC zu BE/ also hat sich BE zu BF/ vnd hergegen.

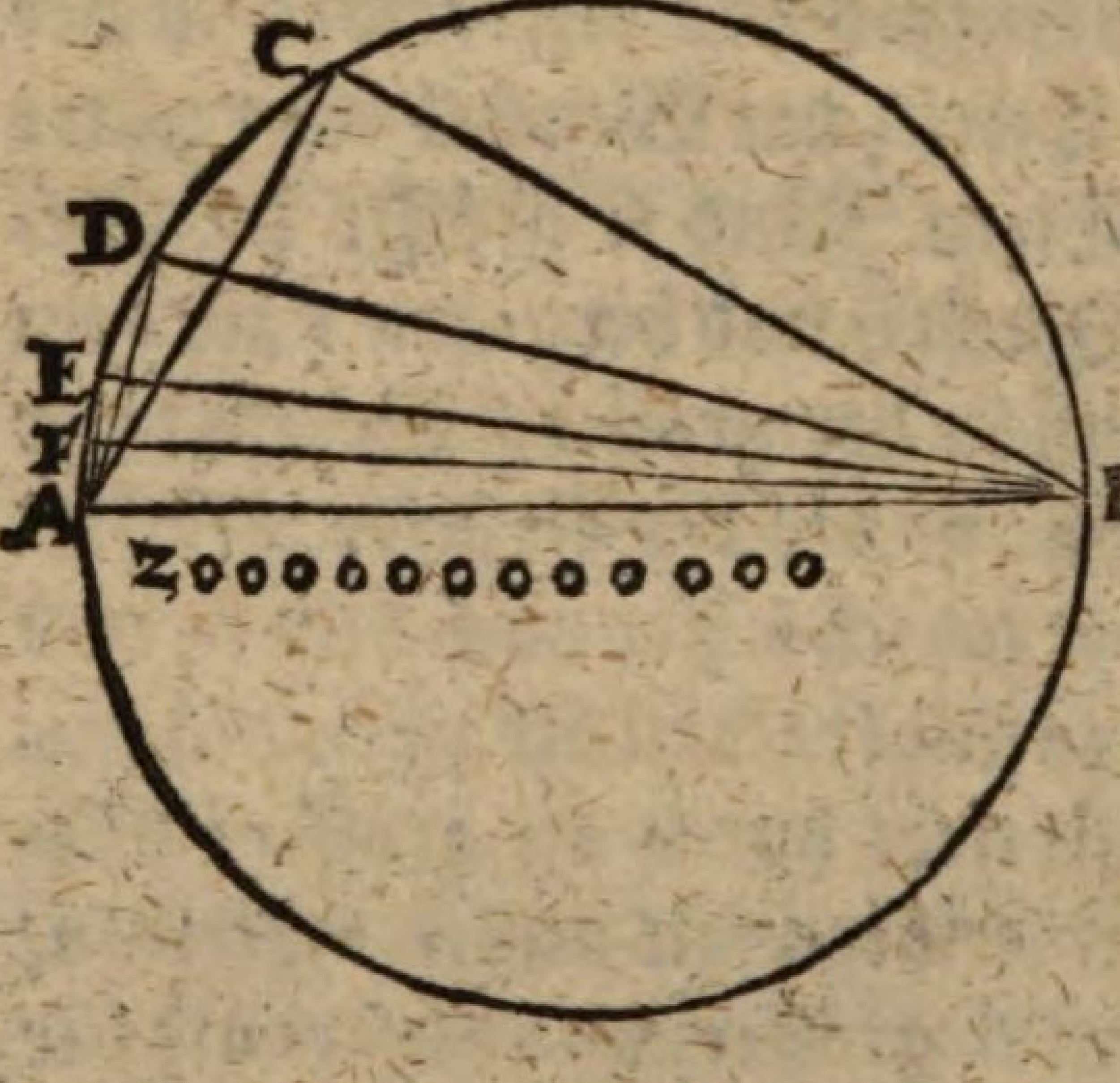
27. Eine vngleiche Section oder Abschnidt ist/ dessen basis kein Diameter ist/ sondern jede andere Gerade



so kleiner als der Diameter. Daher solche Section grösser oder kleiner/ als der halbe Circul ist. Grösser so das centrum in sich hat/ kleiner/ so nicht. Also ist in dē Circul ABCD die grössere Section ABC/ als so das centrum fasset/ vnd ACD die kleinere/ so nicht/ vnd haben beyde zur gemeinen base die Gerade AC/ so kein Diameter/ vnd also kleiner ist als derselbe.

28. Der Winckel in der grössern Section ist ein scharffer/ vnd hergegen in der kleinern ein stumpffer. Der Winckel der grössern Section ist grösser als ein rechter/ vnd der kleinern kleiner. Anlangend das erste/ weil in der gleichen Sectiō/ als im halben Circul der Winckel ein rechter ist/ nach dem vorgehenden 24. Elem. Vnd je grösser die Section/ je kleiner in derselben der Winckel/ vnd hergegen nach dem Cons. des 21. Elem. dieses/ so muß in der grössern Section der Winckel kleiner als ein rechter seyn/ vnd in der kleinern grösser/ vnd also hier ein stumpffer vnd dort ein scharffer nach dem 11. vnd 12. Elem. des 3. Cap. dieses. Das ander/ weil die perpendicular zu Ende der basis auffgericht streicht durch die grössere Section/ nicht aber durch die kleinere/ sondern felt ausser derselben/ so muß jener als der grössern Winckel/ grösser/ vnd dieser/ als der kleinern/ kleiner seyn als ein rechter. Nun daß wir von den Stücken wieder zum gantzen gelangen/ soll zu förderst die Lenge der peripheri gegen dem Diametro gehalten werden.

19. Die peripheri ist dreymal so lang als der Diameter vnd dazu desselben fast $\frac{1}{7}$/ das ist/ wann der Diameter 7 Lengen hat/ so vermag die peripheri derselben fast 22. oder welches eigentlicher/ so der Diameter ist von 100,000, so ist die peripheri bey nahe von 314,160. Solches augenscheinlich gleichsam vorzulegen/ wollen wir dem Archimedi, als ersten Erfinder in etwas nachgehen/ jedoch zum Vortheil vns des 26. Elem. dieses gebrauchen/ vnd vor den Diameter als AB setzen 2,000,000,000,000. Dahero weil nach dem 1. Conf. des 44. Elem. des 5. C. dieses der radius begreifft $\frac{1}{6}$ der peripheri/ so durch AC wird angezeigt/ muß solche eingeschriebene Gerade seyn von 1,000,000,000,000, vnd also die ander BC/ so $\frac{1}{3}$ der peripheri begreifft/ grösser dann 1,732,050,807,568, vnd kleiner dann 1,732,050,807,569. Dann solche machen im C einen rechten Winckel nach dem 24. Elem. dieses/ vnd also mit dem Diametro AB ein Rechtwincklichtes Triangul/ nach dem 37. El. des 4. Cap. dieses/ darin das quadrat von AB sich gleichet mit den andern beyden von AC vnd BC zusammen nach dem 24. Elem. des 5. Cap. dieses. Bleibet derowegen nach Abziehung des quadrats von AC/ so da ist/ 1,000,000,000,000,000,000,000,000, vom quadrat des Diameters AB/ als von 4,000,000,000,000,000,000,000,000,



vor das quadrat BC, 3,000,000,000,000,000,000,000,000, nach dem 2. Conf. desselben 24. El. dessen radix oder kleinere Seite ist/ wie gesetzt/ 1,732,050,807,568, vnd grössere 1,732,050,807,569. Nun nach dem 26. Elem. dieses wann BC von AB dem Diameter wird subtrahiret/ bleibt zur Differents

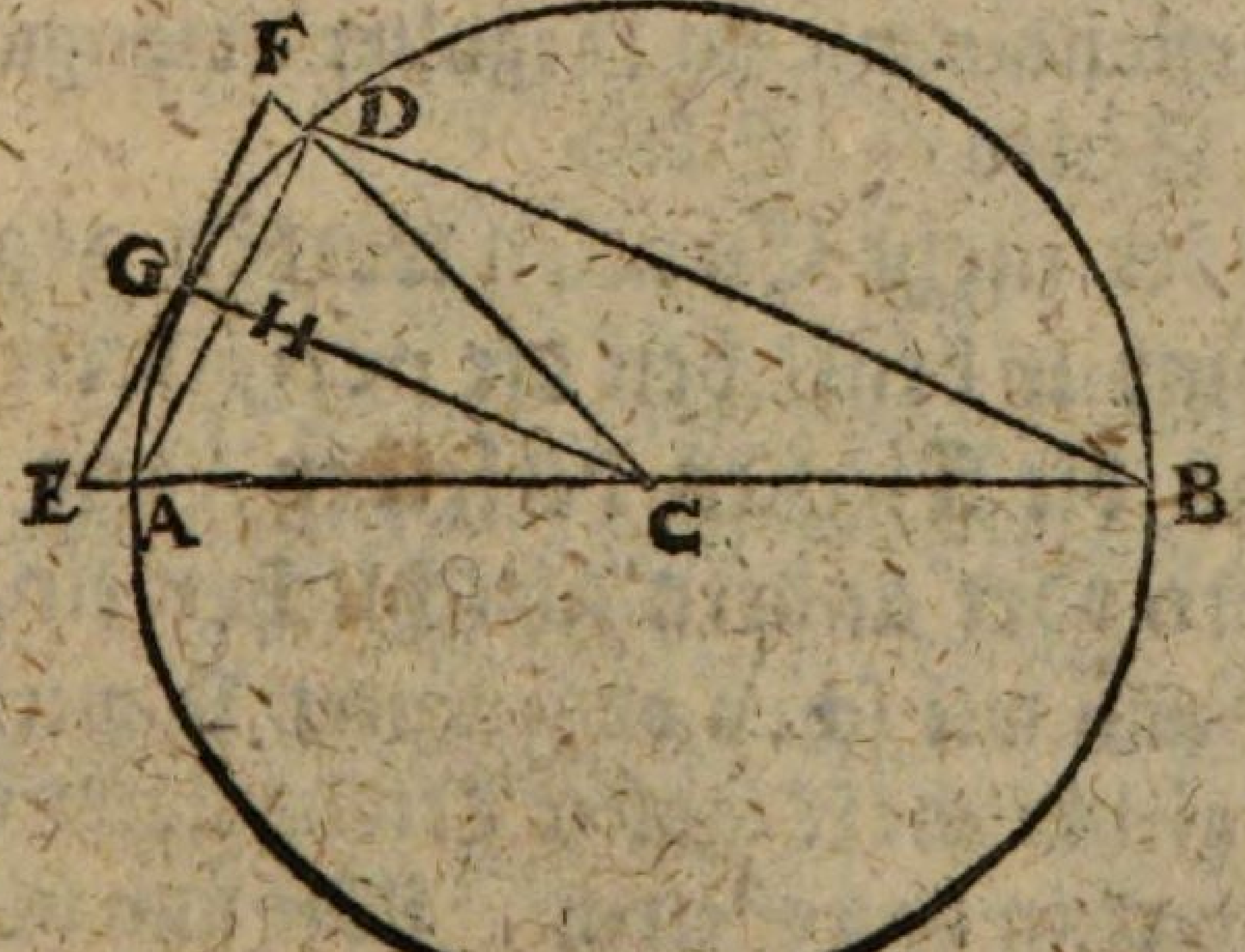
267, 949, 192, 432 zu gros/vnd 267, 949, 192, 431 zu klein. Daß wann dem Diametro AB weniger als sichs gebühret abgenommen wird/ so kömpt die begehrte Differents zu gros/ vnd hergegen zu klein/wann mehr. Solche durch den radium 1, 000, 000, 000, 000 multiplicirt gibt nach dem 22. Elem. des 5. Cap. dieses vor das quadrat der Geraden AD/ als so $\frac{1}{12}$ der peripheri in sich fasset/auch zwischen der Differents AC vom Diametro AB vnd dem radio stehet mitten proportioniret, 267, 949, 192, 432, 000, 000, 000, 000 zu gros vnd 267, 949, 192, 431, 000, 000, 000, 000 zu klein. Jedes nun nach dem 2. Conf. des 24. El. des 5. C. dieses vom quadrat des Diameters AB, so da allzeit ist/ 4, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, 000, abgezogen/ bleibt vor das quadrat der Geraden BD/ so $\frac{5}{12}$ der peripheri begreifft/ 3, 732, 050, 807, 568, 000, 000, 000, 000 zu klein/ vnd 3, 732, 050, 807, 569, 000, 000, 000, 000 zu gros. Dahero ist BD kleiner dann 1, 931, 851, 652, 579, vnd grösser dann, 1, 931, 851, 652, 577, vnd also die Differents BD vom Diameter AB grösser als 68, 148, 347, 421 vnd kleiner als 68, 148, 347, 423. Solche in den radium geführet/ kömpt nach dem angezogenen 22. Elem. des 5. C. dieses vor das quadrat der Geraden AE / als so $\frac{1}{24}$ der peripheri begreifft/ vñ zwischen ð Differens BD von AB/vñ dem radio mitten in proportion stehet/68, 148, 347, 421, 000, 000, 000, 000 zu klein/ vnd 68, 148, 347, 423, 000, 000, 000, 000 zu gros/ vnd jedes also nach dem 2. Conf. des 24. Elem. des 5. C. dieses vom quadrat AB subtrahiret, lest vor das quadrat der Geraden BE/ so $\frac{11}{24}$ der peripheri zeichnet / zu gros/ 3, 931, 851, 652, 579, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein/ 3, 931, 851, 652, 577, 000, 000, 000, 000. Dahero der radix so grösser als BE/ ist 1, 982, 889, 722, 748, vnd so kleiner/ ist 1, 982, 889, 722, 747; Vnd also die Differents BE von AB zu klein 17, 110, 277, 252, vnd zu gros 17, 110, 277, 253. Darauff dann das quadrat der Geraden AF so $\frac{1}{48}$ der peripheri begreifft/ vnd mitten in proportion zwischen der Differents BE von AB vnd dem radio stehet/ kömpt zu klein von 17, 110, 277, 252, 000, 000, 000, 000, vnnd zu gros 17, 110, 277, 253, 000, 000, 000,

 000,

000, 000; Vnd alſo nach Abziehung ſolches vom quadrat AB vor das quadrat der Geraden BF/ als $\frac{23}{48}$ der peripheri begreifft/ zu gros 3, 982, 889, 722, 748, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein 3, 982, 889, 722, 747, 000, 000, 000, 000. Dahero dann BF gröſſer als 1, 995, 717, 846, 477, vnd kleiner als 1, 995, 717, 846, 478. Nach ſolchem Proceſs nun fortgefaren/ wird das quadrat der Geraden des $\frac{1}{96}$ der peripheri zu gros von 4, 282, 153, 523, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein von 4, 282, 153. 522, 000, 000, 000, 000. Das quadrat der Geraden des $\frac{47}{96}$ der peripheri zu klein von 3, 995, 717, 846, 477, 000, 000, 000, 000, vnd zu gros von 3, 995, 717, 846, 478, 000, 000, 000, 000; Vnd alſo ſolche Gerade des $\frac{47}{96}$ der peripheri zu klein von 1, 998, 929, 174, 952, vnd zu gros von 1, 998, 929, 174, 953. Dann kömpt vor das quadrat der Geraden des $\frac{1}{192}$ der peripheri zu gros 1, 070, 825, 048, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein/ 1, 070, 825, 047, 000, 000, 000, 000, vnd alſo das quadrat der Geraden des $\frac{95}{192}$ der peripheri 3, 998, 929, 174, 952, 000, 000, 000, 000 zu klein/ vnd 3, 998, 929, 174, 953, 000, 000, 000, 000 zu gros. Dahero ſolche Gerade des $\frac{95}{192}$ der peripheri iſt gröſſer als 1, 999, 732, 275, 818, vnd kleiner als 1, 999, 732, 275, 820; Vnd folgents das quadrat der Geraden des $\frac{1}{384}$ der peripheri zu gros von 267, 724, 182, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein/ von 267, 724, 180, 000, 000, 000, 000. Das quadrat der Geraden des $\frac{191}{384}$ in der peripheri zu klein von 3, 999, 732, 275, 818, 000, 000, 000, 000, vnd zu gros von 3, 999, 732, 275, 820, 000, 000, 000, 000. Dahero ſolche Gerade des $\frac{191}{384}$ der peripheri zu klein von 1, 999, 933, 067, 842, vnd zu gros von 1, 999, 933, 067, 843; Vnd dann das quadrat der Geraden des $\frac{1}{768}$ der peripheri zu gros von 66, 932, 158, 000, 000, 000, 000, vnd zu klein von 66, 932, 157, 000, 000, 000, 000, vnd das quadrat des $\frac{383}{768}$ zu klein von 3, 999, 933, 067, 842, 000, 000, 000, 000, vñ zu gros von 3, 999, 933, 067, 843, 000, 000, 000, 000. Dabey wir es jetzo bewenden laſſen/ Hoffende

vnſer

vnser Intent dadurch zuerlangen. Vnd weil der kleinere radix aus dem quadrat 66, 932, 157, 000, 000, 000, 000 ist 8, 181, 207, 551, muß nach Multiplicirung desselben durch 768. zum perimeter oder Vmbfang des durch imagination dem Circul eingeschriebene Regulierfigur von 768 Seiten oder Ecken/ vnd also auch zur peripheri des Circuls zu wenig kommen/ nemlich 6, 283, 167, 399, 160, wann der Diameter ist von 2, 000, 000, 000, 000. Dahero/ dann wann der Diameter ist halb so lang als von 1, 000, 000, 000, 000 so muß die peripheri mehr haben dann 3, 141, 583, 699, 580. Nun den grössern radicem aus dem quadrat 66, 932, 158, 000, 000, 000, 000, als 8, 181, 207, 625, auch durch den Diameter multipliciret, vnd das Product/ so zu gros/ durch den kleinern radicem des quadrats 3, 999, 933, 067, 842, 000, 000, 000, 000, als durch 1, 999, 983, 266, 890, dividiret kömpt zum quotient vor die Gerade/ so den $\frac{1}{768}$ der peripheri ausserhalb respondirct/ als eine Seite der Regulierfigur von 768 Seiten oder Ecken dem Circul durch imagination vmbgeschrieben/ mit jeder Seiten die peripheri rührend/ zu gros 8, 181, 276, 072. Solche der eussern Seiten halben verrichtete Operation gründlich zuverstehen/ werde betrachtet/ wie jede eussere nicht allein der innern Parallel/ sondern im centro zum gemeinen Winckel stehe/ wie im folgenden Circul EF vnd AD vorzeigen. Dahero nach dem 26. Elem. des 4. C. dieses EF als die eussere/ ist zu AD der innern wie EC zum radio AG/ oder wie der radius CG zu CH; Vnd also auch wie der radius AC zu CH; vnd folgents wie der Diameter AB zu der eingeschriebenen BD/ vnd hergegen. Dann im D/ vnd H der Triangulen ABD vnd ACH seyn die Winckel rechte/ vnd der im A ist gemein. Derowegen



dann

dann nach dem jetztangezogenen 26. Elem. sind die Seiten derselben auch in einer proportion. Nun damit wir zum Schluß kommen/weil 8, 181, 276, 072 zu gros vor eine Seite der vmbgeschriebenen Regulierfigur von 768 Seiten/so muß nach Multiplicirung solcher durch 768. vor den perimeter oder Vmbfang derselben/wie dann folgents vor die peripheri des Circuls zu viel kommen/nemlich 6, 283, 220, 023, 296, wann der Diameter ist von 2, 000, 000, 000, 000. Dahero dann nach dem Diameter 1, 000, 000, 000, 000, muß die peripheri minder seyn/als 3, 141, 610, 011, 648. Felt derowegen nach solchem Diameter die peripheri zwischen 3, 141, 610, 011, 648, vnd 3, 141, 583, 699, 580, vnd also nach dem Diameter von 100, 000, zwischen 314161 vnd $314158\frac{1}{7}$. Ist derowegen/ wie gesetzt die peripheri zum Diameter bey nahe wie 314, 160 zu 100, 000; Vnd hergegen der Diameter zur peripheri wie 100, 000, zu 314160. Wer näher begärt zu kommen / der kan mit dem Proceß fortsetzen/ auch den Diameter erlengern / oder sich der Irrational zahlen gebrauchen.

30. Jeder Circul ist gleich dem Triangul dessen Höhe oder perpendicular vom Spitz zur basi sich gleichet mit dem radio circulari/vnd die basis mit der peripheri. Nach dem 1. Consect. des 41. Elem des 5. Cap. dieses. Dann der Circul wird verstanden wie ein Regulier Triangulat von vnzehlichen gleichsam Seiten vnd Ecken.

31. Wann zwen oder mehr Circulen werden gegen einander gehalten / so sind in denselben die peripherien/ wie die Diametri; vnd die Flechen derselben / wie die Quadrat der Diametern oder andern gleichlichen eingeschriebenen Linien. Dann wie schon angedeutet/ so werden die Circuli betrachtet/als gleichliche Regulier Triangulaten von vnzehlichen gleichsam Winckeln vnd Seiten. Wie nun in solchen die Seiten vnd andere gleichliche Linien / als Seiten gleichlicher Triangulen seyn / nach dem 26. Elem. des 4. Cap. dieses/

gegen-

gegeneinander proportioniret / also auch die sämptlichen Seiten / so durch die peripherien zuverstehen / nach dem 8 axiom. Welches auch aus dem vorgehenden 29. Elem. erscheinet / wegen eines Halt oder Proportz / so jeder Diameter gegen die peripheri hat. Dahero dann nach dem 2. Consect. des 41. Elem. des 5. Cap. dieses seyn die Circulen nach dem Raum gegeneinander / wie die quadrat der Diametern / als gleichlicher eingeschriebener Geradẽ. Vnd also vrtheile auch von gleichlichen Circulstücken / als Sectoren vnd Sectionen / so da gleiche Winckel in sich fassen. Vnd so viel auch vom Circul. Consect.

Das siebende vnd letzte Capitel
Von den Cörpern oder Cörperlichen Figuren.

I.

EIne Cörperliche Figur / Corpus oder Solidum ist so von einer oder mehr Flechen vmbgeben vnd beschlossen ist. Dahero

1. Seyn die Endungen eine oder mehr Flechen. Consect.

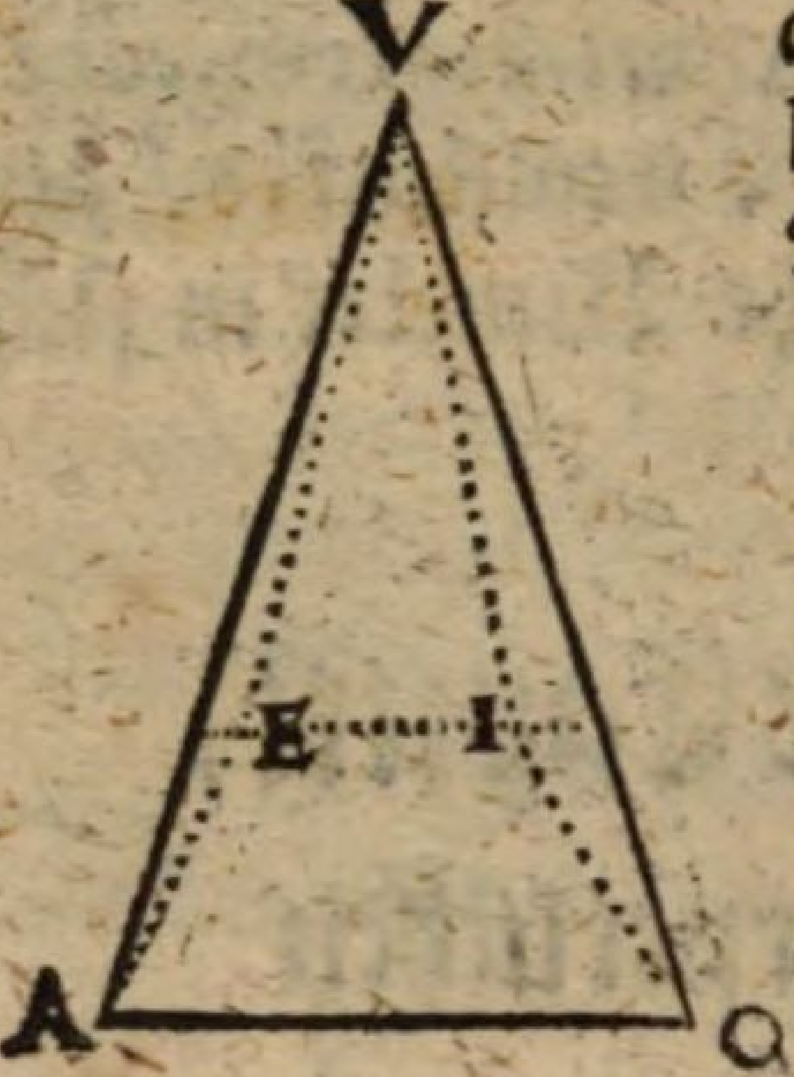
2. Jedes Corpus hat neben der Lenge vnd Breite auch eine Höhe oder Tieffe.

2. Ein Corpus oder Cörperliche Figur ist Schlecht oder Gemischt; vnd jenes ferner Eben oder Sphærisch.

3. Ein Ebenes Corpus, Solidum planum / ist / so allein von ebenen Flechen vmbgeben ist; Vnd streichen solche Flechen aus einer / als der base / zu einem oder mehr Spitzen. Jenes wird ein Pyramis, dieses ein Pyramidat genennet.

4. Ein Pyramis ist ein ebenes Corpus/ so von einer ebenen Flechen als einem Triangul oder Triangulat auffhin zugespitzt ist. Dahero

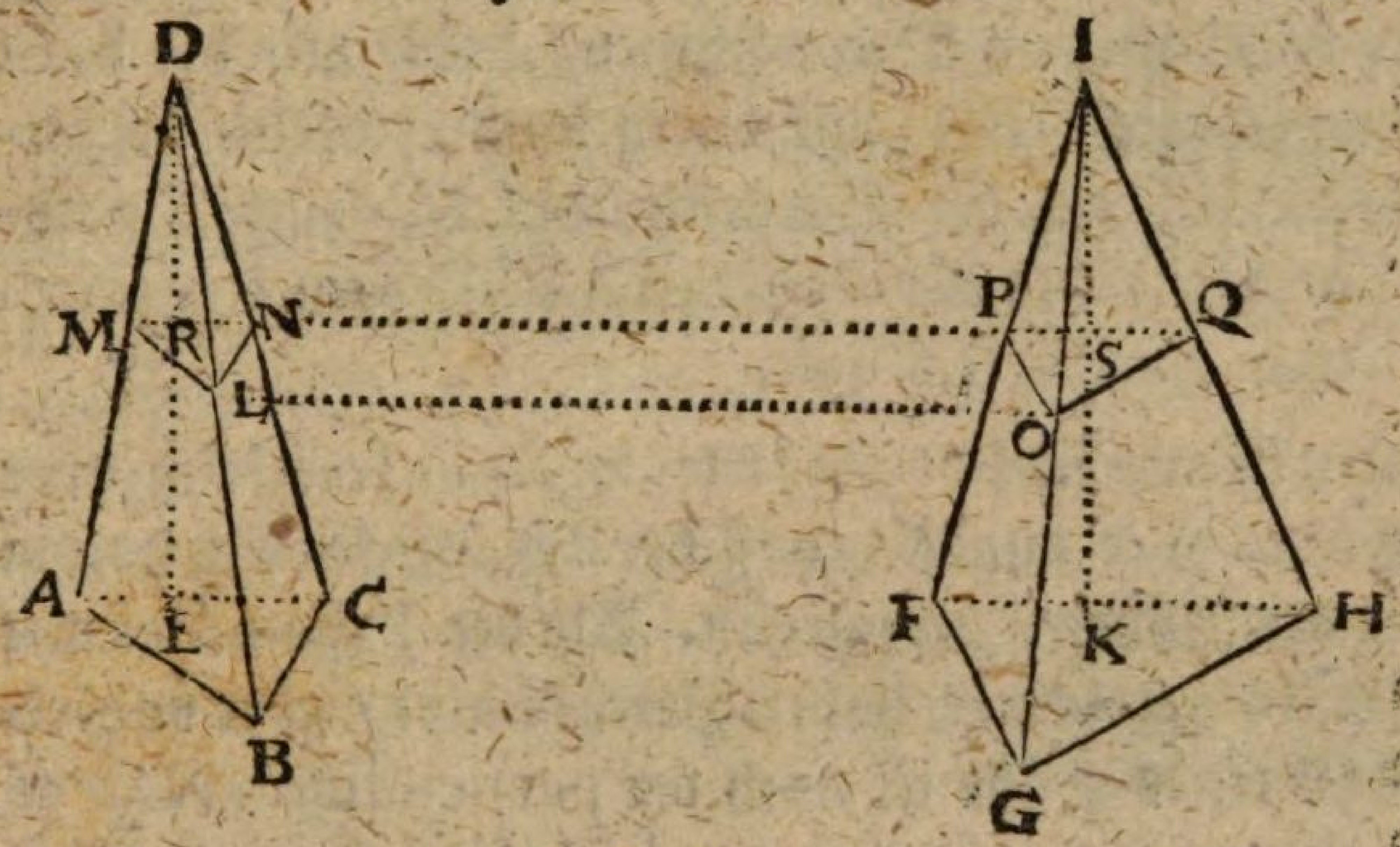
Consect. 1 Seyn die andern Flechen im Pyramide/ so aus der base zu einē Punct auffhinzusammen stossen/ Triangul; Wie allhier zu verstehen/ da aus der vierseitigen base AEIO zum Punct oder Spitz V die Triangul AEV, AOV, EIV vnd IOV auffgeführet.



2. Ein jeder Pyramis hat eine Fleche mehr als Seiten oder Winckel in der base. Dann so viel Winckel/ so viel Seiten/ vnd also auch so viel auffgeführte Flechen oder Triangul.

5. Die Pyramides/ so da haben eine gemeine oder gleiche basin/ vnd seyn von gleicher Höhe/ die sind einander gleich; Oder so da haben eine oder gleiche Höhe/ aber vngleiche bases/ die sind gegen einander wie die bases; Oder so da haben eine gemeine oder gleiche basin vnd vngleiche Höhen oder perpendicularen vom Spitz zur basi/ die seyn wie die Höhen oder perpendicularen. Als die Pyramides ABCD vnd FGHI sind von gleicher Höhe/ das ist die perpendicular DE ist gleich der perpendicular IK; haben aber vngleiche bases/ dann ABC ist kleiner dann FGH. Dahero sind solche gegeneinander/ wie die bases ABC vnd FGH. Dann es werde verstanden/ wie die Pyramides auff einer ebenen Fleche stünden/ vnd würde derselben eine andere ebene Fleche Parallel geführet/ von den basen auffwerts zum Spitz oder hergegen/ welche die Pyramides durchschnitte/ so mag dann solche Fleche in solcher Bewegung zugleich in einer Zeit von jeder base zum Spitz/ vnd hergegen/ wegen gleicher Höhe gelangen/ vnd die Pyra-

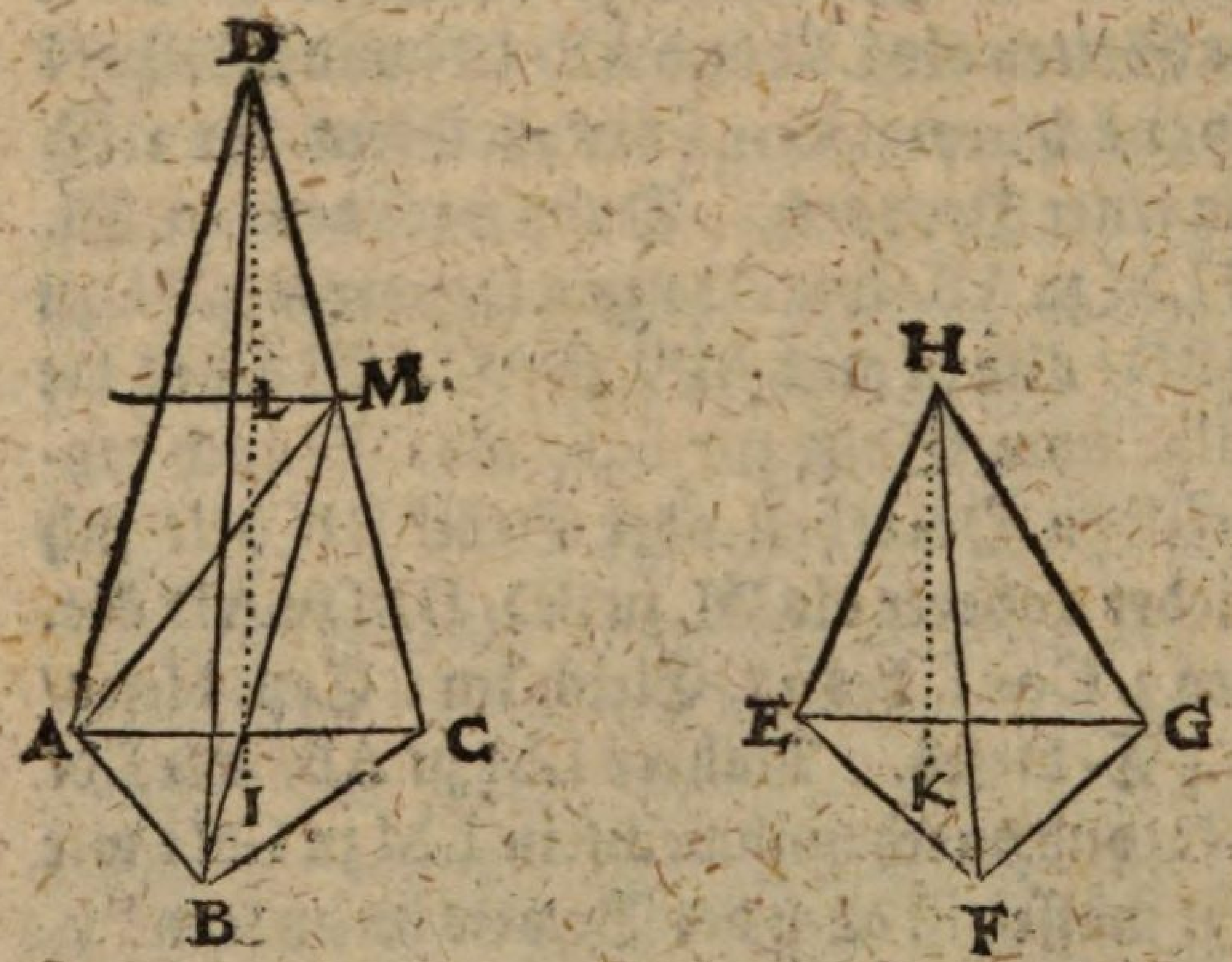
ramides in allen Puncten nach einer proportion zertheilen. Dann kein Punct darinnnen anzutreffen ist/ in welchem nicht nach Proportz der basen/ wie an jetzo zuerweisen/ der Durchschnidt/ der gestalt/ geschehe. Als es sey solcher Durchschnidt durch LMN vnd OPQ vorgestelt. Derowegen LMN zu OPQ/ wie die basis ABC zur basi FGH. Dann jeder Durchschnidt ist



d'basi gleichlich vnd also mit derselbē von gleichen Winckeln v. proportionirten Seiten. Welches ob es wol an jhm selbst aus dē gleichlichen Parallelstand erscheinet/ kan der Beweis doch also angestelt werden. Weil der Durchschnidt allerseits Parallel der basi/ so müssen die Seiten als LM vnd AB/ LN vnd BC/ MN vnd AC Parallel seyn/ nach dem 3. Conſ. des 28. Elem. im 2. C. dieses vnd also auch in einer Proportz. Dann nach dem 26. El. des 4. Cap. dieses ist LM zu AB/ wie DM zu AD/ oder wie DL zu BD. Vnd wie DL zu BD/ also ist auch MN zu AC. Welches die gemeine perpendicular vom Spitz zur basi/ als DE/ auch beybringet. Dann derselben Obertheil oder Stück DR helt sich zur gantzen DE/ wie jeder anderer als DL zu BD/ DM zu AD &c. nach dem angezogenen 3. Conſ. des 28. Elem. im 2. Cap. dieses/ vnd dem 26. El. des 4 C. dieses. Dahero LM zu AB/ wie LN zu BC/ vnd MN zu AC/ vnd durch vmbwechseln LM zu LN/ wie AB zu BC &c. Ebener massen ist auch der Beweis im andern Pyramide mit dem OPQ gegen der basi FGH/ das nemlich die Seiten an OPQ gegen den Seiten an FGH/ Parallel vnd proportionirt stehen/ vnd zwar in gleicher Proportz mit dem ersten

wegen gleicher Höhen. Dann DE ist gleich dem IK/ vnd DR/ gleich IS/ wegen Gleichheit ER vnd KS nach dem Parallelstand des Durchschnidts gegen der basi. Wie nun die Seiten beyderseits der basis vnd des Durchschnidts sind in einer proportion also auch derselben Fleche/ so nach dem 23. Elem. des 5. C. dieses seyn wie die quadrat der proportionirten Seiten. Dahero dann die basis ABC ist zum Durchschnidt LMN/ wie die basis FGH zum Durchschnidt OPQ; vnd durch vmbwechseln/ die basis ABC zur basi FGH/ wie der Durchschnidt LMN zum Durchschnidt OPQ; vnd folgents der Pyramis ABCD zum Pyramidi FGHI wie jenes basis zu dieses basi.

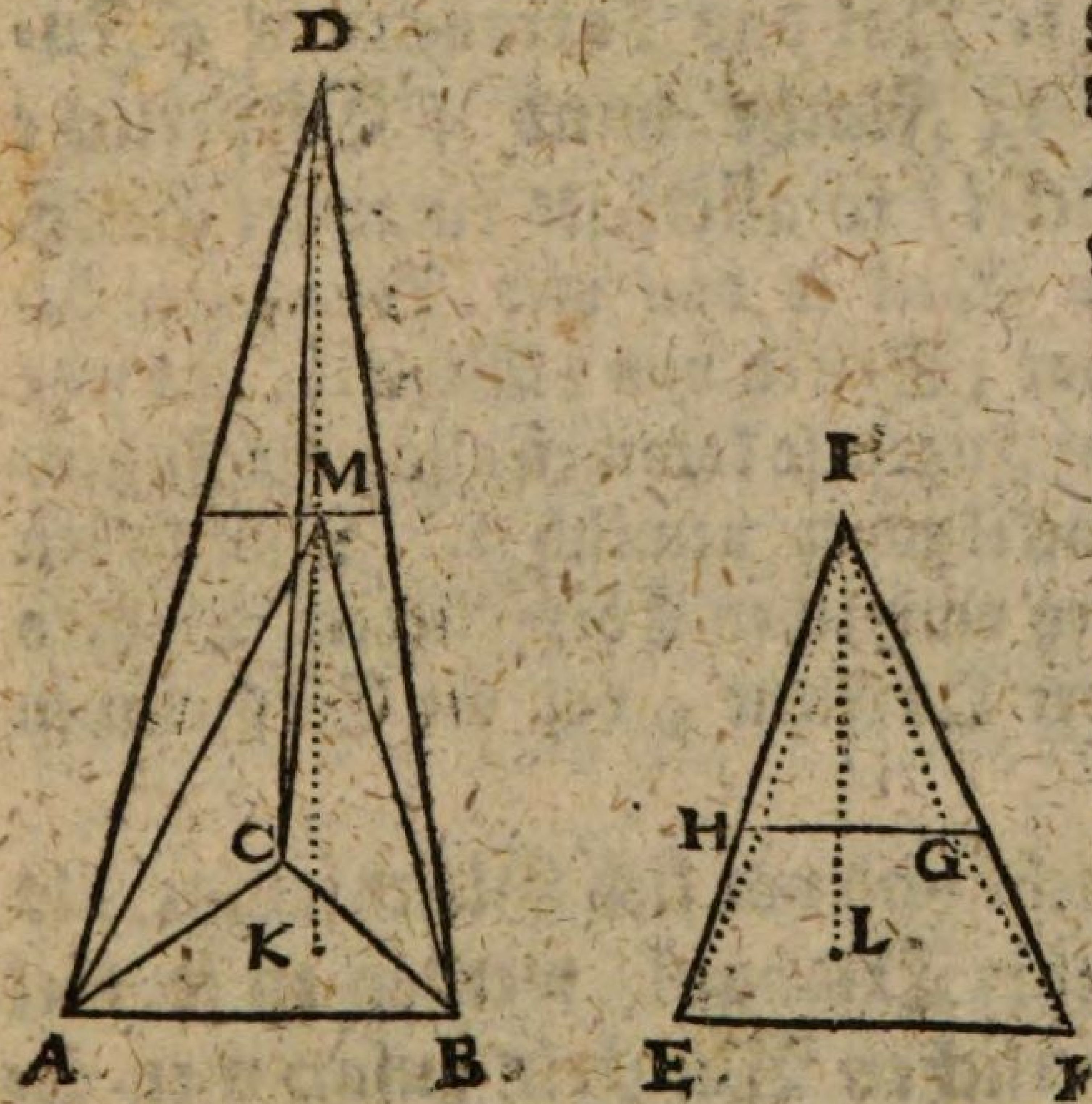
Aus diesem ist nun leicht das dritte/ da die bases gleich oder gemein/ die Höhen aber vngleich/daß die Pyramides sich halten nach Proportz der Höhen/ zuerweisen. Als die Pyramides mit ABCD vnd EFGH gezeichnet/ haben gleiche bases/ aber vngleiche Höhen. Dañ jenes Höhe ist nach der perpendicular DI/ so grösser/ dieses aber nach der perpendicular HK/ so kleiner. Derowegen die Pyramides sich halten nach den Höhen. Dann nach der Höhe HK in DI einẽ Durchschnidt gemacht LM/ vnd vom M zu A, B vnd C gerade Linien gezogen/ wird daraus ein Pyramis ABCM/ so sich mit dem Pyramide EFGH/ wegen Gleichheit der basen vnnd Höhen/ gleichen muß/nach dem ersten Theil



dieses 5. Elem. Vnd da ACD zur base nidergelegt/ so hat er mit dem gantzen ABCD eine Höhe als vom gemeinen Spitz B zur gemei-

meinen basi ACD. Derowegen dann auch ABCM sich helt zu ABCD/ wie die basis ACM zur basi ACD. Nun hat sich ACM zu ACD/ wie CM zu CD/ nach dem Cons. des 21. Elem. des 4. E. dieses/ vnd wie CM zu CD/ also hat sich auch die Höhe LI/ das ist HK zur Höhen DI. Seyn also die pyramides ABCD vnd EFGH in proportion der Höhen DI vnd HK.

6. **Wann zwen Pyramides sind gegen einander mit den basen vnd Höhen verkehrt proportionirt/ die seyn einander am Halt gleich.** Als die Pyramides ABCD vnd EFGHI sind an basen vnd Höhen verkehrt proportionirt. Dann wie jenes basis ABC zu dieses basi EFGH/ also hat sich hergegen dieses Höhe IL zu jenes Höhen DK. Dahero thun solche nach dem Halt oder Grösse sich gleichen. Dann auff die base ABC einen gleichhohen Pyramidem mit EFGHI gestellet ABCM/ so ist nach dem vorgehenden 5. El. Der Pyramis ABCD zum Pyramidi ABCM/ wie die Höhe der perpendicular DK zur Höhen oder perpendicular KM/ das ist IL vñ der Pyramis EFGHI zum selben ABCM/ wie die basis EFGH zur basi ABC. Nun ist eine Proportz vnter den Höhen/ wie vnter den basen.

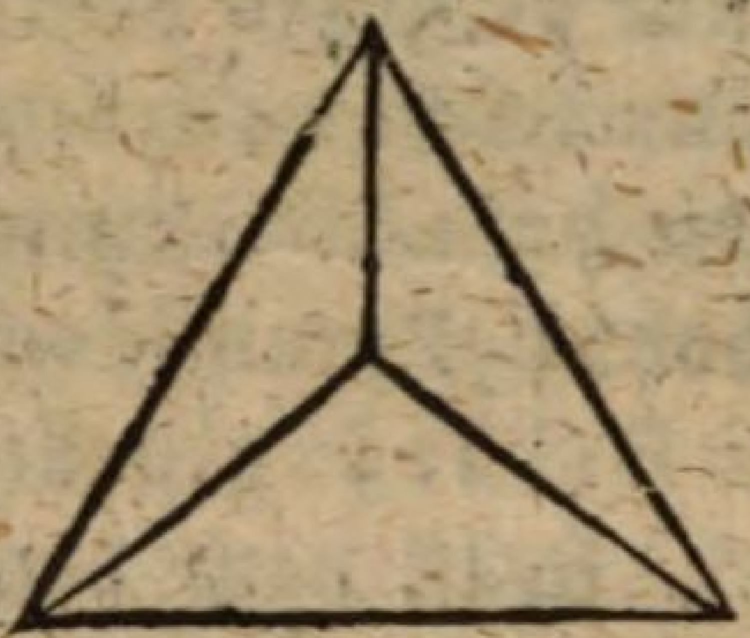


Dann wie die Höhe DK zur Höhen KM das ist IL/ also ist die basis EFGH zur basi ABC. Dahero sind auch die Pyramides ABCD vnnd EFGHI gegen dem Pyramidi ABCM in einer Proportz/ vnd also nach dem 7. ax. einander am Halt oder Grösse gleich. **Von den Pyramidibus gnug in gemein/ folget ferner davon insonderheit.**

7. Ein jeder Pyramis ist Gerade oder Schlim.

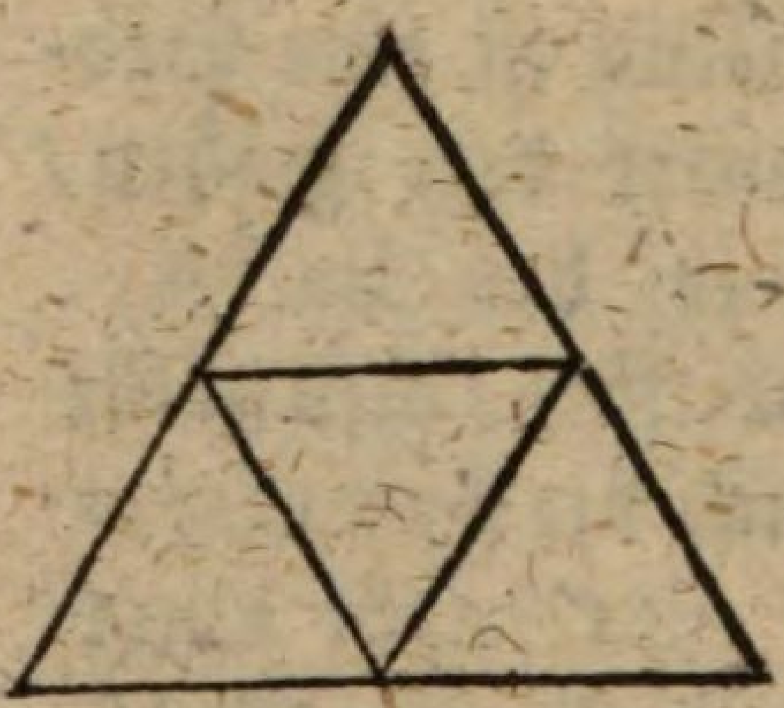
8. Ein Gerader Pyramis/ Pyramis recta, ist so allerseits gleich auff hin zugespitzt ist/ das also die perpendicular aus dem Spitz in das Mittelpunct oder centrum der basis falle. Hergegen ein Schlimmer Pyramis, Pyramis obliqua ist/ so nicht gleich auff zugespitzt/ daß also die aus dem Spitz nidergelassene perpendicular ausser dem centro der basis komme.

9. Unter den geraden Pyramiden ist auch ein Regulier/ Tetraedrum genandt/ so von vier Gleichseitigen als Regulier Triangulen umbgeben ist. Dahero



Consect. 1. Hat das Tetraedrum 6 Fugen/ 12 Flache unnd 4 Cörperliche Winckel/ so allerseits einander gleich. Dann Weil es von vier Triangulen beschlossen/ als deren jedes hat 3 Seiten und 3 Winckel/ und jede der Seiten zwo machen eine Fugen/ so kommen also sechs Fugen/ und bleibt die Zahl der Winckel gantz/ nemlich 12. Nun stehen solcher flachen Winckel drey umb jeden Cörperlichen. Dahero 12 durch 3 dividirt/ gibt der Quotient 4 vor die Cörperlichen Winckel.

2. Wann vier gleiche und vor sich Gleichseitige/ als Regulier Triangul/ werden zu so viel Cörperlichen Winckeln zusammen gefügt/ wird ein Tetraedrum daraus.



Oder.

3. Wann aus dem centro eines Gleichseitigen Triangulseine perpendicular auffgericht/ und zu derselben aus den Ecken des Triangulsals der basis/ in der Lenge einer Seiten gerade Lini-

Linien geführet/ so alle in einem Punct als gemeinem Spitz zusammen treffen. Dann also werden mit der base vier Gleichseitige Triangul/ so dasselbe beschliessen.

4. Das Quadrat von der Lenge einer Fugen/ im Tetraedro, als einer Seiten der Flechen oder basis ist anderthalb mal so gros als das Quadrat der Höhen/ oder perpendicular vom Spitz zur basi/ das ist wie 3 zu 2. Und vier und zwantzig mal so gros als das Quadrat der perpendicular aus dem centro zur basi. Das quadrat von einer Fugen Lenge ubertrifft das quadrat der Höhen oder perpendicular vom Spitz umb das quadrat des lengsten radii in der base nach dem 24. Elem des 5. Cap. dieses. Nun ist solch quadrat des radii $\frac{1}{3}$ vom quadrat einer Seiten nach dem 2. Consect. des 27. Elem. desselben; Und also das quadrat der Höhen oder perpendicular vom Spitz des Tetraedri zur basi $\frac{2}{3}$ nach dem 2. Conf. des 24. Elem. des 5. C. dieses. Dahero dann das quadrat einer Seiten gegen dem quadrat gedachter Höhe ist wie 3. zu 2. Und weil das quadrat vom centro des Tetraedri zu einem Eck/ als des lengsten radii/ ist gegen dem quadrat der halben Fugen/ wegen der gleichlichen Triangulen/ wie das quadrat von der gantzen Fugen zum quadrat der Höhen oder perpendiaular vom Spitz zur basi/ nach dem 23. Elem. des 5. C. dieses/ nemlich wie 3 zu 2/ so ist das quadrat solches radii im Tetraedro $\frac{3}{8}$ vom quadrat einer Fugenslenge. Davon dann abgezogen $\frac{1}{3}$ wegen des quadrats des lengsten radii in der base/ bleibt vor das quadrat der perpendicular vom centro $\frac{1}{24}$. Und so viel vom Pyramide/ folget das Pyramidat.

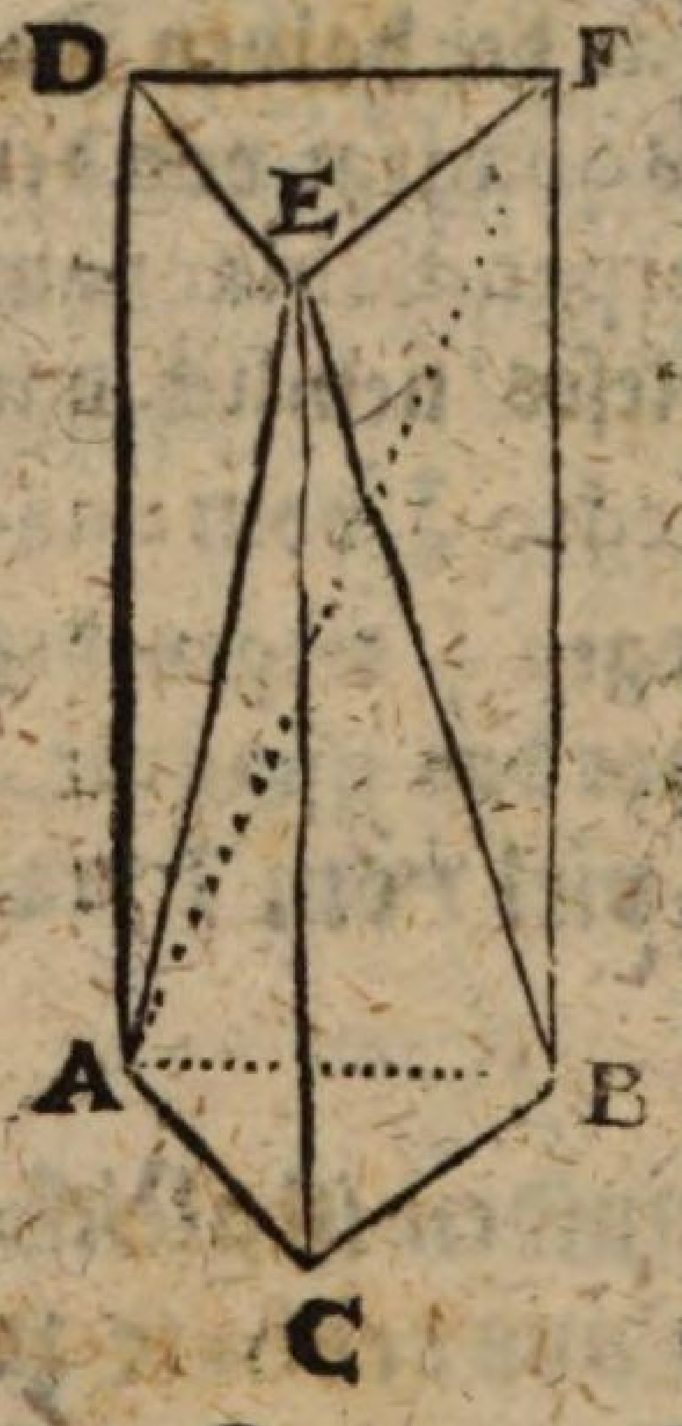
10. Ein Pyramidat ist so von Pyramiden ist gleichsam zusammen gesetzet/ und steiget solches aus der base zu einer oder mehr Flechen; Dieses wird ein Polyedrum/ jenes und zwar/ wann die ober Fleche mit der untern/ als base

se/ in allen Stücken gantz gleich ist/ vnd gleiche Weit davon absiehet/ ein Prisma genandt.

11. Ein Prisma ist ein Pyramidat/ dessen zwo entgegenstehende Flechen/ als Ober vnd Vnter sind einander in allem gleich/ Parallel vnd gleichlich gestellet/ die andern Flechen aber Parallelogrammen. Also ist ein Prisma zuverstehen durch die nachgesetzte Figur/ darin zur basi oder Vnterfleche ein gleichfüssig Triangul ABC/ vnd zur Decke oder Oberfleche gleichfals/ DEF/ so mit ABC in allem gleich/ gleichlich vnd Parallel ist. Die andern drey auffstehende Flechen aber sind Parallelogrammen/ von den gleichen Seiten der Triangulen/ als Ober vnd Vnterflechen/ beschlossen. Dahero

Consect. In einem Prismate sind zwo Flechen mehr als Winckel oder Seiten an der base.

12. Ein Prisma so mit einem Pyramide gleiche Höhe vnnd basin hat/ ist dreymal so gros als derselbe. Solches vor Augen zu stellen/ kan am füglichsten geschehen durch eine Division oder Zerlegung des Prismatis in seine Pyramides/ bevorab/ so aus dem Triangul/ als der schlechtesten base auffsteigen/ wie an dem hiernechst gestellten zuverstehen. Dann solches gibt drey gleiche Pyramides dar/ als ABCE, ADEF vnd ABEF. Darunter in Betrachtung des ersten vnd andern/ haben dieselben mit dem Prismate vnd also auch vntersich gleiche bases/ als die Ober vnd Vnterflechen/ vnd gleiche Höhe/ wegen derselben Parallelstand. Der ander vnd dritte Pyramis aber haben gleiche bases an den Triangulen ABF vnd ADF/ als da jedes die Helffte ist vom Parallelogram AF oder BD/ vnd eine Höhe wegen des im E gemeinen Ecks oder Spitzes. Derowegen solche nach dem 5. El. dieses sich gleichen/ vnd also jeder $\frac{1}{3}$ vom Prismate.



13. Pris-

13. Prismata so da haben gleiche Höhen/ die sind gegeneinander wie die bases derselben; Oder so da haben gleiche bases/ wie die Höhen. Dann solches ist im 5. Elem. dieses von den Pyramiden/ als so der Prismaten nach dem vorgehenden 12. Elem. Drittheile seyn/ dargethan. Derowegen es auch von den Prismaten als gantzen/ nach dem 8. axiom. recht folget. Dahero

Prismata von gleicher Höhe mit gleichen basen seyn einander gleich. Consect.

14. Wañ zwey Prismata seyn gegeneinand' mit den basen vnd Höhen verkert proportionirt/ die sind auch gleiche gros. Von den Pyramidibus ist solches im 6. Elem. dieses erwiesen; Vnd also/ wie im vorgehenden/ auff die Prismata zu bringen.

15. Das Prisma steiget entweder aus einem Triangul oder Triangulat; Vnd nach dem perpendicul gleich auff/ so daher ein Gerades Prisma zu nennen/ oder schlim nach der Seiten/ so ein Schlimmes.

16. Das aus dem Triangul/ wird ein Pentaedrum genandt/ als so von fünff Flechen beschlossen/ vnd das so aus einem Triangulat/ Compositum è Pentaedris/ als so aus den Pentaedris gleichsam zusammen gesetzet/ vnd in welche es auch wieder zerleget wird. Wie aber das Triangulat ist Vier oder Vielseitig/ das Vierseitige ein Parallelogram oder Trapezium/ also ist das Prisma compositum Sechs oder Mehrflechich.

17. Das Sechsflechiche oder Hexaedrum ist/ so aus einer vierseitigen Fleche auffsteiget. Wird dahero von zweyen Pentaedris gleichsam zusammen gesetzet/ nemlich da aus den zweyen obern Flechen eine wird/ vnnd den zweyen Vntern als basen/ auch eine/ vnd jnwendig zwo

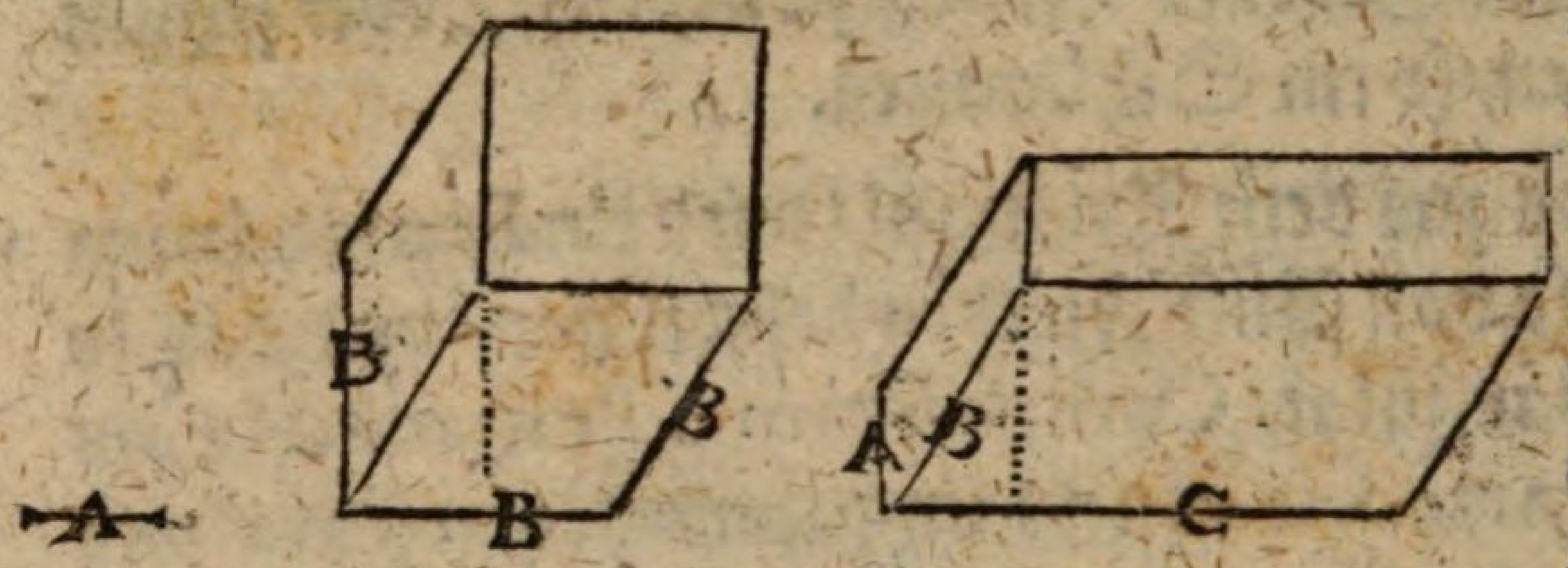
verborgen seyn/das also aus den zehen Flechen der zweyen Pentaedern in dem Composito oder aneinander gefüg-ten nur Sechs vberbleiben. Dahero

Consect. Sind in einem Hexaedro 12 Fugen/ 24 flache Winckel/ vnd 8. Cörperliche.

18. Das Hexaedrum ist ferner ein Parallelepipe-dum oder Trapezium.

19. Ein Parallelepipedum ist dessen entgegenste-hende Flechen seyn Parallelogrammen/ vnd also vnter-einander Parallel.

20. Wann drey gerade Linien seyn vntereinander proportioniret/ daß die erste sich hat zur andern/ wie solche zur dritten/ so ist das Parallelepipedū von der mitlern als andern Lini/ gleich dem jhme gleichwincklichten Parallele-pipedo von allen dreyen. Dann also bekommen sie/ wie aus den folgenden zuverstehen gleiche bases nach dem 10. Elem. des 5. C. dieses/ vnnd gleiche Höhen/ wegen der auffstehendē Flechen gleicher Lenge vnnd



gleichlichem Stande/ nach dem 10 Elem. des 4. C. dieses; Verstehe da sie nicht perpendicular/ sondern nach einer Seiten/ wie allhier nach der Rechten sich lencken. Dahero dann das Cons. des 13. El. dieses den Schluß mit sich bringet.

21. Das Parallelepipedum ist Recht oder Schlim-wincklicht.

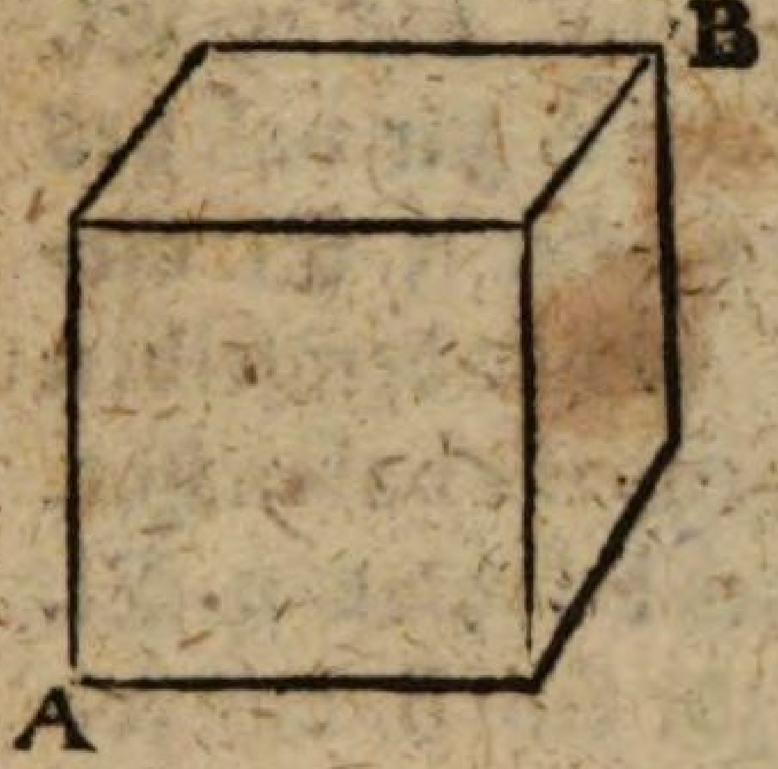
22. Das Rechtwincklichte Parallelepipedum ist/ dessen Winckel alle rechte sind; vnd hergegen ein Schlim-wincklichtes/ dessen Winckel alle schlim. Dann wegen des

Pa-

Parallelstandes mag keiner recht seyn/ sie seyn dann alle rechte; vnd keiner schlim/ sie seyn dann alle schlim.

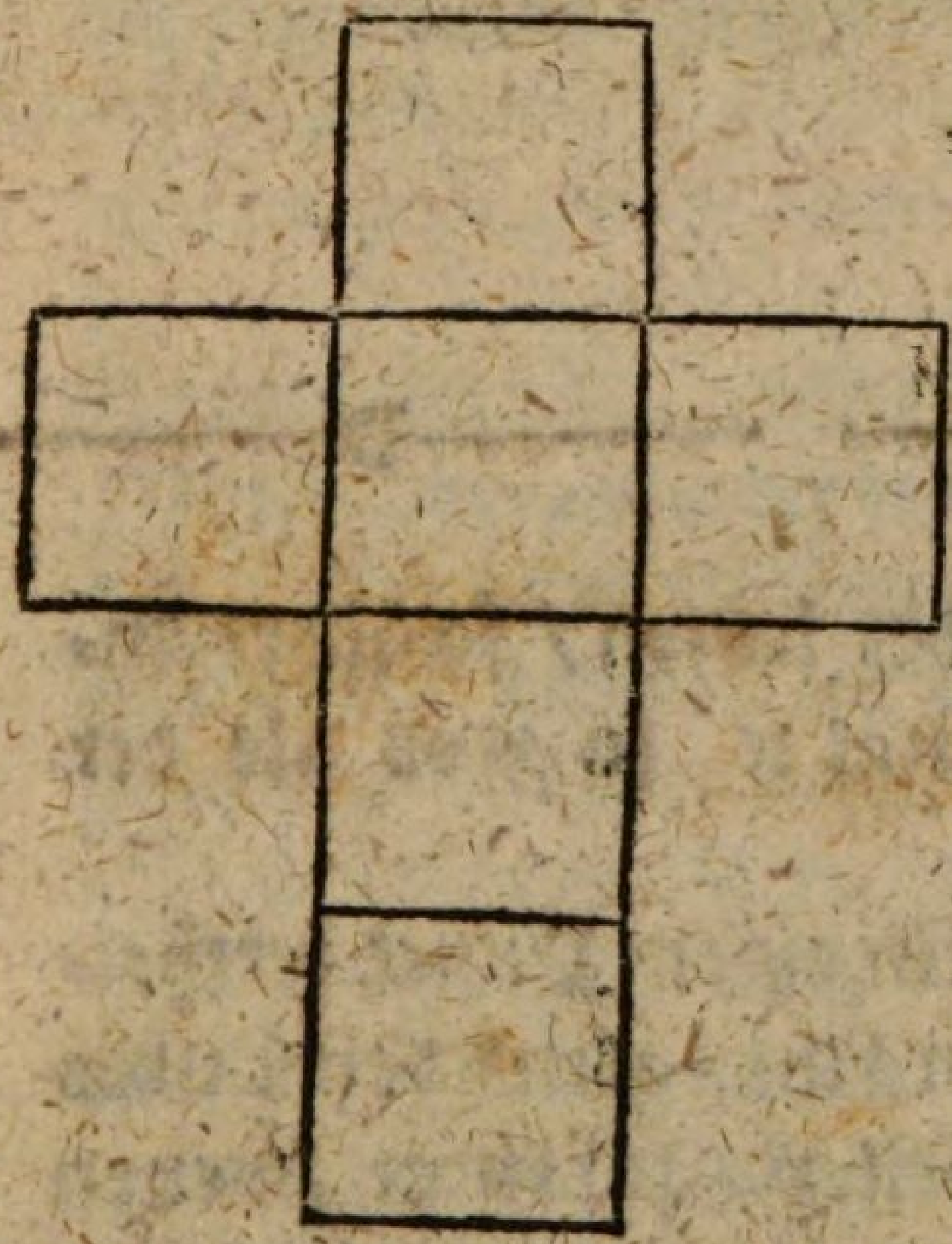
23. Das Rechtwincklichte Parallelepipedum ist ein Cubus oder Oblongum.

24. Ein Cubus ist ein Rechtwincklichtes Parallelepipedum von gantz gleichen Flechen/ als Sechs gleichen Quadraten vmbgeben; Vnd also weil die Winckel sich darin auch gleichē ein Regulier Corpus oder Figur/ nach dem 4. Elem. des 4. Cap dieses. Also wird durch A B ein Cubus vorgezeigt.



Dahero

1. Wann sechs gleiche Quadrat zu Cörperlichen Winckeln richtig gefügt/ wird ein Cubus daraus. Oder Consect.



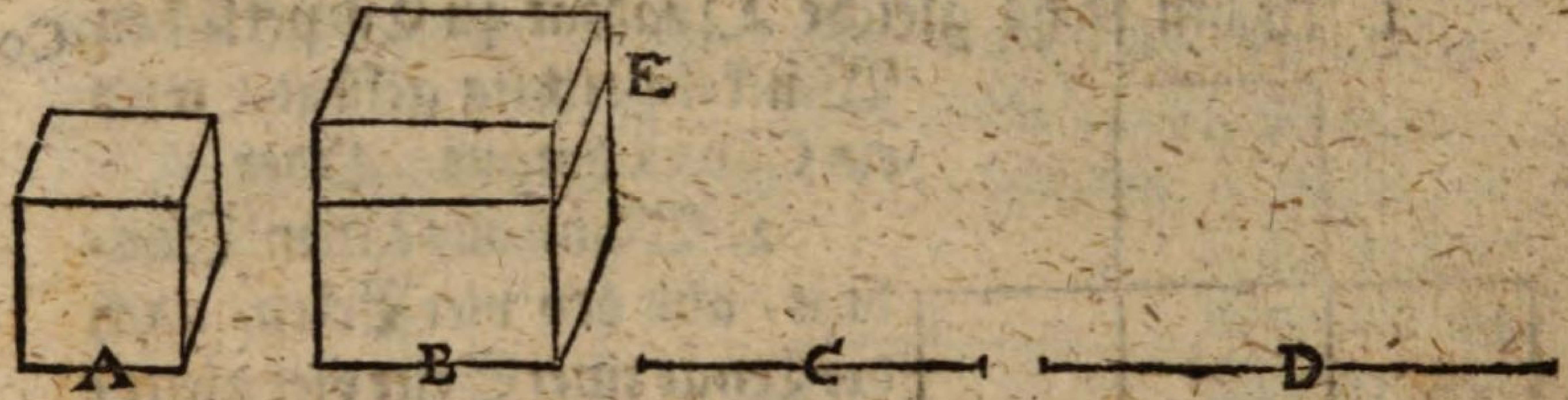
2. Wann aus einem Quadrat/ aus den vier Ecken/ nach der Lenge einer Seite vier gleiche perpendicularen auffgeführt/ vnd solche mit vier gleichen Linien oben zusam̃en gehefft/ wird dadurch auch ein Cubus beschlossen.

3. Das Quadrat von der Axe od Diagonio so von einem Eck durchs centrum zum andern gehet/ ist dreymal so gros als die basis oder der andern Quadraten eines/ nach dem 24. Elem. des 5 Cap. dieses vnd desselben 1 Consectar.

25. Wann vier gerade Linien seyn nacheinander

proportionirt / daß die erste sich hat zur andern / wie diese zur dritten / vnd die dritte zur vierdten / so ist der Cubus der ersten zum Cubo der andern / wie die erste Lini zur vierdten. Als die vier gerade Linien A, B, C vnd D, sind / wie gemelt / proportioniret. Dahero der Cubus von A sich helt zum Cubo von B / wie die Lini A zur Lini D. Dann nach dem Conf. des 25. El. des 5. E. dieses hat sich die basis des ersten Cubi A zur basi des andern B / wie die Lini A zur Lini C / vnd also nach dem 13. El. dieses der Cubus von A zum Parallelepipedo BE / so mit demselben gleiche Höhe / vnd mit dem andern Cubo eine gemeine basin hat. Dahero weil solch Parallelepipedum BE / nach besagten 13. El. dieses sich hat zum Cubo von B / wie die Lini A zur Lini B / vnd folgents wie C zu D, so ist der Cubus A zum Cubo B, wie die Lini A zur Lini D, nach dem 8. axiom.

Dahero

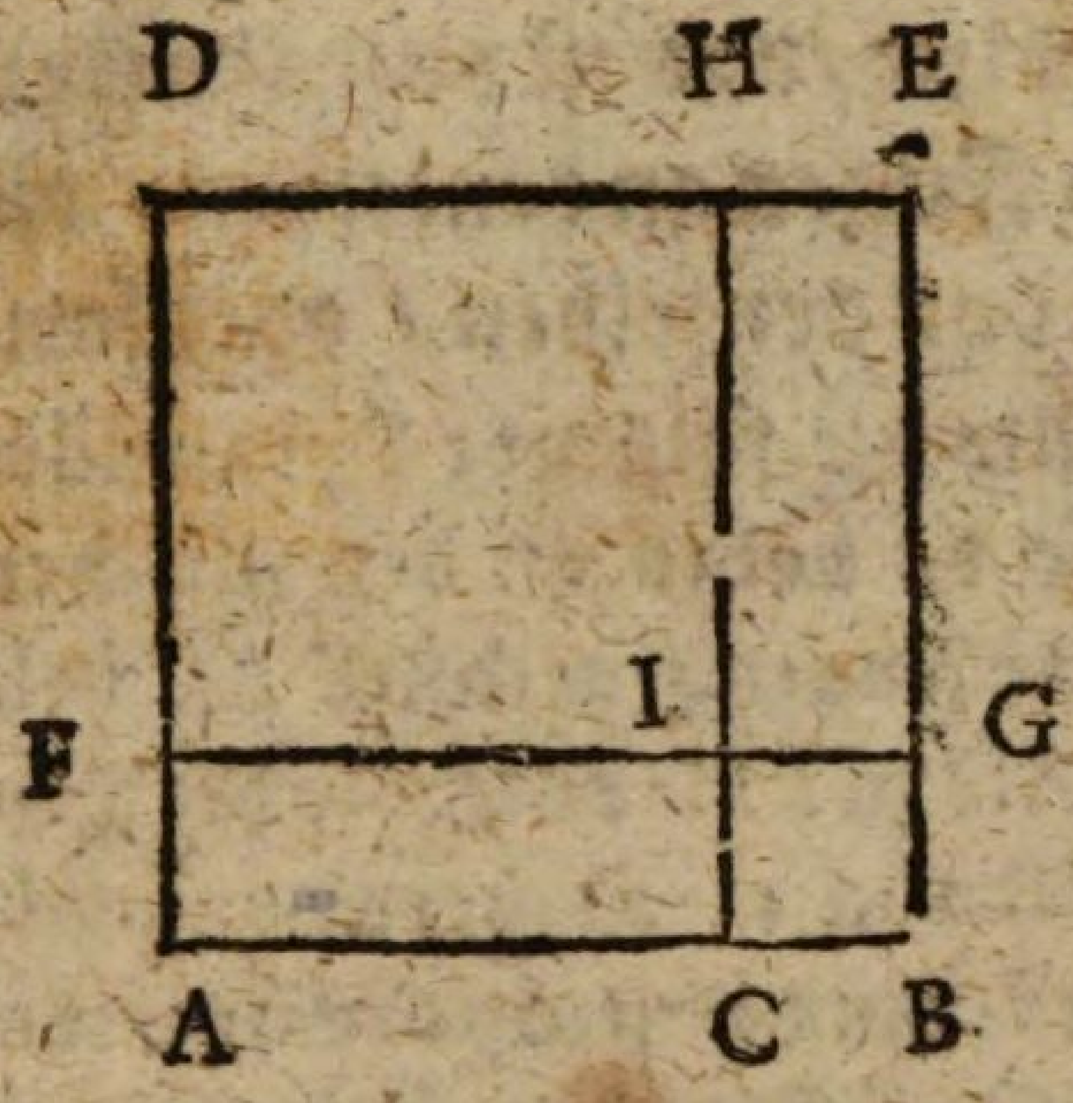


Conf. Wann die erste ist $\frac{1}{2}$ / $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ rc. der letzten / so ist der ander Cubus zwey / drey oder viermal rc. so gros als der erste.

26. Wann eine gerade Lini in einem Punct zertheilet / so ist der Cubus von der gantzen Lini / gleich den Cubis von derselben Stücken oder Theilen / zusampt zweyen Rechtwincklichten Parallelepipedis / deren eines $\frac{1}{3}$ ist aus dem Quadrat des einen Stücks nach der Lenge des andern / vnd des andern $\frac{1}{3}$ aus des andern Stücks Quadrat nach der Lenge des ersten auffgeführet. Als die gerade AB sey in dem Punct C zertheilet. Dahero der Cubus von der gantzen Lini AB sich gleichet mit den Cubis von derselben Theilen

oder

oder Stücken AC vnd BC/ zusampt den zweyen Rechtwincklichen Parallelepipedis/ deren eines $\frac{1}{3}$ ist aus dem quadrat des Stücks AC nach der Lenge BC/ vnd des andern $\frac{1}{3}$ aus dem quadrat von BC nach der Lenge AC auffgeführet. Dann aus AB ein quadrat zur base des gantzen Cubi gemacht AE/ vnd darin die quadrat von den Stücken AC vnd BC/ durch DI vnd BI als Diagonalien zusampt den Complementen AI EI vorgestelt/ so begreifft der Cubus von AB nach den vier Stücken der basis AE/ vnd zweyen der Höhen/ als d' Lini AB/ in sich 8 Rechtwincklichte Parallelepipeda/ nemlich vier nach der Höhen BC/ vnd den vier Stücken der basis AE/ als sonderbare bases DI/ AI/ EI vnd BI; Vnter welchen die mitlern zwey/ wegen Gleichheit der Höhen vñ basen nach dem Consect. des 13. El. dieses sich gleichen/ vnd gibt das letzte den Cubũ vom kleinern Stück BC; vnd dann viere nach denselben basen vnd der Höhe AC/ darunter die mitlern sich auch gleichen/ vnd ist das erste der Cubus vom grössern Stück AC/ das letzte aber der mitlern einem vnter den vorigen vieren gleich/ wie vnter denselben hergegen das erste dem mitlern einem vnter diesen nach dem besagten Consect. des 13. Elem. dieses. Seyn dahero neben den zweyen Cubis von den Stücken AC vnd BC Sechs/ das ist/ zwey driefache Parallelepipeda/ deren/ wie gemelt/ eines Drittheil aus dem quadrat eines Stücks als AC in der Höhe des andern als BC/ vnd des andern Drittheil hergegen aus dem quadrat BC in der Höhe AC auffsteiget; so sich mit dem gantzen Cubo von AB gleichen.

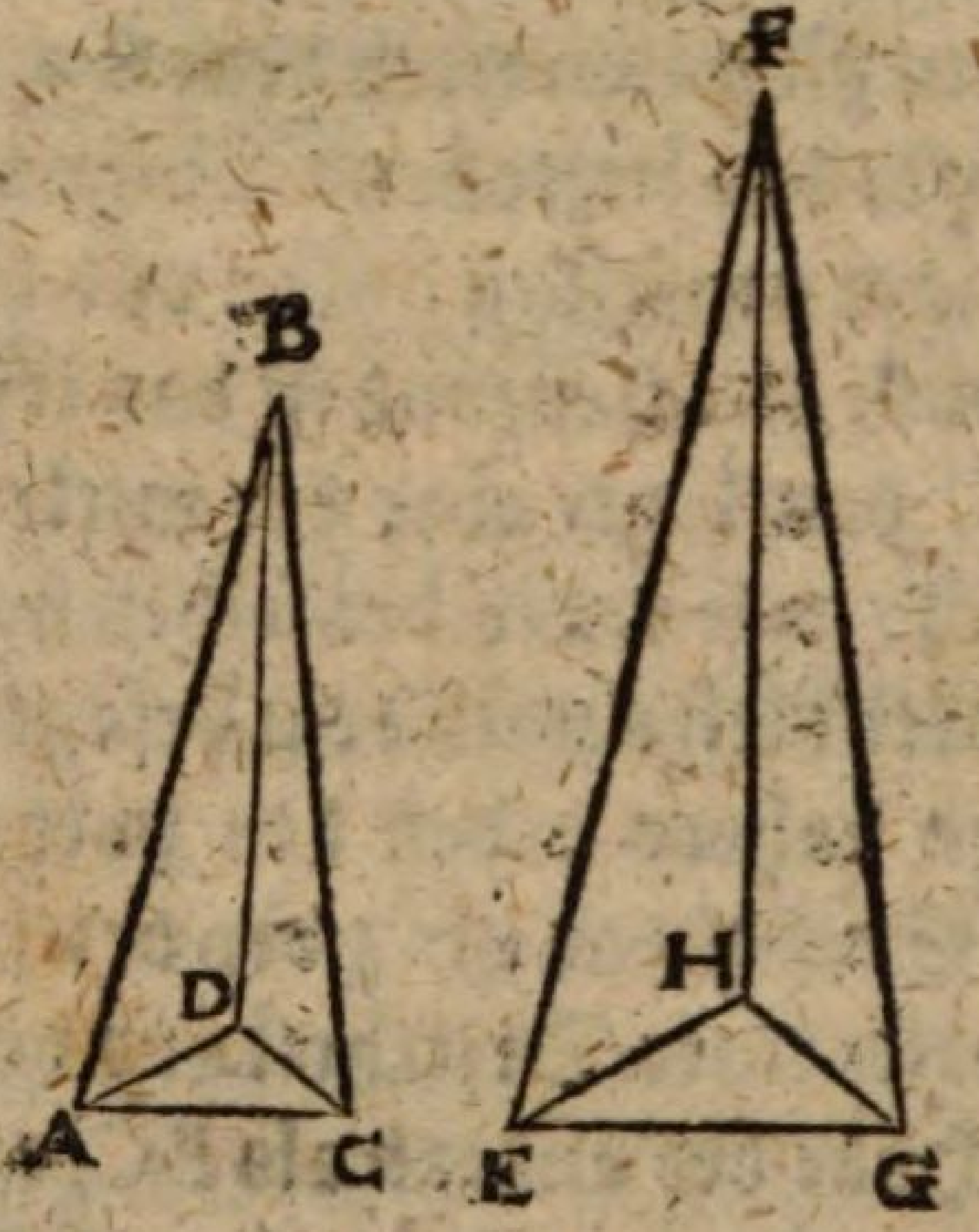


Daraus erscheinet nach dem 15. Elem. des 5. C. vnd 13. El. dieses/ daß zwischen den Cubis von AC vnd BC stehen mitten in proportion die zwey einfachen Parallelepipeda Consect.

 als

als deren eines aus dem Quadrat von AC in der Höhe BC/ vnd das ander hergegen aus dem Quadrat von BC in d r Höhe AC auffgeführet.

27. Wann zwey oder mehr Pyramides oder Pyramidaten seyn vntereinand gleichlich/das ist von gleichen Winckeln vnd proportionirten Fugen an denselben/ die sind vntereinander wie die Cubi von denselben/ oder sonsten proportionirten Linien. Als die folgende Pyramides seyn vntereinander gleichlich/ als so da haben an den gleichen Winckeln als A vnd E proportionirte Fugen/ nemlich AC helt sich zu EG/ wie AB zu EF; oder wie AD zu EH/ oder wie die Höhe des ersten zur Höhe des andern Pyramidis. Dahero dann solche gegeneinander sich halten/ wie die Cubi der proportionirten Fugen oder Linien als von AC vnd EG. Dann man betrachte auff der base des ersten noch einen Pyramidem dessen Höhe sich gleiche mit AC/ ingleichen auff des andern base/ dessen Höhe gleich sey dem EG; so sind die Pyramides auff gemeiner base gegeneinander/ wie die Höhen derselben/ nach dem 5. Elem. Dieses. Vnd weil beyderseits die Höhen stehen in einer Proportz so sind die vorgestelten Pyramides A B C D vnnd EFGH gegeneinander/ wie die andern imaginirten nach den Höhen AC vnd EG. Dahero weil die quadraten von AC vnnd FG seyn den basen ACD vnd EGH auch



proportioniret/ nach dem 2; Elem. des 5. E. dieses/ so sind die Pyramides aus solchen quadratbasen in der Höhe AC vnd EG in einer proportion mit den vorgesetzten/ vnd folgents die Cubi aus AC vnd EG mit denselben nach dem 12. Elem. dieses vnd 8. axio. Vnd also vrtheile auch nach angezogenen 8. axio. von den gleich-

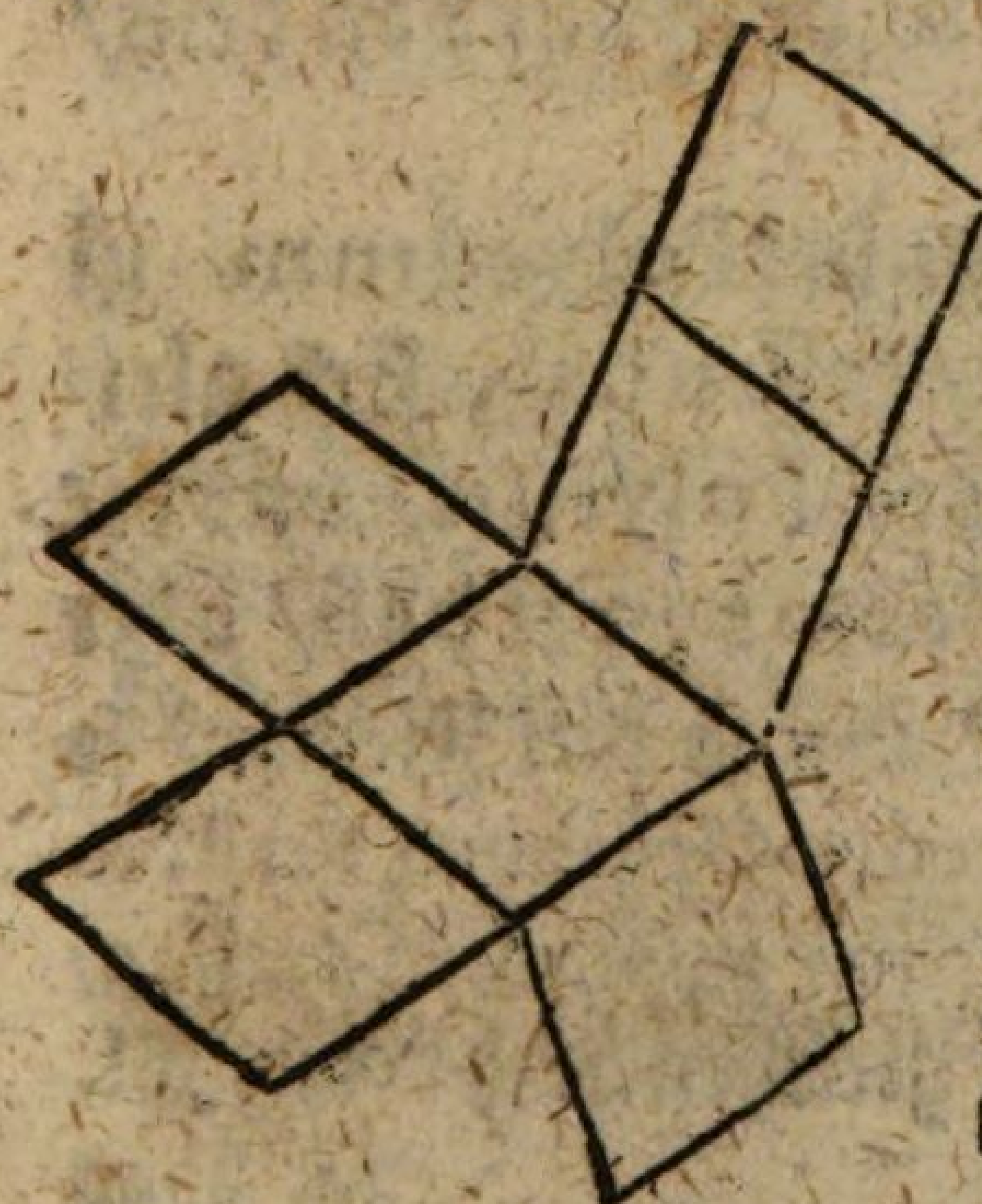
lichen

lichen Pyramidaten/ als so aus gleichlichen Pyramidibus gleichsam zusammen gesetzet. Dahero dann insonderheit solcher Schluß anzuhengen. Consect.

Alle Tetraedra/ wie alle Regulierpyramidaten einerley Geschlechts/ sind gegeneinander wie die Cubi derselben Fugen/ oder andern gleichlichen Linien/ als Höhen oder Diagonien in denselben. Vnd so viel vom Cubo/ folget mit wenigen vom Oblongo/ vnd den andern nach Ordnung.

28. Ein Oblongum oder Vberlengt Rechtwincklicht Parallelepipedum ist dessen Flechen vngleich/ als da Ober vnd Vntere/ Kürtzer oder Lenger seyn als die andern/ so auffgericht stehen. Verstehe von jeder insonderheit. Dahero solches zur base hat entweder ein Quadrat oder Oblongum.

29. Das Schlimwincklichte Parallelepipedum ist gantz von Schlimwincklichten Flechen oder nur zum Theil vmbgeben. Jenes hat ferner gantz gleiche vnd gleichliche oder vngleiche Flechen. Das mit gleichen Flechen wird nicht vnbillig ein Rhombus/ als so von Sechs gleichen Rhombis beschlossen/ genandt; Dieses aber mit den vngleichen Flechen/ ob schon vor oder an sich Rhombi weren/ ein Rhomboides. Dahero wann sechs gleiche Rhombi zu Cörperlichen Winckeln gebürlich zusammen gefügt/ wird ein Rhombus daraus. Consect.



30. Das Schlimwincklichte Parallelepipedum mit vermengten Flechen/ mag gerade seyn/ oder nach

nach einer Seiten sich neigen. Gerade / wann die basis Schlimwincklicht; Vnd nach einer Seiten sich neigent / so dieselbe Rechtwincklicht. Dahero dann ein solches nicht vnfüglich kan ein geschobener oder getruckter Cubus oder Oblongum heissen / als so an einem Theil getruckt oder auff eine Seite geschoben; zum Vnterschiedt des Rhombi vnd Rhomboides; so hier vnd dar getruckt oder geschoben.

31. Ein Trapezium ist ein Hexaedrum aus einem Trapezio aufgeführet / so dann nach dem 15. Elem. dieses Gerade oder Schlim ist.

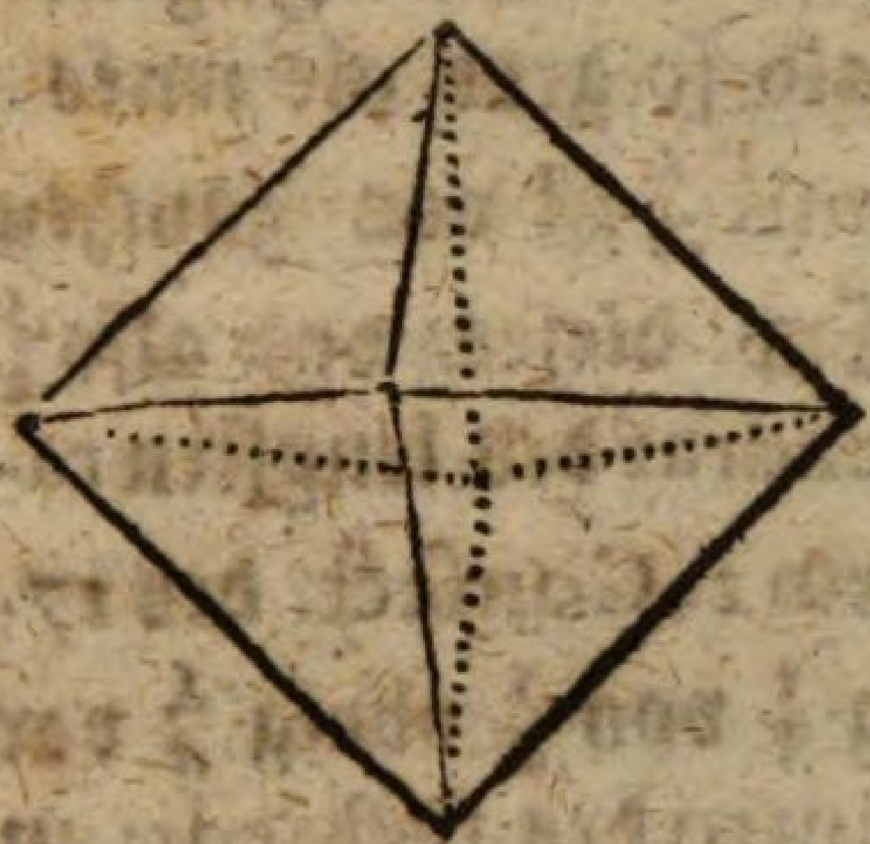
32. Das Vielflechiche Prisma / als so mehr dann Sechs Flechen hat / ist so aus einer Vielseitigen base / als einem Fünff / Sechs / Sieben oder mehr Eckichter Figur anffsteiget. Dahero deren jedes nach dem Stande mag gerade oder schlim seyn / nach dem 15. Elem. dieses. Also wird hier / durch AB / ein Gerades Siebenflechiches Prisma, Prisma Heptaedrum Rectum vorgestelt. Vnd so viel auch in gemein / als insonderheit vom Prismate / folget vom Polyedro Pyramidato, doch nur von dem / so Regulier.

33. Jedes Regulier Polyedrum ist gleich dem Pyramidi / dessen basis sich gleichet mit dem sämptlichen Flechen des Polyedri / vnd die Höhe mit der perpendicular vom centro zur basi / oder jeder andern Fleche in demselben. Dann so viel Flechen / so viel werden gleiche Pyramides im Polyedro Ordinato verstanden / so mit den Spitzen in desselben centro zusammen treffen / vnd also mit dem besagten Pyramide sich gleichen nach dem 5 El. dieses.

34. Das

34. Das Regulier Polyedrum Pyramidatum hat zur base/ vñ also zu jeder andern Flechе ein Regulier Drey oder Fünffeck. Jenes wird nach Anzahl der Flechen/ so viel es haben mag/ als 8 vnd 20/ abgetheilet in ein Octaedrum vnd icosaedrum; Dieses aber/ als so eintzig vnd allein von 12 Flechen/ wird dahero ein Dodecaedrum genennet.

35. Ein Octaedrum ist ein Regulier Polyedrum von 8 Gleichseitigen Triangulen beschlossen. Dahero



1. Seyn im Octaedro 12 Fugen/ 24 flache/ vnd 6 Cörperliche Winckel/ als deren jeder von vier flachen Winckeln vmbgeben ist. Consect.

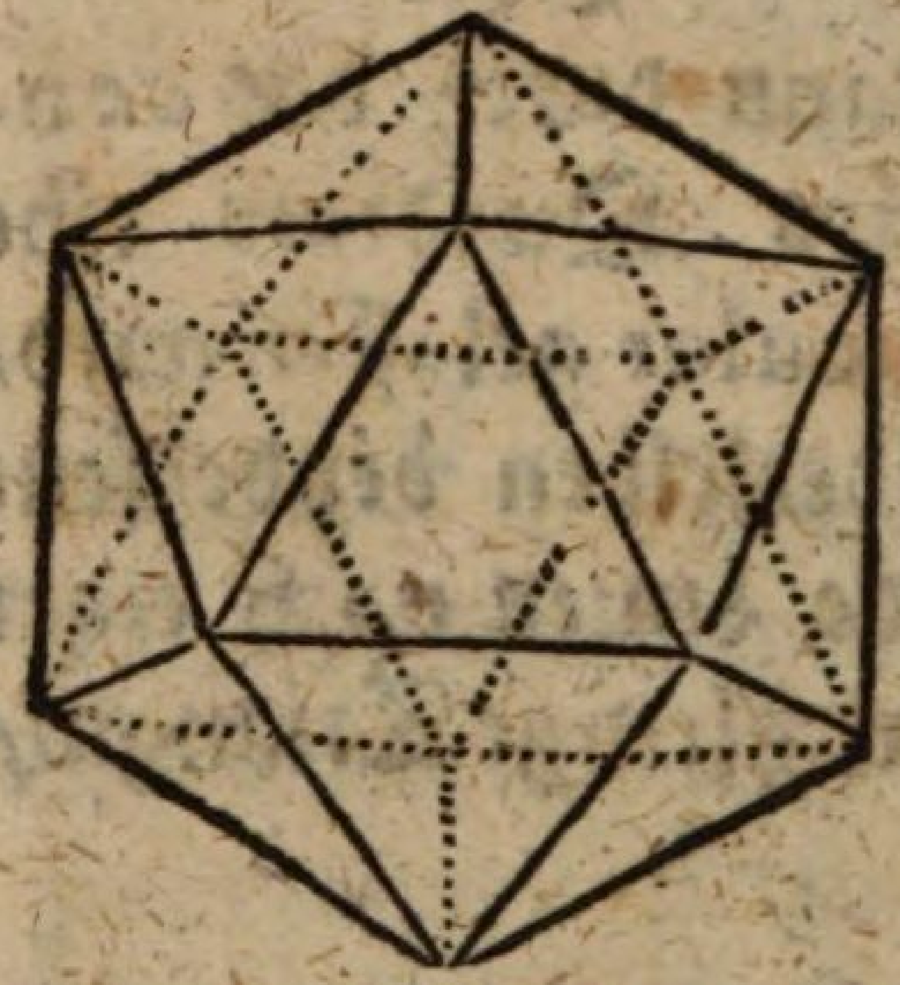
2. Wann 8 gleiche vnnd Gleichseitige Triangul werden zu Cörperlichen Winckeln/ als zu jedem vier flache gestellet/ wird ein Octaedrum daraus. Oder

3 Wann durch das centrum eines Quadrats eine perpendicular gelassen wird/ vnnd zu derselben beyderseits aus den Ecken des Quadrats gerade Linien nach einer Seiten Lenge gezogen/ werden 8 Gleichseitige Triangul/ so das Octaedrum beschliessen.

4. Das Quadrat einer Fugenslenge ist halb so gros als das Quadrat des Diagonii oder Geraden von einem

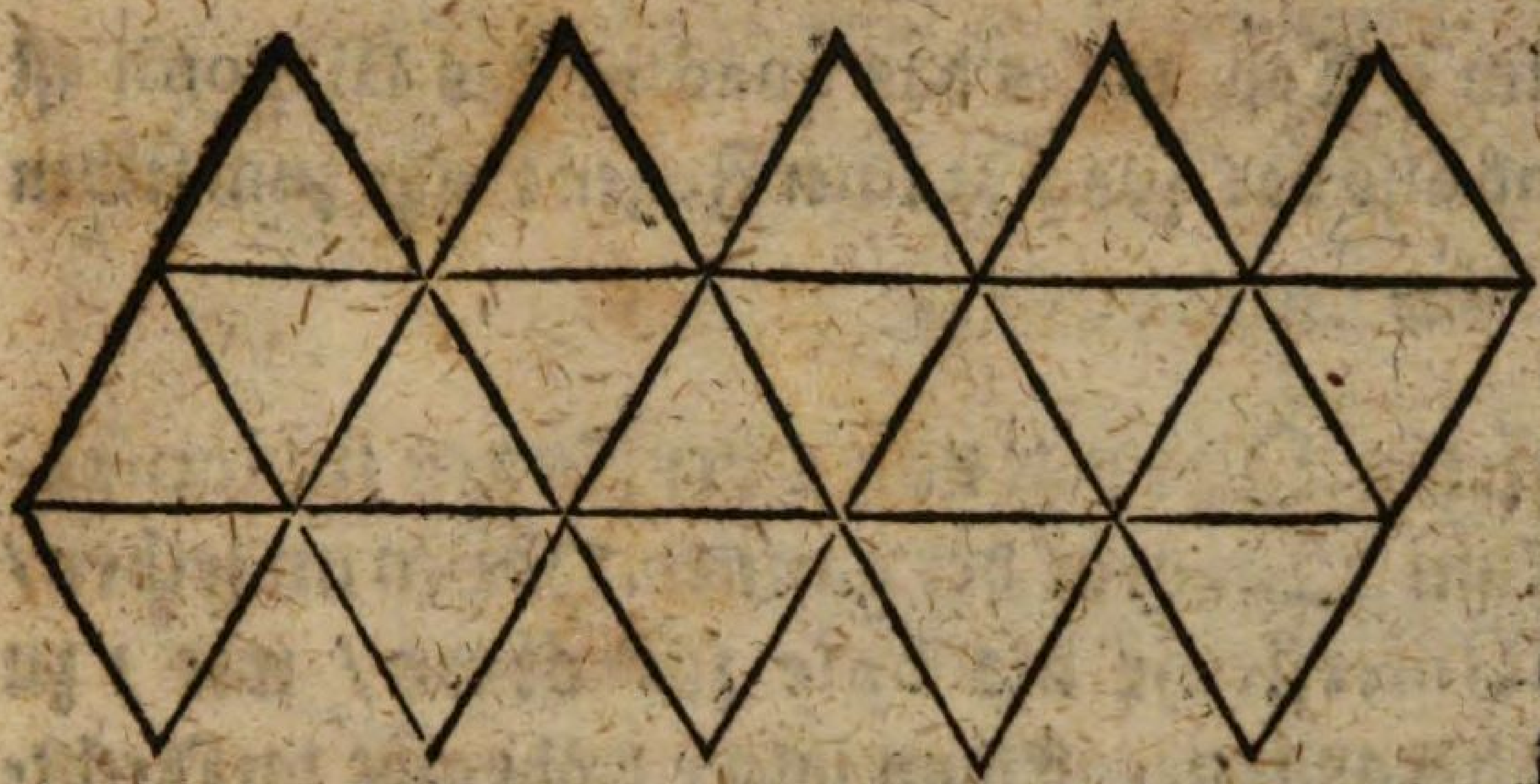
Eck durchs centrum zum andern im Octaedro; Vnd sechsmal so gros als das Quadrat der perpendicular vom centro zur basi/vnd hergegen. Dann das Octaedrum wird/ wie aus dem vorgehenden Consect. zuvernehmen/ gleichsam aus zweyen gleichen Pyramiden mit gleichen quadratbasen zusammen gesetzet/ vnd hat also mit solchen quadraten gemeine Diagonien. Dahero nach dem 1. Conf. des 24 Elem. des 5. C. dieses/das quadrat von jedem Diagonio noch so gros ist als das quadrat dessen Diagonius er ist; nemlich so aus einer Fugens-lenge entspringet; vnd hergegen dieses halb so gros als jenes. Vnd weil das quadrat des halben Diagonii $\frac{1}{4}$ ist vom gantzen nach dem Consect. des 26. Elem. im 5. Cap. dieses/ vnd also $\frac{1}{2}$ vom quadrat der Fugen Lenge/ vnd das quadrat des lengsten radii der basis Octaedri $\frac{1}{3}$ desselben/ nach dem 2. Consect. des 27. Elem. im selben/ so bleibet nach Abziehung $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{2}$ vbrig $\frac{1}{6}$ vor das quadrat der perpendicular aus dem centro des Octaedri zu desselben basi/ nach dem 2. Conf. des 24. Elem. im 5. C. dieses. Dann solch quadrat der perpendicular/ zusampt dem quadrat desselben radii in der base/ gleichet sich mit dem quadrat vom halben Diagonio nach demselben 24. El.

36. Ein Icosaedrum ist ein Regulier Polyedrum von 20 Gleichseitigen Triangulen vmbgeben. Dahero



Consect. 1. Seyn am Icosaedro 30 Fugen 60 flache vnnd 12 Cörperliche Winckel/ als deren jeder fünff flache Winckel vmb sich hat.

2. Wann zwantzig gleiche vnd gleichseitige Triangul werden



werden zu 12 Cörperlichen Winckeln, als zu jedem fünff flache geordnet/ so wird ein Icosaedrū daraus. Oder

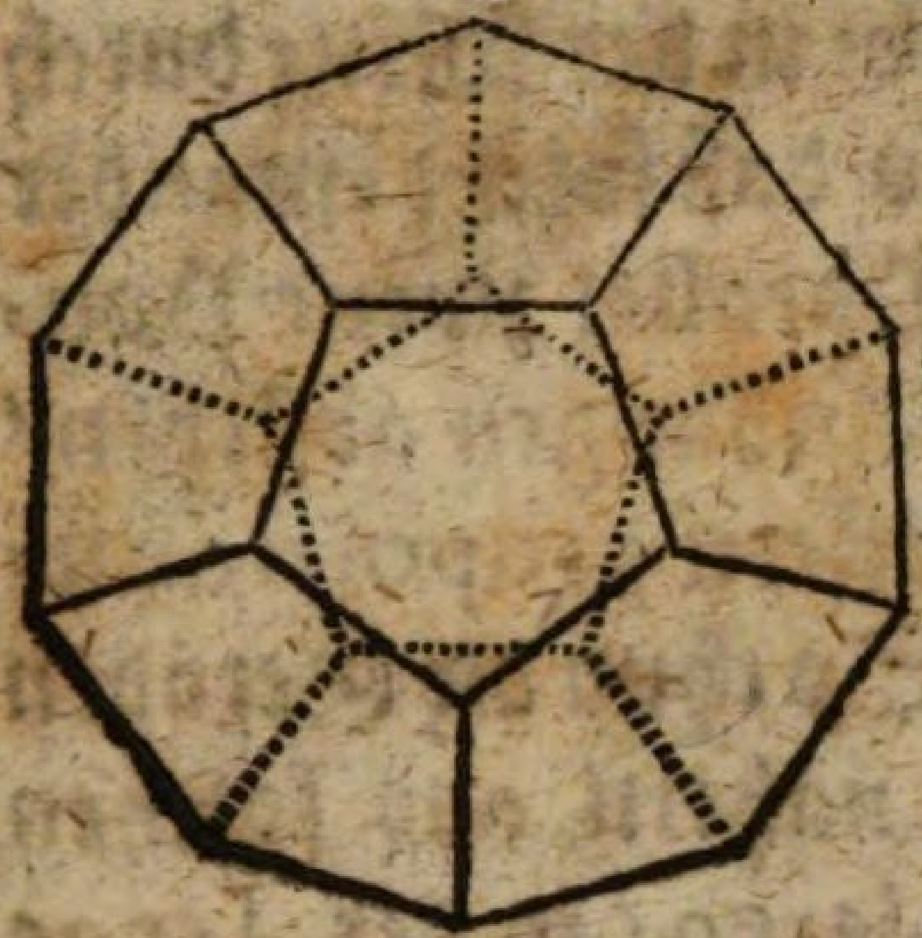
3. Wan zwey gleiche Regulierfünffeck im centro an eine gerade Lini perpendicular also vber einander gestellet/ das die Ecken sich schlim ansehen/ vnd jede von dem nähern beyderseits so weit/ als eine Seite lang ist/ absteher/ so thun die Geraden von einem Eck zum andern ordentlich herumb/ vnd in gleicher Lenge oben als vnten zu einem Punct der gemeinen perpendicular geführet/ ein Icosaedrum vorbilden. Dañ solche gerade Linien beschliessen zwischen den zwenen Regulier Fünffecken 10 gleichseitige Triangul/ vnd als oben wie vnten fünffe/ so zusammen machen zwanzig.

4. Das Quadrat einer Fugenslenge im Icosaedro ist zum Quadrat des Diagonii im selben wie 1. zu $2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$. Vnd hergegen. Dann man betrachte darin zum Diagonio zwo entgegenstehende Ecken welche man wolle/ so wird dadurch ein Triangul verstanden/ vnd zwar nach dem 37. vnd 40. Elem. des 4. C. dieses ein Rechtwincklichtes/ dessen kürtzere Seite zur lengern an dem rechten Winckel/ ist wie das kleinere proportionirte Stück zum grössern/ vnd also jenes quadrat zu dieses wie 1 zu $1\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ nach dem 1. Consect. des 38. Elem. des 5. C. dieses. Dann die kürtzere Seite gibt die Fugenslenge/ so dann betrachtet wird als eine Seite des im Icosaedro versteckten Regulier Fünffecks/ vnd die lengere als die im selben Fünffeck eingeschriebene Gerade. Dahero dann nach dem 2. Consect.

des 24. Elem. im 5. Cap. dieses das quadrat des Diagonii ist $2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$; Vnd also das quadrat einer Fugen Lenge zum selben wie 1 zu $2\frac{1}{2} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

5. Dasselbe Quadrat von einer Fugen im Icosaedro ist ferner zum Quadrat der gantzen Höhen im selben/ als von der Vnterfleche als base zur obern/ wie 1 zu $1\frac{1}{6} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$/ vnd hergegen. Dann solche Höhe gibt im Rechtwinckliechten Triangul eine Seite/ vnd zwar die lengere an dem rechte Winckel/ die ander vnd kurtzere aber an demselben die Differents/ so da ist zwischen den lengsten vnd kurtzsten radien/ in des Icosaedri base/ als so sich/ nach dem 1. Consect. des 27. Elem. des 5. Cap. dieses/ mit dem kürtzern radio oder der perpendiculari vom centro in derselben gleichet/ vnd die dritte/ als die Hypotenus/ gibt die Höhe oder perpendicular vom Spitz zur entgegenstehender Seiten des im Icosaedro Regulier Fünffecks. Dahero von solcher quadrat/ als so da ist nach dem 4. Consect. des 43. Elem. im 5. C. dieses $1\frac{1}{4} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$ abgezogen $\frac{1}{12}$/ vor das quadrat des kürtzsten radii oder perpendicular aus dem centro nach dem 27. Elem. des 5. C. dieses/ bleibet vor das quadrat der gemelten Höhe des Icosaedri nach dem 2. Conf. des 24. El. desselben/ $1\frac{1}{6} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$/ nemlich wann 1 vor das quadrat der Fugenlenge genommen wird. Welches aus dem vorgehenden auch erscheinet. Dan von dem quadrat des halben Diagonii/ als da ist $\frac{5}{8} + \sqrt{\frac{5}{64}}$ subtrahiret das quadrat des lengsten radii in der base $\frac{1}{3}$ nach dem 2. Conf. des 27. El. des 5. Cap. dieses/ lest vbrig nach dem 2. Consect. des 24. Elem. desselben $\frac{7}{24} + \sqrt{\frac{5}{64}}$ vor das quadrat der halben Höhe. Dahero das quadrat der gantzen/ wie oben/ $1\frac{1}{6} + \sqrt{1\frac{1}{4}}$.

37. Ein Dodecaedrum ist ein Regulier Polyedrum von

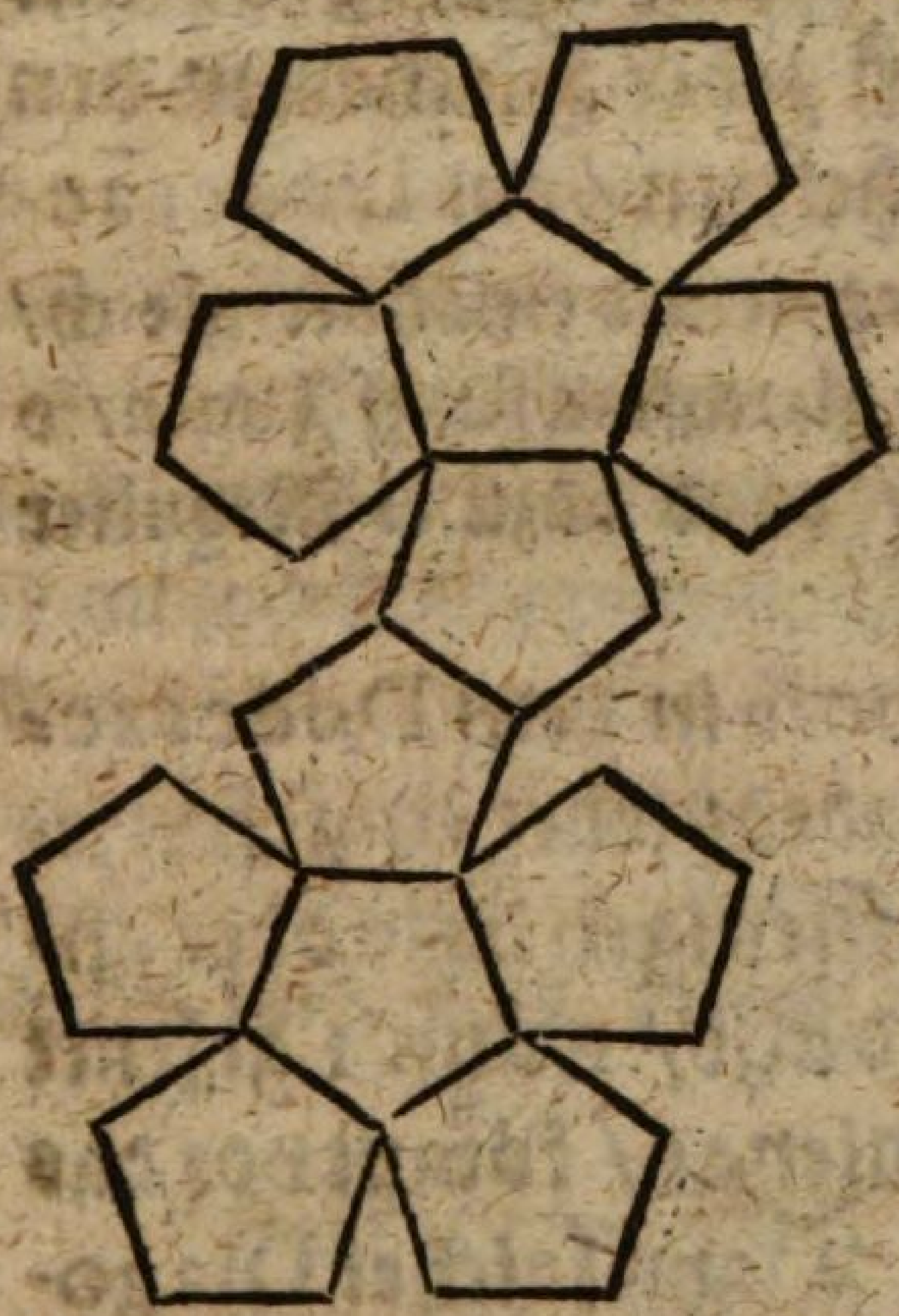


von 12 Regulierfünffecken beschlossen. Dahero

Consect.

1. Seyn im Dodecaedro 30 Fugen / 60 flache vnd 20 Cörperliche Winckel / als deren jeder von 3 flachen Winckeln vmbgeben ist.

2. Wann 12 gleiche Regulierfünffeck zu 20 Cörperlichen Winckeln gestellet / als zu jedem 3 flache / wird ein Dodecaedrum daraus. Oder



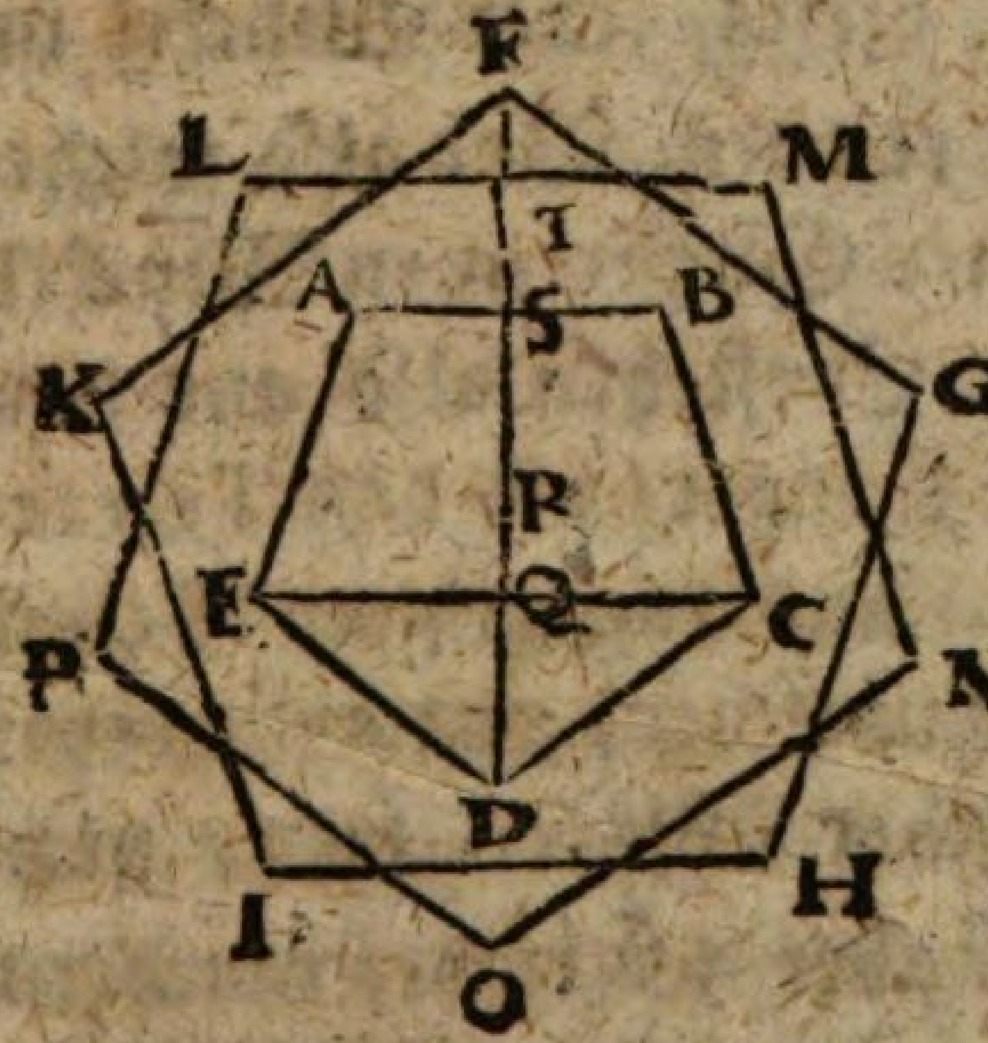
3. Wann zwey Regulierfünffecken mit den lengsten radien / als so zu den Ecken gehen / allerseits gleich vnd so weit fortgeführet / das solche mit den Endungen begreiffen die Lenge jeder in denselben Fünffecken eingeschriebenen Geraden; Vnd dann im centro an eine gerade Lini perpendicular gestellet / daß solche radien einander schlim in der Weite / als jede Seite der Fünffecken lang ist / ansehen / auch aus jederm Eck derselben blinde perpendicularen / als in dem obern Fünffeck / fünff vber sich vnd in dem vntern fünff vnter sich gezogen / so thun die Geraden von den Endungen der continuirten radien vmbher / vnd dann in gleicher Weite zu den perpendicularen / vnd von einer perpendicular zur andern nechsten ein Dodecaedrum beschliessen. Dann die Geraden zwischen den radien geben 10 Fugen / vnd dann die zu den perpendicularen 10 / vnd von einer perpendicular zur andern 5 oben vnd 5 vnten / so zusammen 30 Fugen zu 12 Regulier Fünffecken machen. Oder

4. Wann jede Fleche eines Cubi in der Mitte durch eine Parallellini zertheilet wird / also daß solche einander entgegen stehen / vnd dann in jeder Parallel zwene Puncten so gleiche Weit von derselben Endungen abstehen / vnter sich aber die Leng des davon grössern proportionirten Stücks beschliessen / gezeichnet; So thun die Geraden aus jedem im Cubo zu den dreyen nähern aus solchen Puncten auffgeführten perpendicularen / in der Lenge solches grössern proportionirten Stücks gezogen / mit denen so die perpendicularen auff jeder Flechen in den intersection Puncten zusammen hefften / ein Dodecaedrum vorstellen. Dann solche Geraden sind einander gleich / vnd machen vber jeder Cubischer Fleche gleichsam fünff Fugen / so sechsmal genommen / thun 30 Fugen / vnnd dazu 11 Regulier Fünffeck.

5. Das Quadrat des Diagonii in dem Dodecaedro ist dreymal so gros als das Quadrat jeder eingeschriebenen Geraden in der Regulier Fünffseitigen basi oder andern Fleche des Dodecaedri; Vnd also / wann 1 gesetzet wird vor das Quadrat einer Fugenlenge / kömpt vor das Quadrat des Diagonii $4\frac{1}{2} + \sqrt{11\frac{1}{4}}$. Dann solcher Diagonius ist gemein mit dem vom Dodecaedro eingeschlossenen Cubo / als dessen jede Fuge gibt im Regulier Fünffeck die eingeschriebene Gerade / wie aus dem vorgehenden zuverstehen / vnd folgents derselben Quadrat der Cubischen Flechen eine. Dahero dann solches Diagonii Quadrat 3 mal so gros ist als das Quadrat derselben eingeschriebenen nach dem 3. Consl. des 24. El. dieses.

6. Die halbe Höhe des Dodecaedri / als so vom centro zur basi langet / ist gleich der Höhe oder perpendicular vom centro zur basi im Regulier Fünffeck / dessen Seiten eine sich gleichet mit einer in der Fleche des Dodecaedri

caedri / als auch in einem Regulier Fünffeck / eingeschriebener Geraden; Vnnd also / wann 1 genommen wird vor das Quadrat einer Fugenslenge / kömpt vor das Quadrat solcher Höhe oder perpendicular $\frac{5}{8} + \sqrt{\frac{321}{320}}$. Dann solch Fünffeck ist zwiefach in dem Dodecaedro zu finden / nach dem vorgehenden 3. Conf. vnd da jedes gleichsam nach dem perpendicul / auff die vntergestelte basin nidergelassen / wird dadurch die Höhe jedes Ecks von der Ober als Vnterfleche oder base leicht erkandt. Als zum bessern Verstande sey die basis im Dodecaedro das Regulier Fünffeck / ABCDE / vnd das besagte zwiefache / als nach der eingeschriebenen Geraden CE / wie es perpendicular auff die gemeine basin nidergelegt / FGHIK / vnd LMNOP. Dahero dann zuverstehen / in Betrachtung / wie die basis an einer Seiten als AB zum gebührenden Stand als eine auffgerichte Fleche / erhaben / daß die von dem / als erhöheten Eck D niderfallende perpendicular in das F treffen müsse; In gleichen die vom E in das L / vom C in das M / vnd vom Q in das T / vnd also weil DR zu FR / wie AB zu FG / als das kleinere proportionirte Stück ist zum grössern / vnd nach dem 3. Conf. des 43. Elem. im 5. Cap. dieses / DR zu RS / wie dasselbe kleinere Stück



zum halben Theil vom grössern / RS gleich sey dem FS. Dahero weil nach angezogenen 3. Conf. des 43. El. im 5. Cap. dieses / auch das quadrat von DS fünffmal so gros ist als das quadrat von RS oder FS / muß das quadrat der perpeudicular vom erhöheten Eck D in das F / viermal so gros seyn als das quadrat von FS / nach dem 2. Conf. des 24. Elem. im 5. C. dieses. Derowegen dann solche perpendicular noch so lang ist als FS oder RS nach dem Conf. des 26. Elem im selben. Vnd also vrtheile auch von der perpendicular aus dem Q in das T; das solche noch so gros als ST nach dem 26. El. des 4. Cap. dieses.

Nun

Nun wird von solchen beyden perpendicularen die gantze Höhe des Dodecaedri gleichsam zusammen gesetzet/ vnd also von deren Helffte/ als von RS vnd ST die perpendicular aus dem centro zur basi/ nemlich RT. Daraus dann die proportion des quadrats von der Fugenlenge gegen dem quadrat der halben Höhe leicht zu finden/ auch nach dem vorgehenden Consect. doch mit Zuthun des 24. Elem. des 5. Cap. dieses vnd 4. Conf. des 43. El. im selben; zu examiniren ist. Dann vom quadrat des halben Diagonii/ so da ist $1\frac{1}{8} + \sqrt{\frac{45}{64}}$/ abgezogen das quadrat des lengsten radii in der base des Dodecaedri/ als $\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{5}{20}}$/ lest vbrig vor das quadrat der halben Höhe/ $\frac{5}{8} + \sqrt{\frac{121}{320}}$ / wie obstehet.

38. Vnd sind also von Ebenen Flechen nur fünff Geschlechte der Regulier Cörper. Dann so viel mögen nur vnterschiedene Winckel aus den Regulier Ebenen Flechen seyn/ als drey aus den Regulier Triangulen/ einer aus den Quadraten/ vnd einer aus den Regulier Fünffecken. Dann erstlich aus dreyen Triangulen wird einer im Tetraedro/ so aus zweyen vnmüglich; Darnach aus vieren einer im Octaedro; vnd dann aus fünffen im Icosaedro; nicht aber aus sechsen oder mehren. Weil nach dem 32. Elem. des 4. Cap. dieses/ jeder Winckel im Regulier Triangul thut $\frac{2}{3}$ von einem rechten; Vnd also solcher sechs so viel als vier rechte/ so aber keinen Cörperlichen Winckel/ sondern eine Ebene Fleche machen. Entstehen also aus dem Regulier Triangul die drey Regulier Cörper/ als das Tetraedrum, Octaedrum vnd Icosaedrum. Aus angezeigter Vrsach mögen nur aus dreyen quadraten ein Cubischer/ vnd aus dreyen Regulier Fünffecken ein Dodecaedrischer Winckel seyn/ nicht aber aus vieren; so dort 4 rechte/ hier aber $4\frac{4}{5}$ rechte machten. Dann die sämptlichen im Fünffeck thun 6 rechte/ vnd also viere von denselben $4\frac{4}{5}$ rechte. Gnug von den Cörpern mit Ebenen Flechen/ folget mit wenigem von der Sphæra/ Cono vnd Cylindro.

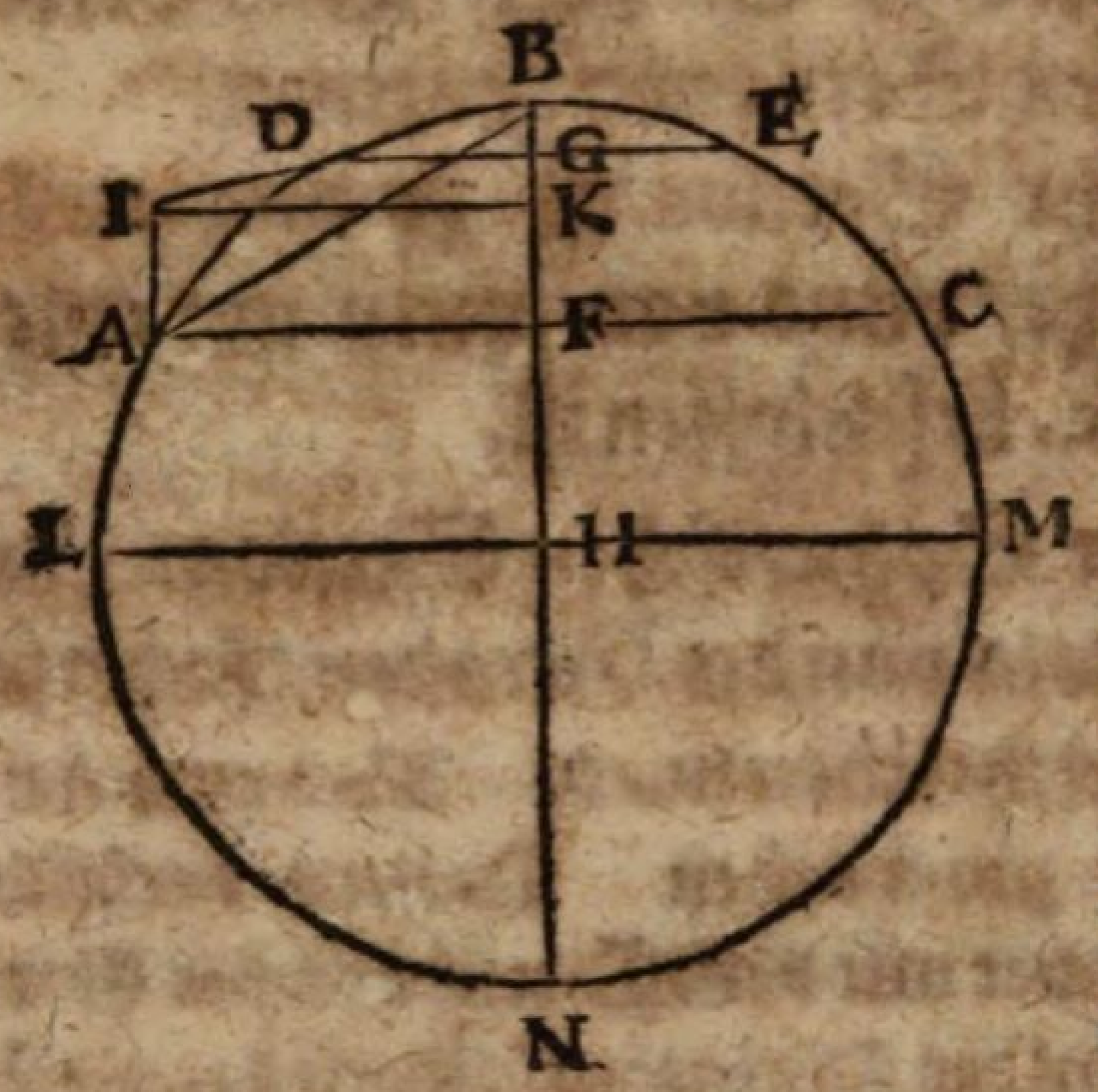
39. Eine Sphær oder Sphæra ist ein Schlecht Rundes Corpus/ als so von einer Sphærischen/ als gantz runden Flechen beschlossen. Wird dahero durch Vmbführung eines halben Circuls vmb seinen Diameter/ so vnbeweglich bleibt/ wie derselben Fleche durch Vmbführung der halben peripheri vmb denselben/ nach dem 14. Elem. des 2. Cap. dieses verstanden/ auch vor ein Reguliersigur oder Cörper nach dem 4. Elem. des 4. C. dieses gehalten/ ja so vnter allen Cörpern ist das Regulierste/ als so in allen Puncten des Vmbfangs gantz gleich vnnd gleichlich ist.

40. Wann eine Sphær oder Runde Kugel durch eine Ebene Fleche zerschnitten wird/ so ist solcher Durchschnidt ein Circul/ wegen des allerseits gleichlichen Standes/ wie dahin das vorgehende 39 El. zilet. Vnd werden solche Abschnidt insonderheit Sectionen genennet.

41. Eine Sphærische Section ist/ so von aussen mit der Sphærischen Fleche/ vnnd von jnnen mit einem Circul/ als der Section base, beschlossen ist.

42. Die Fleche jeder Sphærischen Section/ ohne die basis/ ist gleich dem Circulo von der Geraden/ so derselben halben peripheri eingeschrieben wird. Als durch ABC sey eine Sphærische Section zuverstehen. Dahero derselben Fleche/ ohne die basis/ sich gleichet mit dem Circul von der Geraden AB als einem radio oder halben Diameter. Dieses zuverstehen/ so ist ein Aug zu haben auff den Anfang vñ Fortgang der peripheri/ in Haltung gegen der geraden Lini/ so wol der Sphærischen Fleche/ gegen der Ebenen. Dann wie die peripheri von der geraden Lini sich mehr vnd mehr abthut/ je weiter sie fortgeführet wird/ also auch die Sphærische Fleche von der Ebenen/ zeucht sich gleichsam mehr vnd mehr ein/ vnd wird kleiner in Betrachtung gegen der Ebenen Flechen/ so mit derselben von gleicher Lenge. Als zum Exempel/ wie vnter den Stücken der peripheri AB vnd BD/ jenes als das Grössere mehr vnd mehr von der Ge-

raden abweichet/ vnd sich beuget/ als dieses das kleinere BD/ also ist zwischen den Stücken oder Sectionen der Sphærischen Fleche/ als ABC dem Grössern vnd der Ebenen von gleicher Lenge mit derselben/ nemlich dem Circul von der Lenge der peripheri AB/ als einem radio oder halben Diameter/ eine grössere Differents/ als die zwischen dem kleinern DBE vnd der Ebenen/ als dem Circul von der Lenge der peripheri BD/ als auch einem radio oder halben Diameter. Dahero dann zwischen solchen Sectionen oder Stücken der Sphærischen Fleche eine kleinere Differents seyn muß/ als zwischen den besagten Circulen. Dann wie der Circul von der peripheri BD sich fast gleichet mit der Flechen der Section DBE/ als der kleinern/ also thut der Circul von der peripheri AB die Fleche der grössern ABC weit vbertreffen. Hergegen ist zwischen den Flechen der Sectionen eine grössere Differents als zwischen derselben basen/ das ist/ zwischen den Circulen von AF vnd DG/ als halben Diametern. Dann dieser von DG gleichet sich auch beynahe mit der Fleche der Section DBE/ jener aber von AF wird weit von der andern vbersetzet. Also verhelt sichs auch mit den Circulen von den eingeschriebenen Geraden AB vnd BD/ gegen den basen oder Circulen von AF vnd DG das nemlich vnter jenen auch eine grössere Differents sey als vnter diesen/ gleich wie in den Flechen der Sectionen. Dann aus dem D die Gerade BD fortgeführet biß in das I/ da es an die Gerade/ aus dem A der Sphærischen Axi BHN Parallel gelanget/ vnd dann aus dem I auff BH eine perpendicular gestellet IK/ so ist solche zu DG/ wie BI zu BD/ nach dem 26. Elem. des 4. Cap. dieses; Vnd also auch AF zu DG/ wie BI zu BD. Dahero weil AB lenger ist als BI/ als



so

so dem grössern Winckel entgegen/ nach dem 15. Elem. des 4. C. dieses/ so ist zwischen AB vnd BD eine grössere Differentz oder proportion als zwischen AF vnd DG/ vnd also auch zwischen derselben Circulen/ nemlich von AB vnd BD eine grössere Differentz als von AF vnd DG/ wie gemelt. Regulieren sich also die Circuli von AB vnd BD den eingeschriebenen Geraden in allen nach den Flechen der Sphærischen Sectionen ABC vnd DBE/ das ist wie die Sphærische Fleche vor sich nicht eilends zunimpt/ wie der Circul von der peripheri/ auch nicht so langsam wie die basis der Section/ also ist es dar auch beschaffen; Vnd wie nahe am Anfang als dem Punct oder Polo B/ zwischen dem Circul von der Lenge der peripheri/ als so zu gros/ vnd der base/ als so zu klein/ das einige Mittel der Circul von der eingeschriebenē Gerade/ der sich also mit der respondirenden Sphærischen Fleche gleiche/ so bleibet solche Gleichheit auch biß zu Ende in allen Sectionen.

Dahero

Die Fleche jeder Sphær oder Runden Kugel ist viermal so gros als in derselben gröster Circul. Dann nach diesem 42. Elem ist der Circul von der eingeschriebenen Geraden BL gleich der halben Sphærischen Fleche. Dahero weil solcher noch so gros ist als der Circul von BH/ so der gröste ist in der Sphær/ nach dem 31. Elem des 6. Cap. vnd 1. Consect. des 24. Elem. des 5. Cap dieses/ so ist die gantze Sphærische Fleche viermal so gros als derselbe. Welches auch alsbald zuverstehen gibt die Axis BN. Dann nach derselben als einen halben Diameter einen Circul beschrieben/ so sich dann mit der gantzen Sphærischen Fleche nach diesem 42. Elem. gleichet/ vnd viermal so gros ist als der Circul von BH halben Theil der Axis/ nach dem angezogenen 31 Elem des 6 C vnd Cons. des 26. El. des 5. C. dieses. Hierauff setzen wir der Ordnung nach von der gantzen Sphær also. Consect.

43. Jede Sphær oder Runde Kugel ist gleich dem Pyramidi/ dessen Höhe sich gleichet mit der halben Axe oder Diameter der Sphær/ vnd die basis mit der Sphærischen

rischen Fleche/ das ist nach dem Conſ. des vorgehenden/ mit dem Circul von der gantzen Axe der Sphær/ als einem radio oder halben Diameter. Dann die Sphær wird betrachtet wie ein Regulter Pyramidat von vnzehlichen gleichsam Pyramiden zusammen gesetzet/nach dem 33. El. dieses.

44. Die Sphæren oder Runde Kugeln sind gegen einander/ wie die Cubi von derselben Diametern oder Axen. Dann wie im vorgehenden/ so werden die Sphæren gehalten/ als gleichliche Regulter Pyramidaten/ von vnzehlichen gleichsam Pyramiden zusammen gesetzt. Dahero dann nach dem Conſ. des 27. El. dieses/ sich gegen einander halten/ wie die Cubi von derselben Axen/ als vntersich gleichlichen Linien nach dem Stande.

45. Die Sphærische Section ist/wie bey dem Circul/ auch gleich oder vngleich. Gleich/ so durchs centrum der Sphær gehet/ oder so zur base hat den grösten Circul der Sphær/ als da ist eine halbe Sphær.

46. Die vngleiche Section ist ferner grösser oder kleiner als die halbe Sphær. Grösser/ so das centrum der Sphær in sich begreifft; Kleiner/ so nicht.

47. Sector Sphæræ ein Sphærischer Theiler ist/ so von aussen mit der Sphærischen Fleche vnd von innen mit einer Conischen Fleche/ dessen Spitz biß in das centrum langet/ beschlossen ist.

48. Der Sector ist in Haltung gegen der halben Sphær auch grösser oder kleiner als dieselbe.

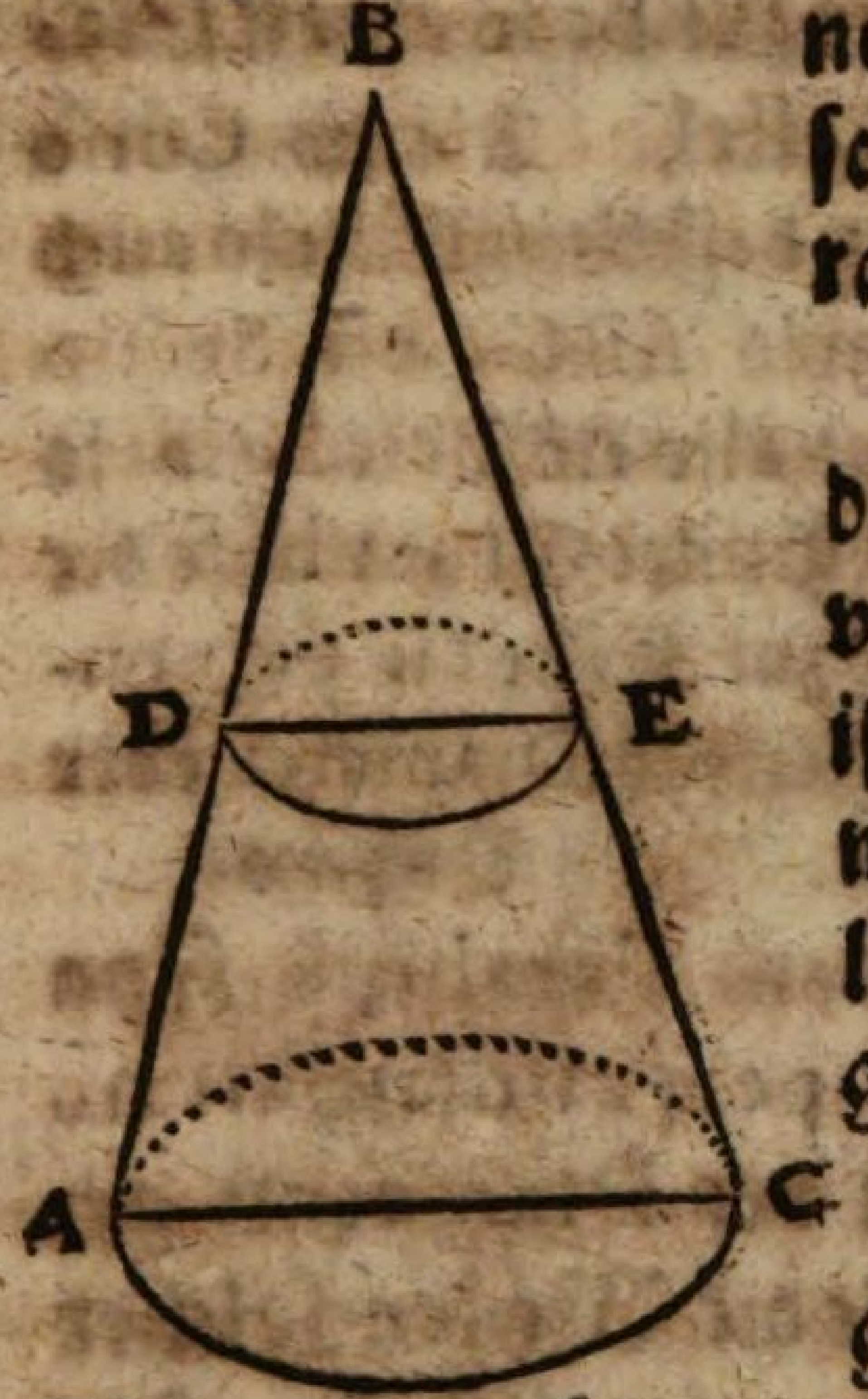
49. Der Grössere Sector ist/ so von aussen mit der Sphærischen Fleche/ vnd von innen mit der innern Hölen Conischer Flechen beschlossen ist.

50. Der Kleinere Sector ist/ so von aussen mit der Sphærischen Fleche/ vnd von innen mit der Conischen eussern Fleche beschlossen. Gnug von der Sphær vnd der-

derselben Stücken/ folget vom Cono vnd Cylindro zum Beschluß.

51. Ein Conus oder Runder Kegel/ ist so von einer Conischen Fleche vnd einem Circul/ als der base/ beschlossen ist.

52. Wann ein Conus durch ein Planum oder Ebene Fleche zerschnitten wird/ so geschicht solches entweder der basi Parallel/ oder derselben entgegen.



53. Ist der Durchschnidt oder die Sectio der basi Parallel/ wie zuverstehen an DE/ im Cono ABC/ so ist solche Circular/ als so der basi AC wegen ParallelStandes vnd gleichlicher proportionirten Linien gantz gleichlich.

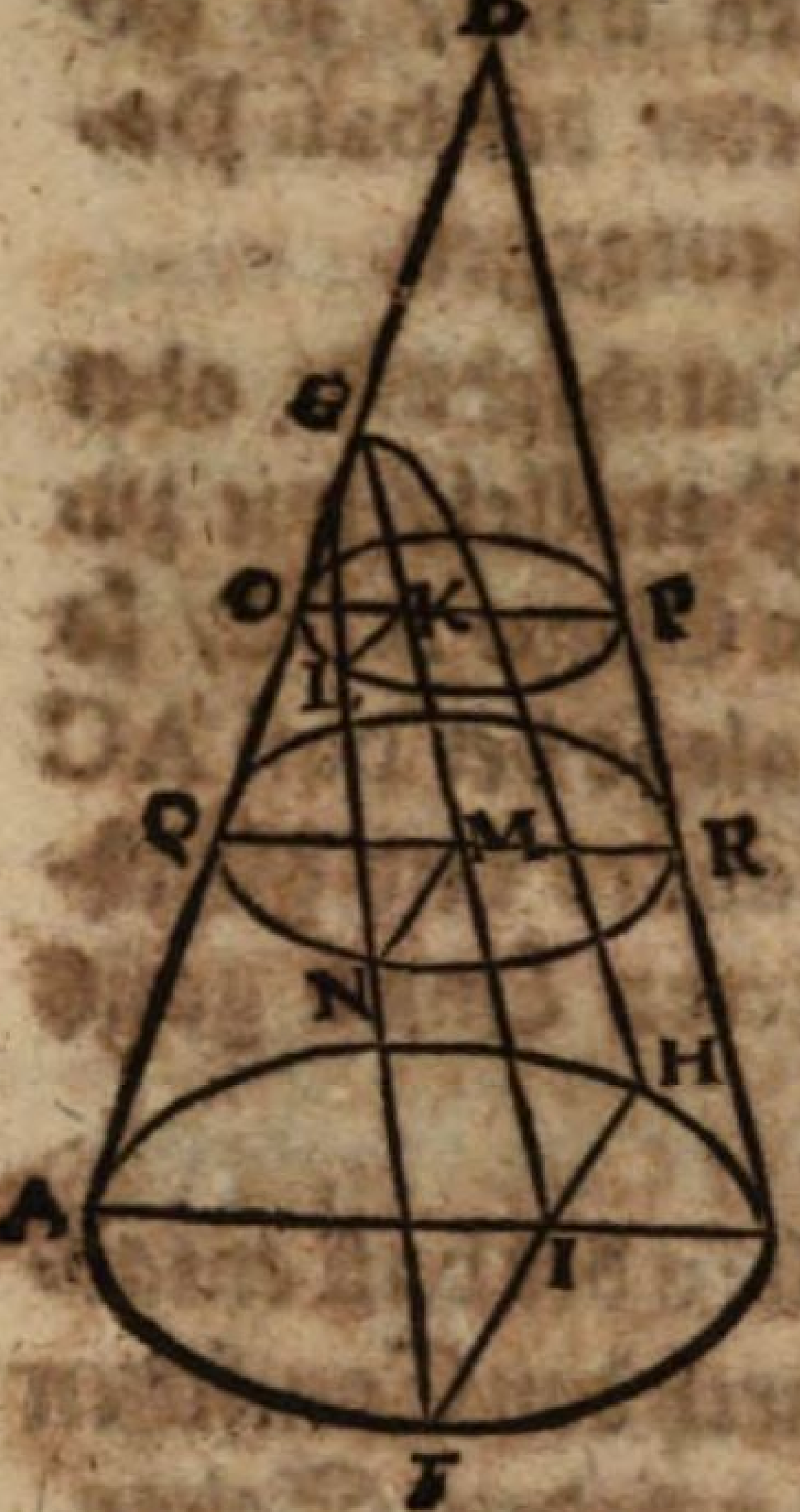
54. Ist die Sectio der basi entgegen/ vnd streichet durch den Conischen Spitz/ so gibt es ein Triangul von geraden Seiten. Dann jede Lini vom Spitz zu jedem Punct in der peripheri der basis/ ist eine gerade Lini nach dem 17. El. des 1. C. dieses; Wie dann auch jede in der base von einem Punct zum andern/ als in einer Ebenen Fleche. Weil aber der Linien in der base vnzehlich seyn können/ als Diametri vnd andere so keine Diametri/ also auch im Cono vnzehliche Triangul. Darunter dann insonderheit zu sehen ist auff ein solches/ so zur base hat einen Diameter in der Conischen base/ vnd zu gleich auff derselben Winckelrecht stehet; Wie das Triangul ABC/ als so zur base hat den Diameter AC der Conischen basis/ vnd auch in derselben Winckelrecht auffgericht.

55. Nach diesen zweyen Sectionen als dem Circul/ so der basi Parallel/ vnd dem Triangul/ so aus dem Coni-

 schen

schen Spitz gehet/ sind insonderheit noch drey Sectionen mit Gemischten Linien/ nach derselben Linien oder eingeschriebenen Geraden Eigenschafft genennet Parabola Hyperbole vnd Ellipsis.

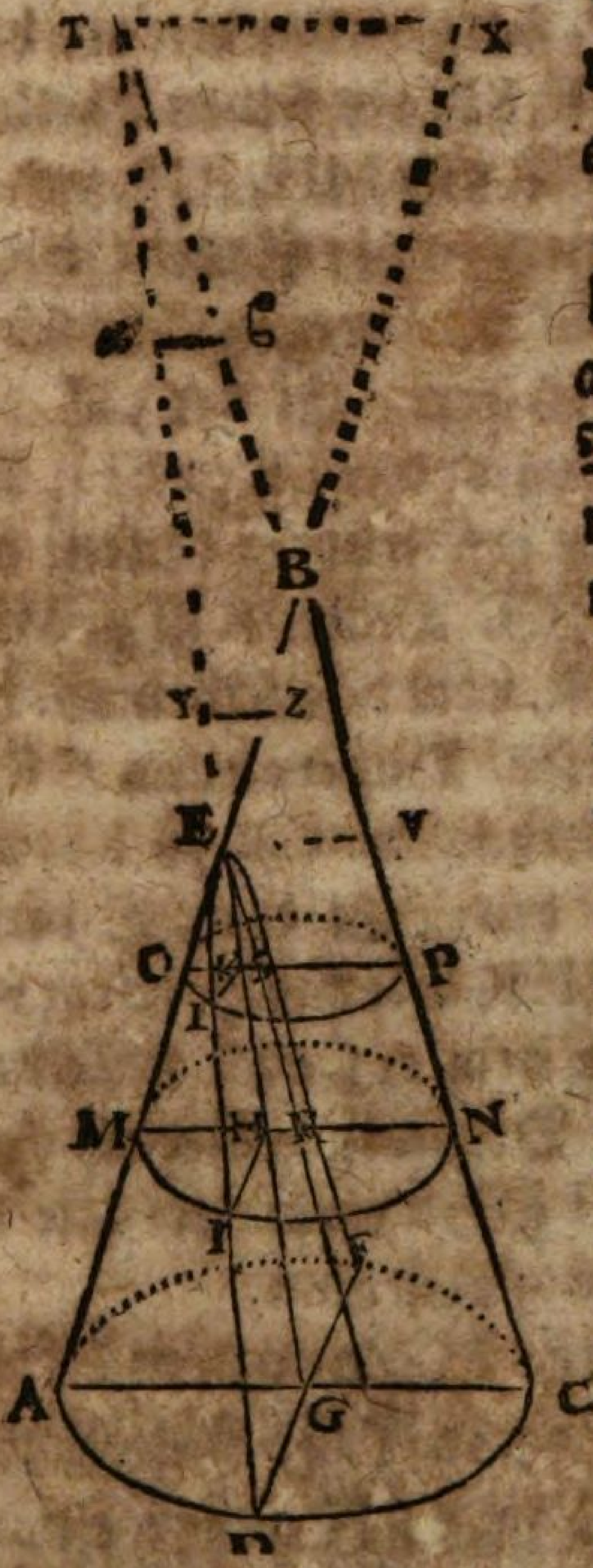
56. Parabola ist eine Conische Section/ einer Seiten des Coni/ oder des aus der Mitte der basis auffgeführten Trianguls/ so zur base einen Diameter hat/ Parallel. Als im Cono ABC ist der Seiten desselben BC/ als auch des darin Trianguls ABC/ die Sectio FGH Parallel/ vnd also ein Parabola/ so zum Spitz hat das Punct G/ zur base die Gerade FH/ Vnd zur Höhe die perpendicular GI/ so sonsten der Diameter oder Axis genennet wird. Dahero



Consect. In einer jedem Parabola seyn die Quadrat der perpendicularen aus jedem Punct des Diameters gegen einander/ wie die Weiten solcher perpendicularen vom Spitz. Als das quadrat von der perpendicular KL ist zum quadrat von der perpendicular MN/ wie GK zu GM. Dann den Conum im K vnd M der basi AFC Parallel durchschnitten/ so sind die Sectiones Circular nach dem vorgehenden 53. Elem. OLP vnd QNR/ vnd haben die perpendicularen KL vnd MN gemein mit der Parabola. Dañ zuverstehẽ es zertheile die Parabolam das Triangul ABC nach der Lini GI gleich in der Mitte/ vnd darzu Winckelrecht/ Wie auch die Conische basin vnd derselben jede Parallel Fleche/ als OLP in der Geraden OP vnd QNR in der Geraden QR als Diametern derselben/ das also die perpendicularen KL vnnd MN/ gemeine Sectionen seyn der Parabolæ mit den Circulis OLP/ vnd QNR/ nach dem 2. Consect. des 22. El. des 2. C. dieses. Dahero das Oblongum OKP/ das ist von OK, KP sich gleichet mit dem quadrat von KL/ vñ das Oblongum QMR mit

mit dem quadrat von MN nach dem Conf. des 9. El. des 6. C. dieses/ vnd seyn also dieselben Oblonga gegen einander wie die quadraten von KL vnd MN/ nach dem 7. axi. Die Oblonga aber sind wegen gleicher basen oder Höhen gegeneinand/ wie OK zu MQ/ nach dem 9. El. des 5. C. dieses. Dahero das quadrat von KL ist zum andern von MN/ wie OK zu MQ; Wie aber OK zu MQ/ also hat sich nach dem 23. oder 26 El. des 4. C. dieses/ auch GK zu GM. Derowegen dann das quadrat KL zum quadrat MN/ wie GK zu GM.

57. Ein Hyperbole ist eine Conische Section keiner Seiten Parallel; Mag aber auch von innen zur andern nicht gelangen/ als so mehr vnd mehr sich davon abthut. Also ist die Section DEF/ so da gehet durch die Seite AB/ eine Hyperbole, als so der andern BC nicht Parallel; Mag aber auch zu derselben von innen nicht gelangen; als so davon mehr vnd mehr abweichet. Das E gibt den Spitz der Hyperbole, die basin derselben die Gerade DF vnd die Höhe oder Diametern EG/ so man insonderheit Axem zu neñen pflegt/ vnd wird bis an die aus dem B fortgeführte andere Conische Seite BC continuirt verstanden/ das also in derselben das Mittelpunct zwischen beyden Conischen Seiten das centrum der Hyperbole vorzeiget. So dann dahero ausser der Hyperbole anzutreffen ist.



Dahero

I. In jeder Hyperbole seyn die Quadraten der perpendicularen/ aus jedem Punct des Diametri gegen einander/ wie die Weiten solcher perpendicularen vom Spitz/ zusampt Consect.

der-

derselben Quadraten. Als das quadrat von der perpendicular KL/ist zum quadrat von d' andern HI/ wie EK zu EH zusampt dem quadrat von EK zum quadrat von EH. Dann den Conum durch die Puncten H vnd K der basi AC Parallel durchschnitten/ so sind die Sectiones MIN vnd OLP Circular/vnd haben die perpendicularen HI vnd KL gemein mit der Hyperbole/ wie in der Parabola es dargethan / vnd sind also die Oblonga OKP vnd MHN gegen einander/wie die quadrat der perpendicularen KL vnd HI/ als so sich mit denselben gleichen/ nach dem Conſ. des 9. El. des 6. C. dieses. Nun im Triangul ABC aus dem E der Seiten BC eine Parallel gezogen/ so MN durchschneidet im R,/ vnd OP im S/ so thut das Oblongum OKP, sich gleichen mit den beyden Oblongis zusammen OKS vnd OK, SP, als seinen Theilen; Wie dañ auch das ander MHN mit MHR vnd MH, RN, zusammen/ als seinen Theilen. Es hat aber jenes ander Stück Oblongum OK, SP sich zu diesem andern MH, RN/wegen Gleichheit PS,RN, als d' basen,wie OK zu MH nach dem 9 El. des 5.C. dieses vnd also nach dem 26. El. des 4. C. dieses/ wie EK zu EH; Vñ das erste vnter jenen OKS zu MHR dem ersten vnter diesen/ wie das quadrat von EK zum quadrat von EH. Dañ OK ist zu MH/ wie EK zu EH; vnd also auch KS zu HR nach demselben 26. El. oder vorgehenden 23. El. des 4. C. dieses. Dahero dann OK zu MH/ wie KS zu HR. Vnd durch vmbwechseln/ OK zu KS/ wie MH zu HR/ vnd also nach dem 1. Conſ. des 23. El. des 5. C. dieses das Oblongum OKS zum Oblongo MHR/ wie das quadrat von OK zum quadrat von MH; Vnd nach dem 2. Conſ. desselben/ wie das quadrat EK zum quadrat EH. Derowegen sind die quadraten der perpendicularen KL / HI gegen einander/ wie die Weiten EK vnd EH/ zusampt derselben quadraten.

2. Dahero/ wann der Diameter EG/ aus dem E fortgeführet biß an die Seite BC/ als in das T/ so halten sich die Oblonga von TK vnd EK/ TH vnd EH gegen einander wie die Quadraten der perpendicularen KL vnd HI. Vnd solches nicht blos deßwegen nach dem vorgehenden 1. Conſ.

daß

daß die Oblonga gleichsam von zweyen Stücken zusamen gesetzet in dem Halt oder Proportz der Weiten vom Spitz E/ als EK vnd EH/ vnd derselben quadraten; Nemlich daß das erste von dem quadrat EK/ vnd dem Oblongo TEK/ Vnd das ander von dem quadrat EH/ vnd dem Oblongo TEH/ vnd also jenes Partial Oblongum TEK sey zu diesem TEH/ wegen gleicher oder gemeiner Höhe/ nach dem 9 El. des 5. C. dieses/ wie EK zu EH; Vnd dann mit den dazu addirten quadraten von EK vñ EH/ das gantze Oblongum von TK zu EK zum gantzen von TH vnd EH / wie EK zu EH / vnd dazu wie das quadrat von EK zum quadrat von EH; Sondern dahero/

3. Das jedes solch Oblongum zum Quadrat der daran perpendicular/ als das Oblongum TKE zũ Quadrat von der perpendicular KL sich hat/ wie das Quadrat von ET zum Oblongo von den mit AC Parallelen EV vnd TX; Vnd also wie ET zu YZ; so auch der basi AC Parallel ist/ vnd gleichet sich EY mit EV. Dañ nach dem 26. El. des 4. C. dieses ist ET zu EV/ wie TK zu KP; vnd ET zu TX/ wie EK zu KO. Dahero nach dem 34. El. des 5. C. dieses ist das quadrat von ET zum Oblongo von EV, TX/ wie das Oblongum TK, EK, zum Oblongo KP, KO; das ist zum quadrat der perpendicular KL. Wie aber das quadrat von ET, zũ Oblongo von EV, TX/ so ist ET zu YZ. Dann ET ist zu EV/ das ist EY/ wie TX zu YZ. Dahero das Oblongum von ET vnd YZ sich gleichet mit dem Oblongo von EV oder EY vnd TX/ nach dem 32. El. des 5. C. dieses; Vnd also das quadrat von ET zum Oblongo von EV vnd TX/ wie ET zu YZ/ nach dem 9 El. des 5. C. dieses.

4. Derhalben thun auch die Hyperbolen / so einen gemeinen Diameter haben in den entgegenstehenden Conis sich gleichen; Als weil beyderseits eine Proportz der besagten Oblongen zu den quadraten d' daran perpendicularen. Dañ aus dem α, so vom T die Weite hat TX/ der basi AC auch Parallel gezogen $\alpha\beta$, ist solche gleich YZ. Dañ nach dem 26. El. des 4. C. dieses ist ET zu EV/ wie TX/ das ist Tα zu $\alpha\beta$; Vnd nach dem

32. Elem. des 5. C dieses gleichet sich das Oblongum von ET und $\alpha\beta$ mit dem Oblongo von EV und TX; Wie zuvor auch von ET und YZ. Dahero wie in diesem TE zu YZ/ also in jenem wie TE zu $\alpha\beta$, die Oblonga zu den quadraten der perpendicularen.

58. Eine Ellipsis ist eine Conische Section so allerseits schlim durch den Conum gehet. Doch ist in dem Schlimen Cono zu excipiren der schlimme Durchschnidt/ so geschicht den Seiten jedes Trianguls auff jeden Diameter der basis verkehrt proportionirt/ wie hernach soll erwiesen werden. Also gibt im Cono ABC/die Section DEF eine Ellipsin, als eine vberlengte Rundung/ dessen gröster Diameter ist DF/ der kleinste/ so denselben in der Mitte/ als im Punct G Winckelrecht durchschneidet.

Dahero

Consect. 1. In jeder Ellipsi sind die perpendicularen aus jedem Punct des Diametri gegen einander wie im Circul/ nach demselben Diameter. Als die perpendicular HI hat sich zur perpendicular GE in der Ellipsi, wie HL zu GK in desselben Circulo/ vnd hergegen. Dann im Triangul ABC der basi AC durch G vnd H/ Parallelen gezogen MGN vnd OHP/ seyn dadurch zuverstehen die Diametri der Circular Sectionen/ so der Conischen basi Parallel/ vnd mit der Ellipsi die perpendicularen GE vnd HI gemein haben. Derowegen dann nach dem 26 El. des 4. C. dieses/ wie DG zu GM/ also ist DH zu HO/ vnd wie FG zu GN/ also ist FH zu HP. Nun ist nach dem 9. El. des 5. C. dieses/ wie DG zu GM/ also das Oblongum DGN zum Oblongo MGN/ vnd wie DH zu HO also hat sich das Oblongum DHP zum Oblongo OHP. Dahero das Oblongum DGN/ zum Oblongo MGN/ wie das Oblongum DHP zum Oblongo OHP/ Vnd durch vmbwechseln/ ist das Oblongum DGN zum Oblongo DHP/ wie das Oblongum MGN

MGN/ zum Oblongo OHP. Ferner ist nach dem angezogenen 9. El. wie FG zu GN/ also das quadrat von FG zum Oblongo FGN/ vnd wie FH zu HP/ das Oblongum FHD zum Oblongo DHP. Dahero das quadrat von FG zum Oblongo FGN/ wie das Oblongum FHD zum Oblongo DHP; Vnd durch vmbwechseln/ ist das quadrat von FG zum Oblongo FHD/ wie das Oblongum FGN zum Oblongo DHP. Weil aber FG sich gleichet mit DG/ so ist das Oblongum FGN auch gleich dem Oblongo DGN/ nach dem Conf. desselben 9. El. des 5. C. dieses; Vnd also das quadrat von FG oder DG zum Oblongo FHD/ wie das Oblongum MGN zum Oblongo OHP. Wie aber das quadrat von FG oder DG zum Oblongo FHD/ also hat sich das quadrat von GK dem radio perpendiculari im Circulo zum quadrat von HL der ander perpendicular im selben; Vnd wie das Oblongum MGN zum Oblongo OHP/ also hat sich das quadrat der perpendicular GE in der Ellipsi/ zum quadrat der andern HI im selben. Seyn also die quadrat der perpendicularen in der Ellipsi/ wie in dem Circulo/ vnd also auch dieselben perpendicularen nach dem 2. Conf. des 23. El. im 5. C. dieses.

2. Da die Weite zwischen E vnd H sich gleichet mit DG oder GK/ der Helffte vom grössern Diametro/ so ist die perpendicular IH zu der Helffte des kleinern GE/ wie solche zu DG oder GK der Helffte võ grössern/ vnd hergegen. Dañ also ist nach dem 20. El. des 4. C. dieses HL gleich dem EG; Weil GH gemein/ vnd EH gleich GL. Dahero nach dem vorgehenden Conf. IH zu HL/ das ist GE/ wie GE zu GK oder DG/ vnd hergegen.

3. In jeder Ellipsi sind die Quadrat der perpendicularen aus jedem Punct des Diameters gegen einander/ wie die Weiten solcher perpendicularen vom vnter oder obern Spitz/ minder den Quadraten derselben Weiten. Als das quadrat von der perpendicular HI ist zum quadrat von der andern GE/ wie DH zu DG/ minder den quadraten von DH vnd DG/ das ist minder derselben Proportz/ nemlich so da hat das quadrat von DH zum quadrat von DG. Dann weil nach dem

vorgehenden Conſ. die perpendicularen HI vnd GE in d' Ellipſi vnd alſo auch derſelben quadraten / ſeyn gegen einander wie die quadraten von HL vnd GK im Circulo/ſo iſt das quadrat von HI zum quadrat von GE/ wie das Oblongum DHF zum quadrat DGF oder ſonſt n einem Oblongo/ wañ dz G auſſer dem centro were. Vnd wie DH zu DG/alſo das Oblongum HDF zum Oblongo GDF/ nach dem 9. El. des 5. C. dieſes. Nun aber vbertrifft das Oblongum HDF/ das Oblongum DHF vmb das quadrat von DH; vnd das Oblongum GDF das quadrat von DG vmb daſſelbe quadrat. Dahero vbertrifft die Proportz der Weiten DH zu DG/ die Proportz der quadraten von HI vnd GE vmb die beſagten quadraten von DH vnd DG. Aus dieſem vnd den Conſ. des vorgehenden 56. vnd 57. El. iſt die Vrſach der Namen Parabole/der Gleichheit wegen; Hyperbole/ des Vberſchuß/vnd Ellipſis des Mangels halben/zuvernehmen.

59. Die Coni ſo da haben eine gemeine oder gleiche baſin/die ſeyn gegen einander wie die Höhen oder perpendicularen von jedes Spitz zur baſi; Oder ſo da haben gleiche Höhe/ die ſind vntereinander wie die baſes/ nach dem 5. El. dieſes. Dann die Coni werden betrachtet/ als Pyramides von vnzehlichen gleichſam Flechen.

60. Wann zwen Coni ſtehen gegeneinander mit den baſen vnd Höhen verkehrt proportioniret/ die ſind einander nach dem Halt oder Gröſſe gleich/ nach dem 6. El. dieſes; In Betrachtung obs Pyramides weren/ wie im vorgehenden auch angedeutet.

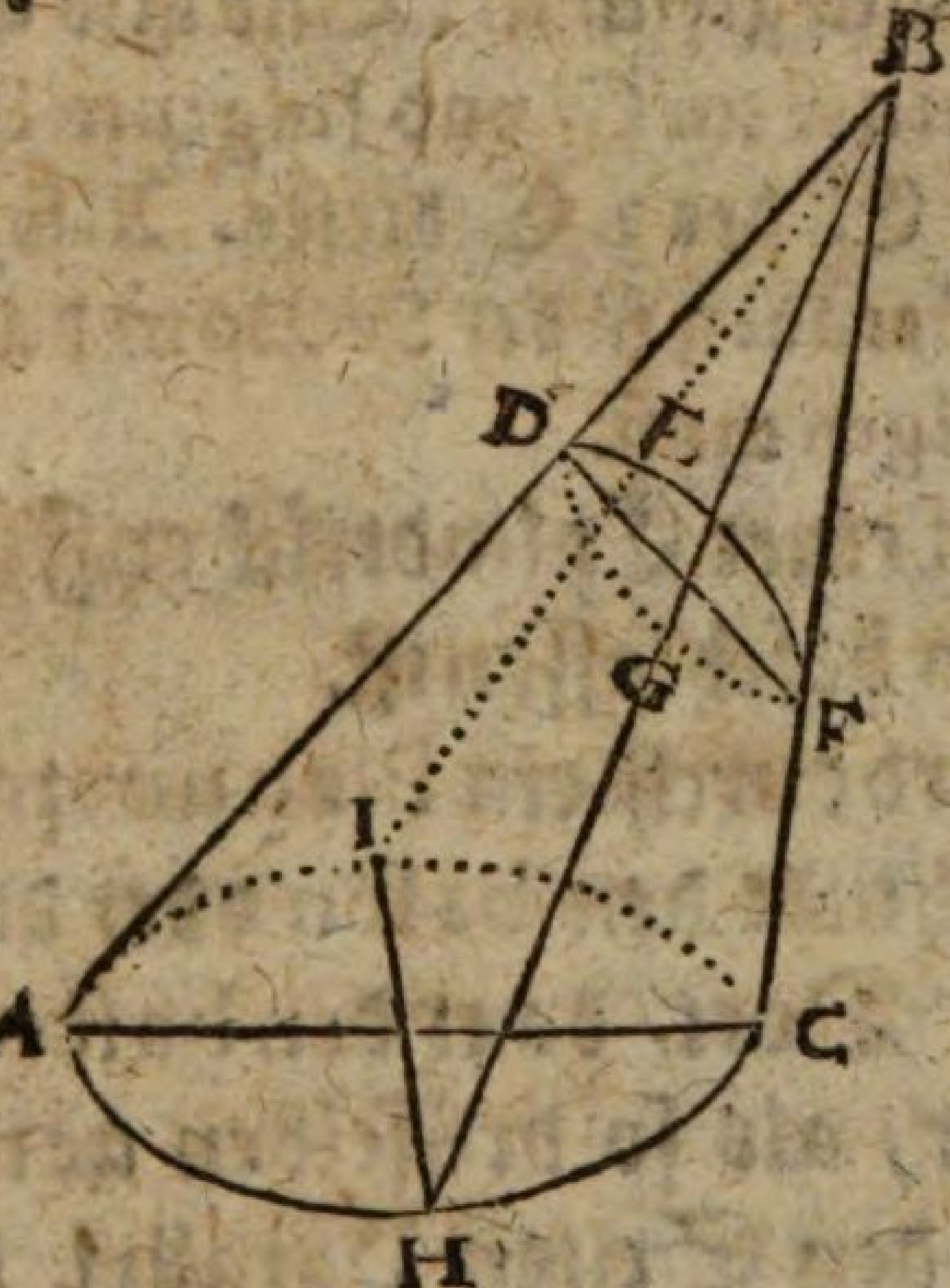
61. Ein jeder Conus iſt Gerade oder Schlim/ vnd nach dem Winckel im Spitz als des darin gröſten Trianguls/ Recht oder Schlimwincklicht.

62. Ein Gerader Conus, Conus Rectus iſt/ ſo allerſeits gleich auffhin zugeſpitzt/ das alſo die perpendicular aus dem Spitz gleich mitten in die baſis/ als in das centrum/ falle. Hergegen ein Schlimmer/Conus Obliquus

quus sive Scalenus so nicht gleich auff/ sondern schlim stehet. Dahero

Jn dem Geraden Cono sind alle Triangul/ so zur base haben einen Diameter der Conischen basis/ Winckelrecht oder perpendicular auff dieselben gestellet. Jn dem Schlimmen aber nur dasselbe/ so zugleich die lengste und kürtzste Seite hat/ als so da streichet an die perpendicular vom Spitz zur basi. Consect.

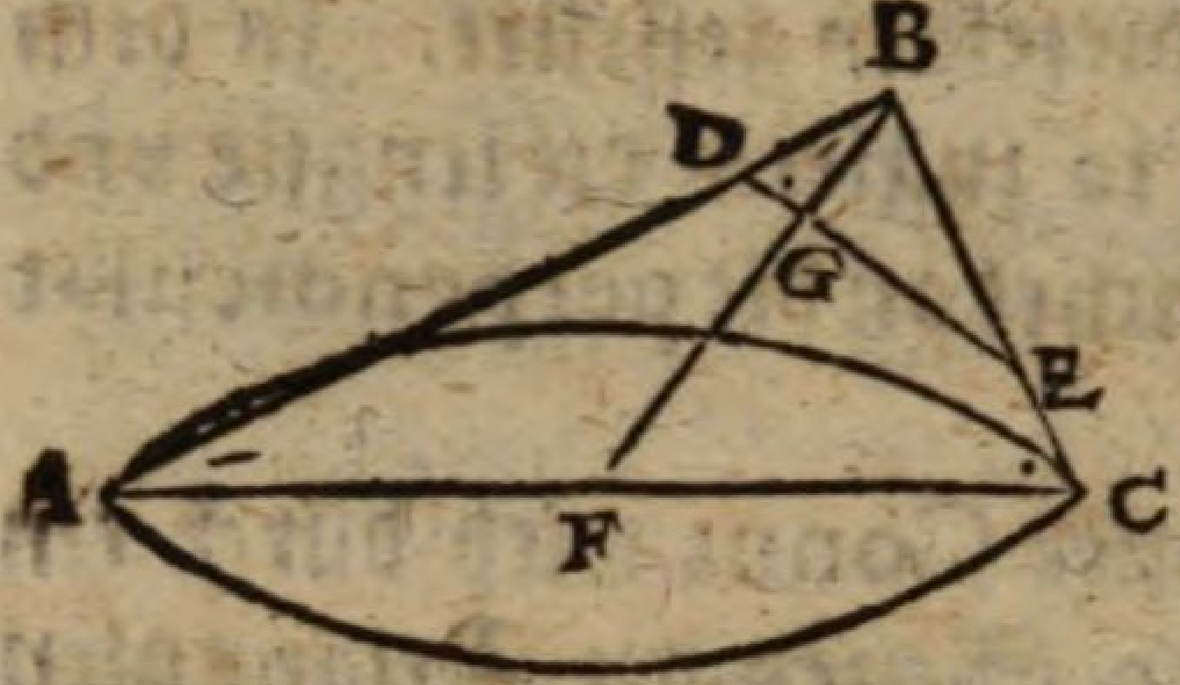
63. Wann ein Schlimmer Conus wird durch ein Planum oder Ebene Fleche den Seiten der Triangulen verkehrt proportionirt zerschnitten/ so ist solcher Durchschnidt oder Sectio Circular. Als der Schlimme Conus ABC sey durch das Planum DEFG/ also zerschnitten/ das allerseits die Seiten der Triangulen verkert proportioniret stehen/ nemlich AB zu BC, wie BF zu BD/ vnd BH zu BI/ wie BE zu BG; Vnd hergegē/ so ist solche Sectio Circular. Dann zuverstehen/ wañ das öbere Stück des Coni würde vmb den Spitz B vmbgeführet/ dz das Punct D kome auff BC/ vnd hergegen F auff AB, E auff BH/ vnd hergegen G auff BI/ das als dann wegen



gleicher proportion der gantzen Seiten gegen derselbē Stücken/ die Section DEFG der basi AHCI gleichlich oder Parallel gestellet sey/ vnd also nach dem 53. El. dieses dieselbe Circular. Daraus dann ferner erscheinet.

Jst der Schlimme Conus Rechtwincklicht/ so kömpt die Gerade vom Spitz zum centro der basis/ sonst Axis genandt/ auff solche Section / so den Seiten nach verkehrt proportionirt geschehen/ perpendicular; Vnd hergegen/ da die Section ist der Axi perpendicular/ so ist dieselbe Consect.

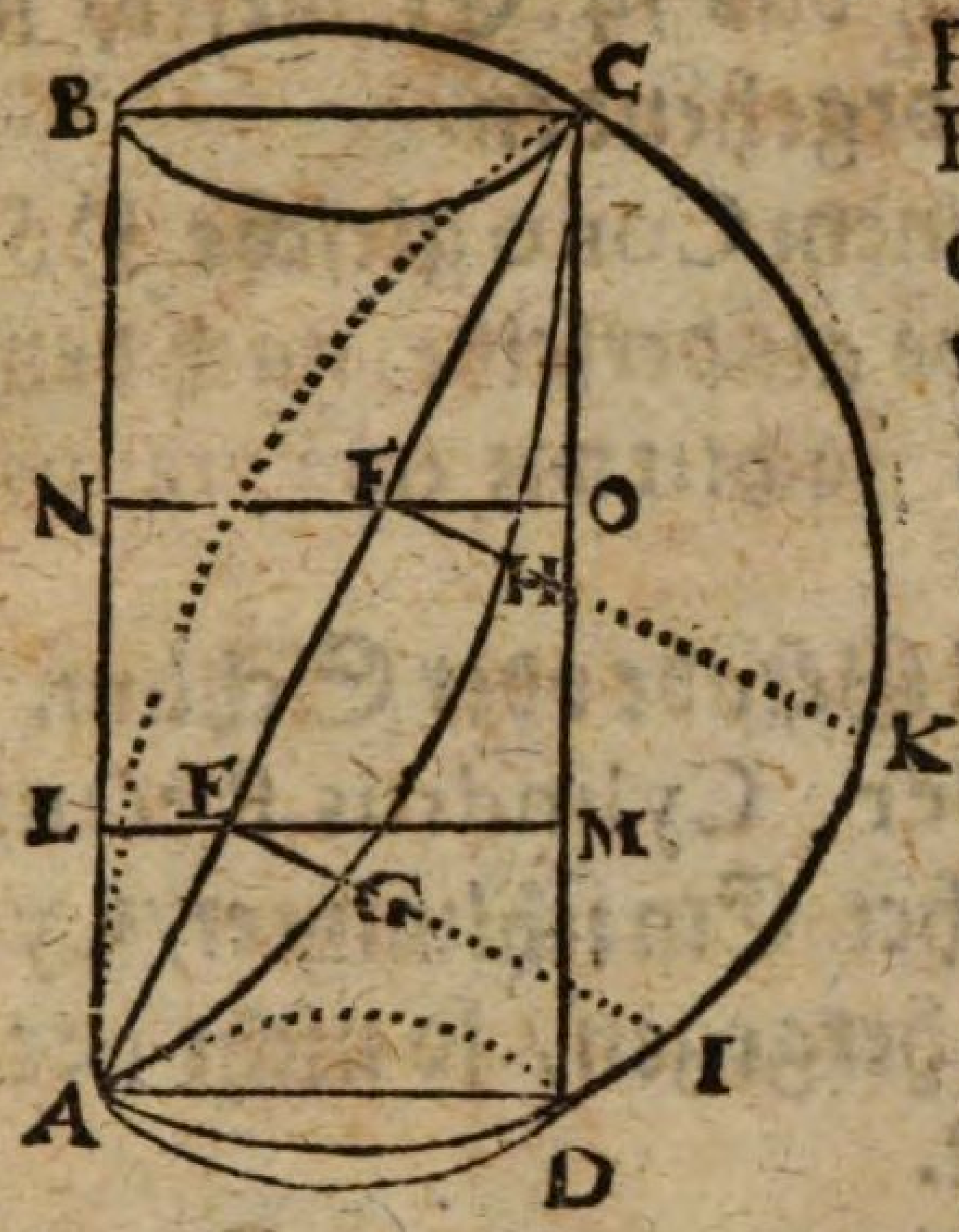
Circular. Dann weil der Winckel im Spitz/als allhier ABC ein rechter ist/so ist die Axis oder Gerade BF die Helffte von AC oder jeder andern Diametro der Conischen basis; das ist/ BF ist gleich AF oder CF/ nach dem 41. El. des 4. C. dieses; vnd also der Winckel im A des Triangulus ABC oder ABF gleich dem Winckel im B desselben ABF oder BDG/ nach dem 34 El. desselben 4. C. Nun ist der ander im C des Triangulus ABC auch gleich dē im D des Triangulus BDG oder BDE/ nach dem 27. El. des 4. C. dieses. Dahero daß der dritte im G/ des Triangulus BDG/ dem dritten im B des Triangulus ABC/ nach dem 1. Cons. des 16. El. des 4. C. dieses/ vnd 4 axiom. auch gleich ist; Vnd also wie dieser im B ein Rechter ist/ also auch jener im G/ vnd folgents BG auff DE perpendicular/ nach dem 8. El. des 3. C. dieses. Also ist der Beweis auch von jeder andern Geraden in der Section/ da es dan von der gantzen Section auch folgen muß.



64. Ein Cylinder ist/ so von einer Cylindrischen Fleche vnd zweyen Circulen als basen beschlossen ist.

65. Wañ ein Cylinder wird durch ein Planum zerschnitten/ so ist solcher Durchschnidt den basen oder den Seiten/ oder der keinen Parallel. Dort/ da er den basen Parallel/ so ist derselbe Circular; als so denselben gantz gleich vnd gleichlich. Dar/ da er den Seiten Parallel/ so ist derselbe ein Parallelogram/ als so von vier Geraden Parallelen beschlossen. Hier/ da er der keinem Parallel/ so ist derselbe wie im Cono eine Ellipsis/ oder dessen ein Stück außgenommen im Schlimmen Cylindro/ wann der Durchschnidt den Seiten verkehrt proportionirt ist. Das aber im Cylindro wie im Cono/ mit der Ellipsi beschaffē/ ist der Beweis davon also. Als im Cylindro ABCD sey die Sectio oder Durchschnidt weder den basen noch den Seiten Parallel; vnd also ein Ellipsis. Dann aus zweyen Puncten desselben Diame-

metri AC als E vnd F perpendicularen zur Ellipsi als zur peripheri auffgeführet/ dort EG, FH/ hier EI, FK/ vnd dann durch dieselben Puncten in dem Parallelogram ABCD der vnter alsober Seiten Parallelen gezogen/ LM, NO/ als Diametri gleicher Circulen mit den Cylindrischen basen, so ist nach dem 26. El. des 4. C. dieses LE zu EM/ wie AE zu CE; Vnd NF zu FO/ wie AF zu CF; Vnd also nach dem 1. Conf. des 23. El. im 5. C. dieses/ das Oblongum LEM zu Oblongo AEC/ wie das quadrat võ LE zũ quadrat von AE; vnd das Oblongum NFO zũ Oblongo AFC/ wie das quadrat von NF/ zum quadrat von AF. Dahero weil die Seiten solcher quadraten seyn gegeneinander proportioniret/ als LE ist zu AE/ wie FN zu AF/ nach dem angezogenen 26. El. des 4. C. dieses/ so sind die quadraten derselben nach dem 2. Conf. des 23. El. des 5. Cap. dieses auch gegeneinander proportioniret/ vnd folgents auch die Oblonga/ das ist LEM hat sich zu AEC/ wie NFO zu AFC; Vnd durch vmbwechseln LEM zu NFO/ wie AEC zu AFC. Wie aber LEM zu NFO/ also hat sich das quadrat von EG der perpendicular in der Ellipsi zum quadrat von FH der andern in derselben; Vnd wie AEC zu AFC/ also das quadrat der perpendicular EI zur peripheri/ zum quadrat der andern in derselben FK. Dahero weil die quadrat der perpendicularen/ vnd also dieselben in der Section AGHC sind wie im Circul/ so ist nach dem 1. Conf. des 58. El. dieses solche ein Ellipsis/ wie im Cono.



66. Die Cylindri so da haben gleiche Höhe/ die sind gegen einander wie die bases; Oder so da haben gleiche bases/ wie die Höhen/ nach dem 13. El. dieses. Dañ die Cylindri werden betrachtet wie die Prismata von gleichsam vnzehlichen Flechen.

67. Wann zwen Cylindri seyn gegeneinander mit

den

den basen vnd Höhen verkehrt proportionirt / die sind gleiche gros nach dem Halt durch das 14. El. dieses / in gleicher Betrachtung mit der im vorgehenden.

68. Ein Cylinder so mit einem Cono gleiche Höhe vnd basin hat / ist dreymal so gros als derselbe; nach dem 12. El. dieses. Dann der Conus wird geachtet wie ein Pyramis / vnd der Cylinder wie ein Prisma.

69. Ein jeder Cylinder ist Gerade oder Schlim.

70. Ein Gerader Cylinder, Cylindrus Rectus ist / so allerseits perpendicular stehet. Ein schlimmer / Cylindrus Obliquus sive Scalenus hergegen / so nicht perpendicular / sondern schlim stehet.

71. In dem Schlimmen Cylindro / wann der Durchschnidt den Seiten geschicht verkehrt proportionirt / so ist derselbe Circular. Der Beweis ist damit wie im Cono / nach dem 63. El. dieses.

Gnug von den Körpern / vnd also auch vom Ersten Theil vnser Geometriæ.

DEO SOLI GLORIA.

illūīa q̄s cor nrm̄ grē tue splē-
dore· ut digna maiestati tue
cogitare diligē· et ope exercere
valeamus· P. pro epō defūcto
Deus qui inter aplicos sacer-
dotes famulū tuū pon-
tificali fecisti dignitate vigē
p̄sta q̄s· ut eorū· quoq̄ꝫ perpetuo
agregetur consorcio· P. secret
Suscipe dn̄e q̄s pro anima
famuli tui sacerdotis q̄s tibi
offerimus hostias ut cui dedisti

ris· P. S .coplin
p̄ces nr̄as p...
familiarūq̄ꝫ tu...
macule detrim...
adheserit rem...
mīa deleantu...
Inclina dn̄e sem...
mine aurē tu...
nr̄as quibus
supplices dep...
famulorū fa...
quas de hac se...

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hofmann, Heinrich,

Teutscher Euclides Theil 1

Jena 1653

4 Math.p. 160
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10053542-6
VD17 12:194366G